

Методическая разработка Савченко Е.М.  
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

# Движение по окружности (замкнутой трассе)

Если две точки одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  соответственно ( $v_1 > v_2$  соответственно), то первая точка приближается ко второй со скоростью  $v_1 - v_2$ .

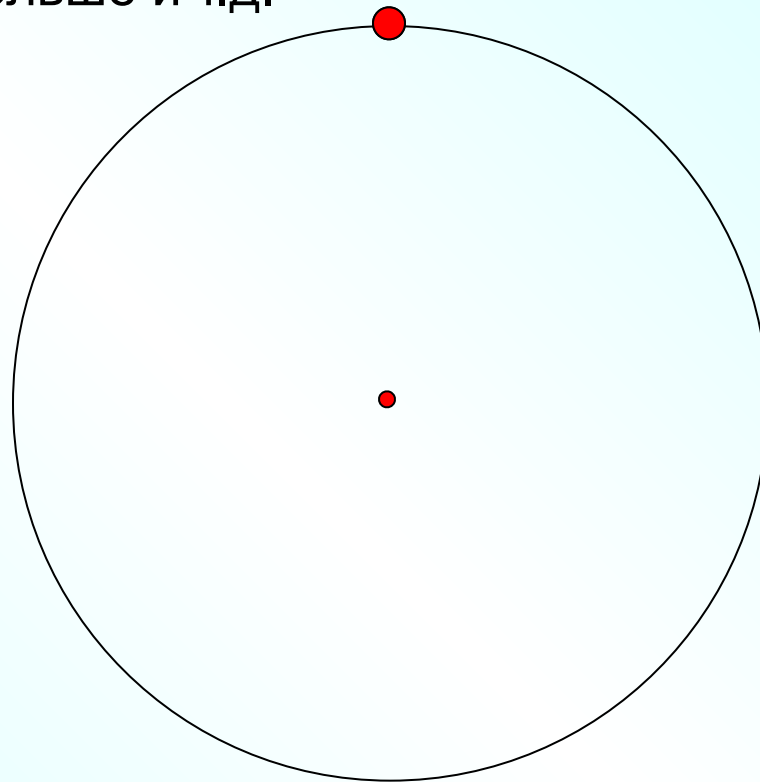
В момент, когда первая точка в первый раз догоняет вторую, она проходит расстояние на один круг больше.

В момент, когда первая точка во второй раз догоняет вторую, она проходит расстояние на два круга больше и т.д.

Синяя точка пройдет расстояние на 1 круг больше. Посчитайте...

Показать

Используем эту модель для решения задач.



1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

|           | $v$ , км/ч | $t$ , ч | $S$ , км |
|-----------|------------|---------|----------|
| 1 синий   | 60         | $x$     | $60x$    |
| 2 красный | 80         | $x$     | $80x$    |

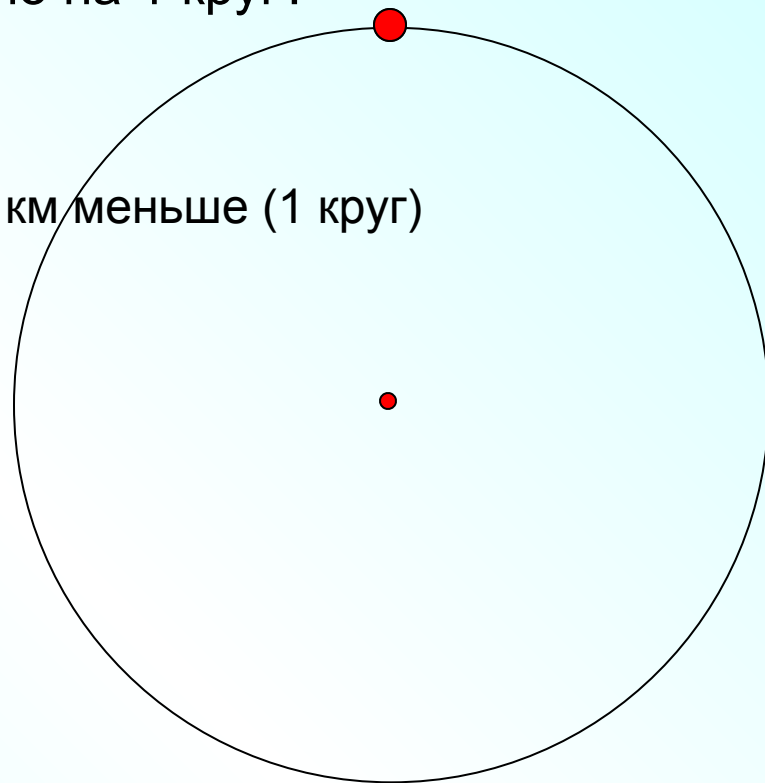
на 15 км меньше (1 круг)



Уравнение:  $80x - 60x = 15$

$x$  получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.



Показать

Ответ: 45

2. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

|            | $v, \text{ км/ч}$ | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ км}$        |
|------------|-------------------|----------------|------------------------|
| 1 автомоб. | 90                | $\frac{2}{3}$  | $90 \cdot \frac{2}{3}$ |
| 2 автомоб. | $x$               | $\frac{2}{3}$  | $\frac{2}{3}x$         |

на 10 км больше (1 круг)

Уравнение:  $90 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 10$

3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

|           | $v, \text{ км/ч}$ | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ км}$ |
|-----------|-------------------|----------------|-----------------|
| 1 синий   | $x$               | $t$            | $tx$            |
| 2 красный | $x+21$            | $t$            | $t(x+21)$       |

Уравнение:  $t(x + 21) - tx = 7$

$x$  получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.

Сколько кругов проехал каждый мотоциклист нам не важно.

Важно, что красный проехал на половину круга больше, т.е. на 7 км.



4. Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

|                 | $t$ , мин | $S$ , часть | $v$ , часть/мин |
|-----------------|-----------|-------------|-----------------|
| <b>1 лыжник</b> | $x$       | 1           | $\frac{1}{x}$   |
| <b>2 лыжник</b> | $x+2$     | 1           | $\frac{1}{x+2}$ |

Сначала выразим скорость каждого лыжника. Пусть за  $x$  мин 1-й лыжник проходит полный круг. Вторым на 2 минуты больше, т.е.  $x+2$ .

|                 | $v$ , круг/мин  | $t$ , мин | $S$ , км         |
|-----------------|-----------------|-----------|------------------|
| <b>1 лыжник</b> | $\frac{1}{x}$   | 60        | $\frac{60}{x}$   |
| <b>2 лыжник</b> | $\frac{1}{x+2}$ | 60        | $\frac{60}{x+2}$ |

на 1 круг больше (половина круга)

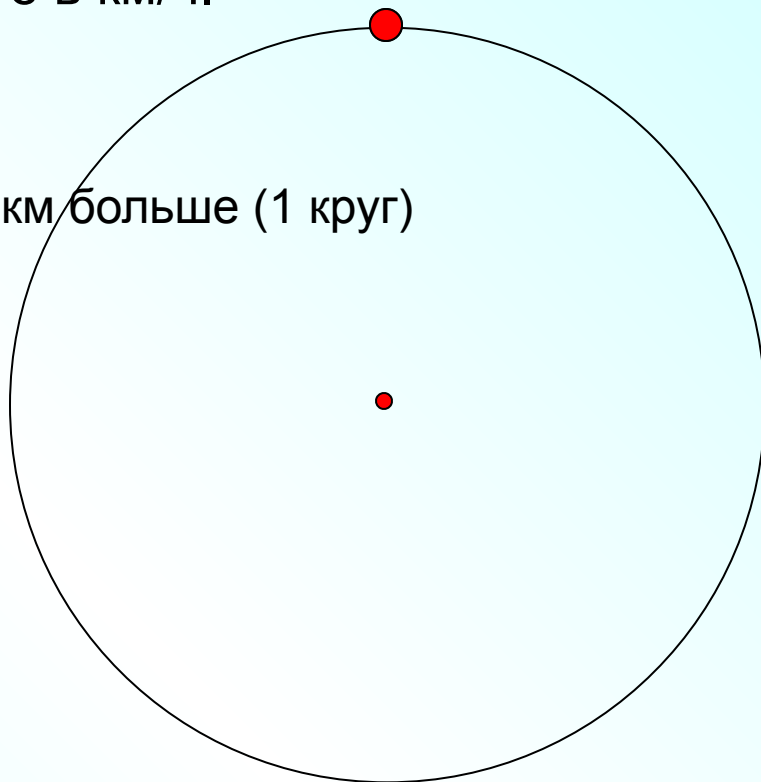
$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1$$

Ответ: 10

5. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80 км/ч**, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

|           | $v$ , км/ч | $t$ , ч       | $S$ , км               |
|-----------|------------|---------------|------------------------|
| 1 синий   | 80         | $\frac{2}{3}$ | $80 \cdot \frac{2}{3}$ |
| 2 красный | $x$        | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}x$         |

на 14 км больше (1 круг)



Уравнение:  $80 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 14$

Можно было сначала найти скорость вдогонку:  $80 - x$   
Тогда уравнение будет выглядеть так:

$$t \cdot v = S$$

$$\frac{2}{3}(80 - x) = 14$$

Показать

Нажать на кнопку можно несколько раз. Сколько кругов проехал каждый автомобиль нам не важно. Важно, что синий автомобиль проехал на 1 круг больше, т.е. на 14 км.

Ответ: 59

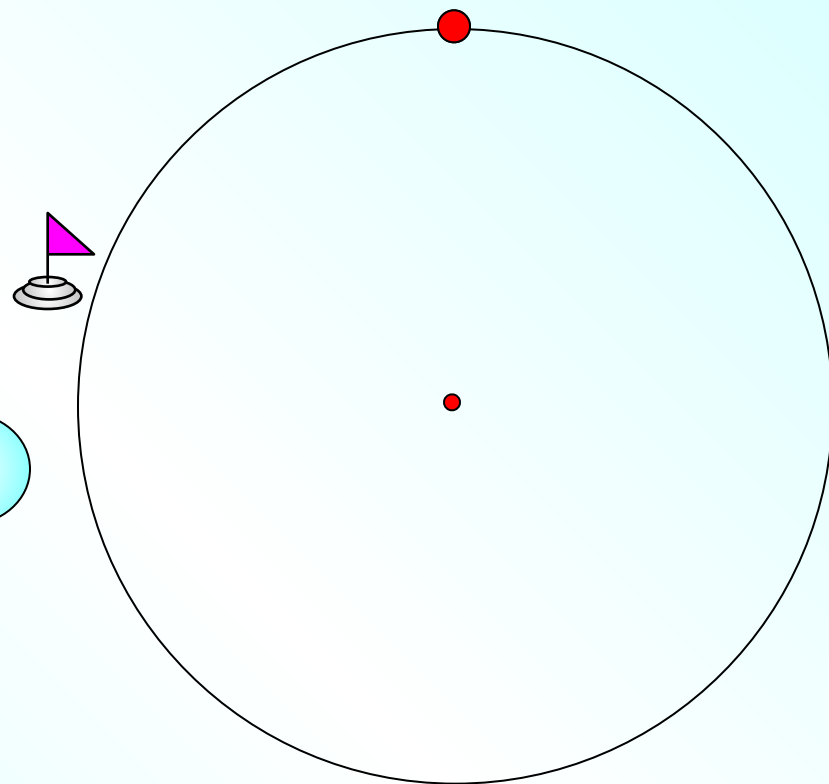
6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

**1 встреча.** Велосипедист был до 1 встречи 40 мин ( $\frac{2}{3}$  ч), мотоциклист 10 мин ( $\frac{1}{6}$ ч). А расстояние за это время они проехали равное.

|             | $v, \text{ км/ч}$ | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ км}$ |
|-------------|-------------------|----------------|-----------------|
| 1 мотоцикл. | $x$               | $\frac{1}{6}$  | $\frac{1}{6}x$  |
| 2 велосип.  | $y$               | $\frac{2}{3}$  | $\frac{2}{3}y$  |

=

1 уравнение: 
$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$





6. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

**2 встреча.** Велосипедист был до 2 встречи 30 мин ( $\frac{1}{2}$  ч), мотоциклист 30 мин ( $\frac{1}{2}$ ч). Они ведь начали движение одновременно от места 1-й встречи. А расстояние за это время мотоциклист проехал на 1 круг больше.

|             | $v, \text{ км/ч}$ | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ км}$ |
|-------------|-------------------|----------------|-----------------|
| 1 мотоцикл. | $x$               | $\frac{1}{2}$  | $\frac{1}{2}x$  |
| 2 велосип.  | $y$               | $\frac{1}{2}$  | $\frac{1}{2}y$  |

на 30 км больше (1 круг)

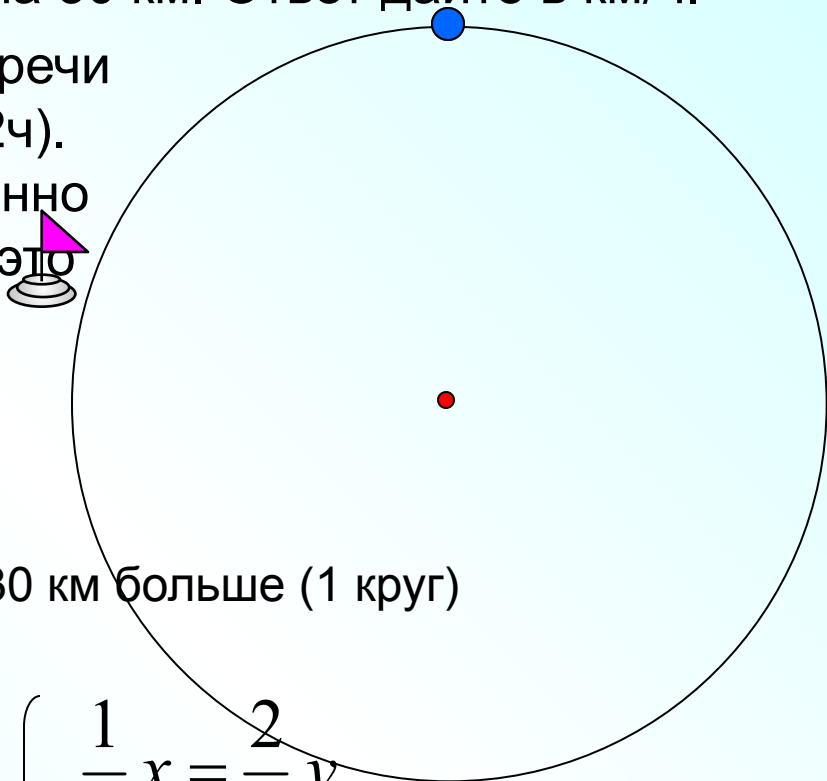
2 уравнение:  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$

$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$$

Искомая величина –  $x$

Ответ 80



7. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

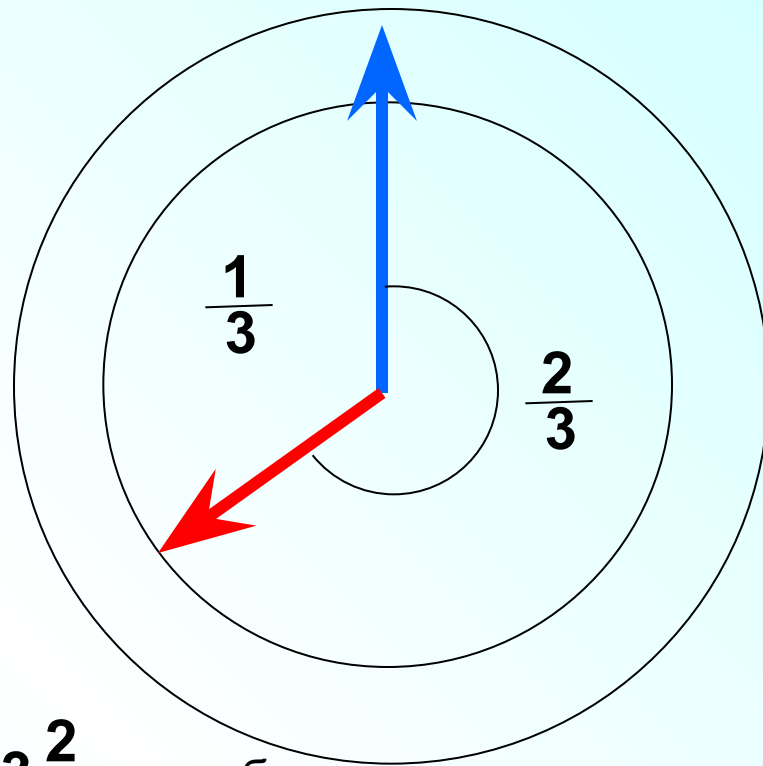
В первый раз минутной стрелке надо пройти на  $\frac{2}{3}$  круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на  $3\frac{2}{3}$  круга больше



|          | $v$ , круг/ч   | $t$ , ч | $S$ , круг      |
|----------|----------------|---------|-----------------|
| минутная | 1              | $x$     | $1x$            |
| часовая  | $\frac{1}{12}$ | $x$     | $\frac{1}{12}x$ |

на  $3\frac{2}{3}$  круга больше

$$1x - \frac{1}{12}x = 3\frac{2}{3}$$

Другой способ – в комментариях.

Ответ: 4 ч