СТЕРЕОМЕТР
ИЯ

Геометрия

Планиметрия
(изучает свойства геометрических фигур на плоскости)

Стереометрия
(изучает свойства геометрических фигур в пространстве)

Стереометрия

Стереометрия – греческое слово.

«Стерео» - тело, «метрио» - измерять.

тетраэдр

гексаэдр

октаэдр

икосаэдр

додекаэдр

$\exists$ Существует

$\perp$ Перпендикулярность/ перпендикулярны

$\in$ принадлежит

$\parallel$ Параллельност ь/параллельны

$\cap$ Пересечение/ пересекаются

α, β Так обозначаются плоскости

$\notin$ Не принадлежит

a, b Так обозначаются прямые

Аксиомы стереометрии

Аксиома 1.
Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и не принадлежащие ей.

Аксиома 2.
Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.

Аксиома 3.
Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость и притом только одну.

Следствие 1.

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.

Следствие 2.

Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости.

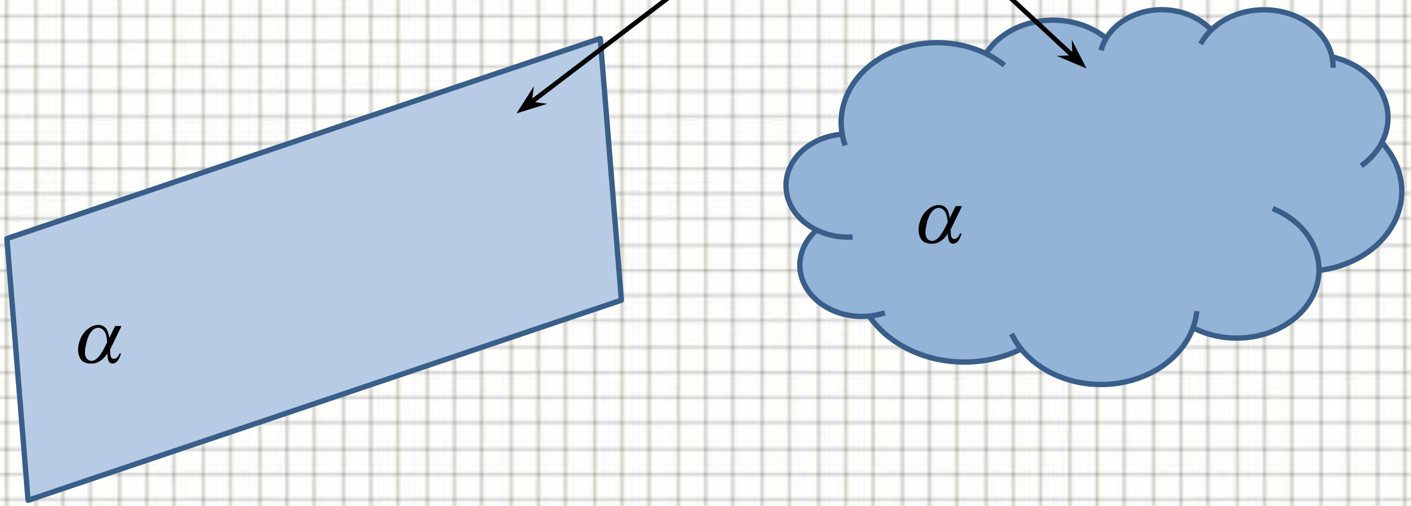
Следствие 3.

Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

ПАРАЛЛЕЛЬНО
СТЬ

Объекты пространства:

точки, прямые, плоскости



ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ

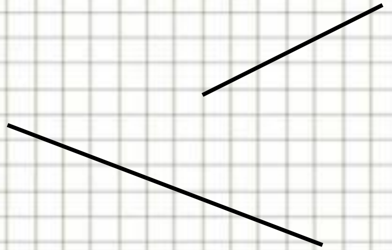
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ

Две прямые называются параллельными, если они лежат в <u>одной</u> плоскости и не пересекаются.

Две прямые называются скрещивающимися, если они лежат в <u>разных</u> плоскостях и не пересекаются.

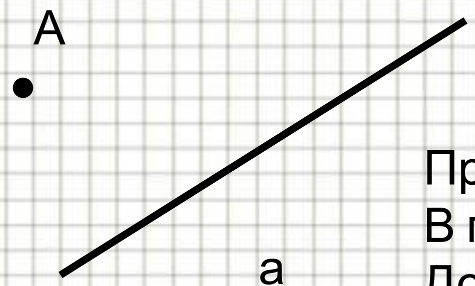


ТЕОРЕМА 1.

ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ НА ПРЯМОЙ, В ПРОСТРАНСТВЕ МОЖНО ПРОВЕСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ПРЯМУЮ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.

Дано: $A \notin a$

Доказать: $\exists a_1$ проходящая через А, || а и притом единственная



Доказательство:

Проведем через а и А плоскость α.
В плоскости α проведем прямую a_1, || а.
Докажем, что a_1 - единственная.
Метод от противного.
Пусть существует $a_2 || a$.
Проведем через а и a_2 плоскость α_2.
Плоскость α_2 проходит через а и А .
По следствию 1 плоскость α_2 совпадает с α.
Значит, прямая единственная, что и т.д.

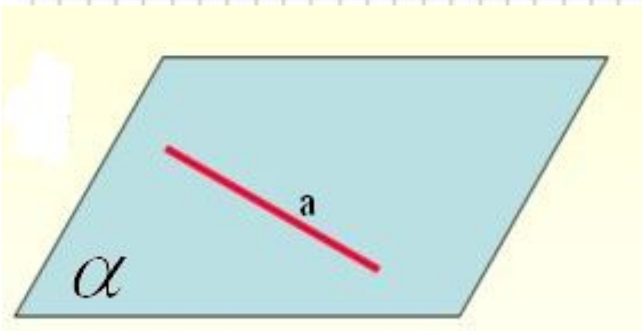
ТЕОРЕМА 2.
ДВЕ ПРЯМЫЕ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ТРЕТЬЕЙ ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫ.

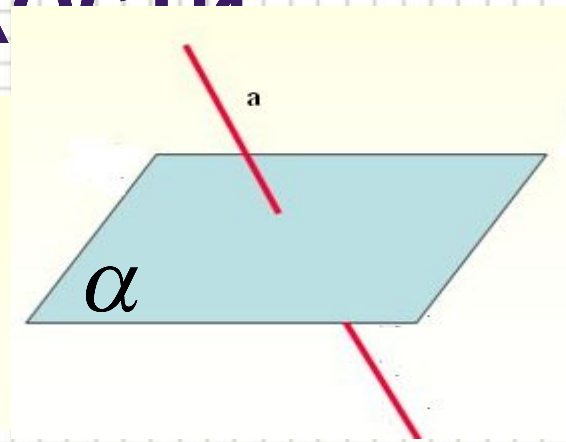
Без
докащательства

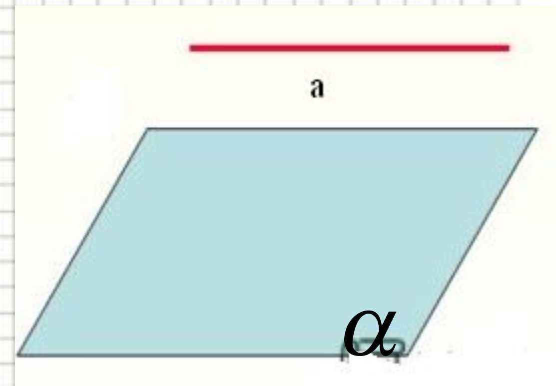
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются.

РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ







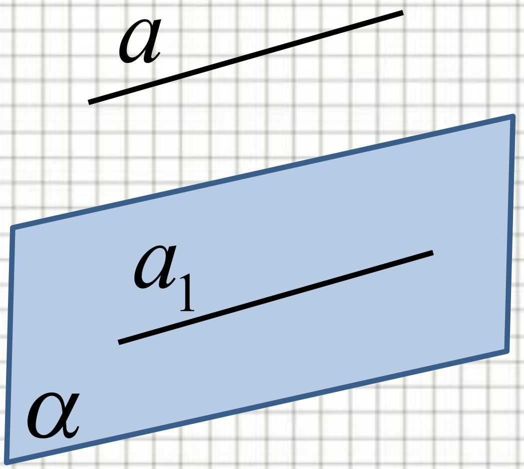
$a \in \alpha$

$a \cap \alpha$

$a \parallel \alpha$

ТЕОРЕМА 3.
ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

ЕСЛИ ПРЯМАЯ, НЕ ПРИНАДЛЕЖАЩАЯ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНА КАКОЙ-НИБУДЬ ПРЯМОЙ, ЛЕЖАЩЕЙ В ПЛОСКОСТИ, ТО ОНА ПАРАЛЛЕЛЬНА И САМОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $a \parallel a_1$

Доказать: $a \parallel \alpha$

Доказательство:

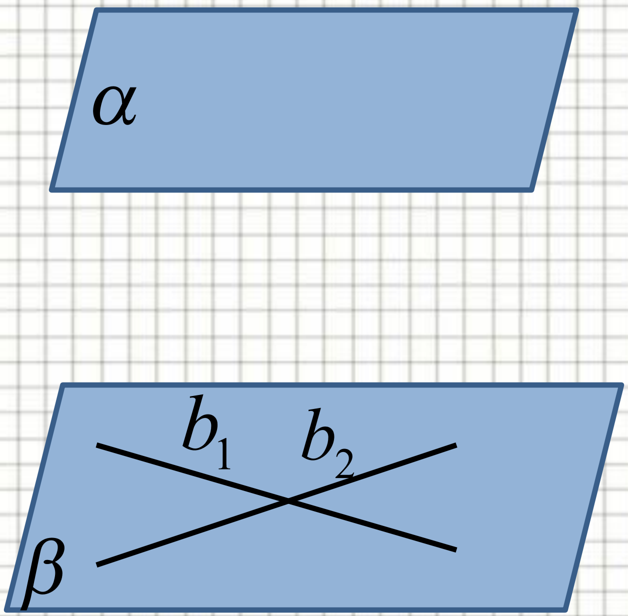
Проведем через a и a_1 плоскость α_2 .
Плоскости α_2 и α пересекаются по прямой a_1.
Метод от противного.
Пусть a пересекает α. Тогда бы a пересекала a_1.
Это противоречит условию $a \parallel a_1$
Значит предположение не верно, то есть, $a \parallel \alpha$
что и т.д.

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

ТЕОРЕМА 4.
ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, ЕСЛИ ОДНА ИЗ НИХ ПАРАЛЛЕЛЬНА ДВУМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМСЯ ПРЯМЫМ, ЛЕЖАЩИМ В ДРУГОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $(b_1 \cap b_2) \in \beta$

$(b_1 \cap b_2) \parallel \alpha$

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

Доказательство:

Метод от противного.
Пусть плоскости пересекает по прямой с.
Т.к. b_1 и $b_2 \parallel \alpha$ значит b_1 и b_2 не пересекаются с прямой с.
Но $(b_1 \cap b_2)$. Возникло противоречие.
Предположение неверно, плоскости параллельны, что и т.д.

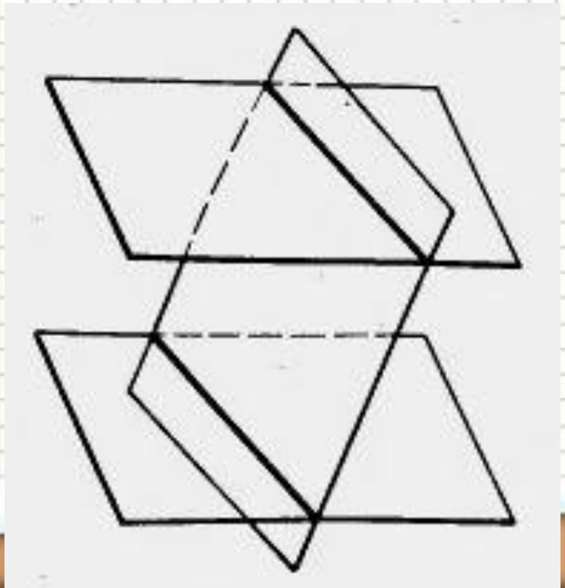
ТЕОРЕМА 5.

ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ В ПЛОСКОСТИ, МОЖНО ПРОВЕСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ПЛОСКОСТЬ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.

Без доказательства

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то прямые пересечения параллельны.



2. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плос
равны.

$$MM_1 = NN_1$$