

СТЕРЕОМЕТР И



Геометрия

```
graph TD; A[Геометрия] --- B[Планиметрия]; A --- C[Стереометрия];
```

Планиметрия

(изучает свойства
геометрических фигур на
плоскости)

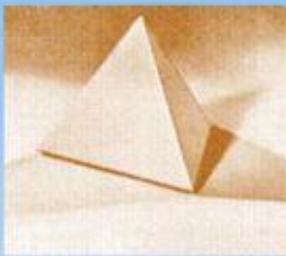
Стереометрия

(изучает свойства
геометрических фигур в
пространстве)

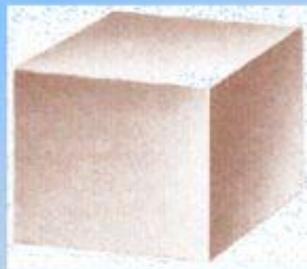
Стереометрия

Стереометрия – греческое слово.

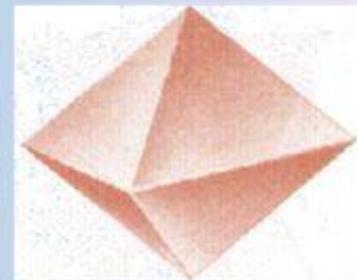
«Стерео» - тело, «метрио» - измерять.



тетраэдр



гексаэдр



октаэдр



икосаэдр



додекаэдр



MyShared

\exists

Существует

 \perp

Перпендикулярность/
перпендикулярны

 \in

принадлежит

 \parallel

Параллельность
/параллельны

 \cap

Пересечение/
пересекаются

 α, β

Так обозначаются
плоскости

 \notin

Не
принадлежит

 a, b

Так обозначаются
прямые

Аксиомы стереометрии

Аксиома 1.

Какова бы ни была плоскость,
существуют точки, принадлежащие
этой плоскости, и не принадлежащие
ей.

Аксиома 2.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой.

Аксиома 3.

Через две пересекающиеся прямые
можно провести плоскость и притом
только одну.

Следствие 1.

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.

Следствие 2.

Если две точки прямой лежат в плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости.

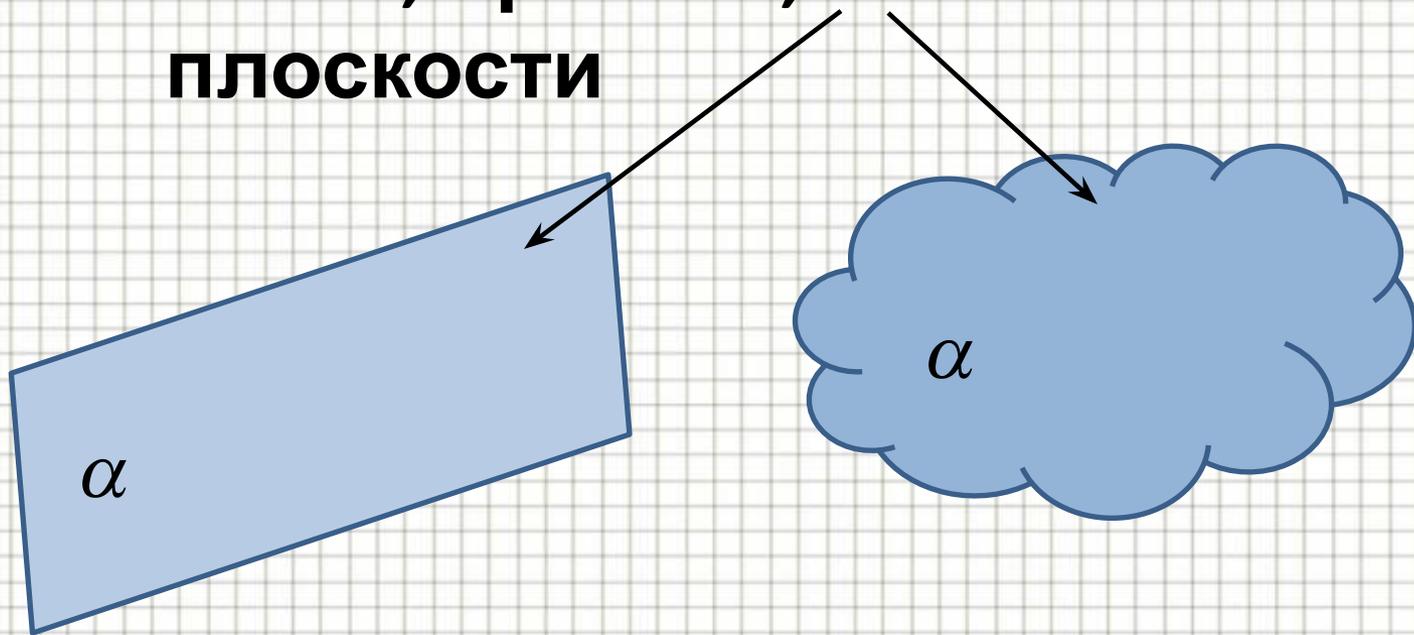
Следствие 3.

Через три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость и притом только одна.

ПАРАЛЛЕЛЬНО СТЬ

Объекты пространства:

точки, прямые,
плоскости



**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПРЯМЫХ**

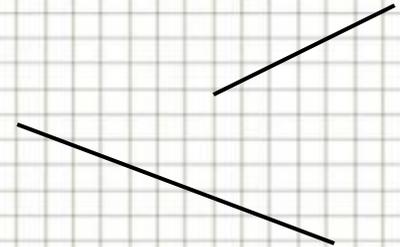
**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПРЯМОЙ И
ПЛОСКОСТИ**

**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ
ПЛОСКОСТЕЙ**

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ

Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

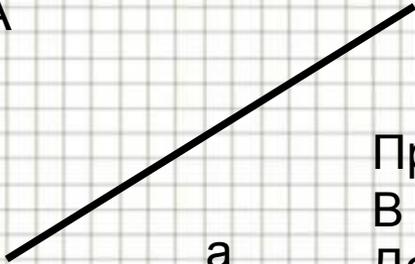
Две прямые называются скрещивающимися, если они лежат в разных плоскостях и не пересекаются.



ТЕОРЕМА 1.

ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ НА ПРЯМОЙ,
В ПРОСТРАНСТВЕ МОЖНО ПРОВЕСТИ
ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ПРЯМУЮ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.

A



Дано: $A \notin a$

Доказать $\exists a_1$ проходящая через A, $\parallel a$
:

Доказательств и притом единственная

о:

Проведем через a и A плоскость α .

В плоскости α проведем прямую $a_1, \parallel a$.

Докажем, что a_1 - единственная.

Метод от противного.

Пусть существует $a_2 \parallel a$.

Проведем через a и a_2 плоскость α_2 .

Плоскость α_2 проходит через a и A .

По следствию 1 плоскость α_2 совпадает с α .

Значит, прямая единственная, что и т.д.

ТЕОРЕМА 2.

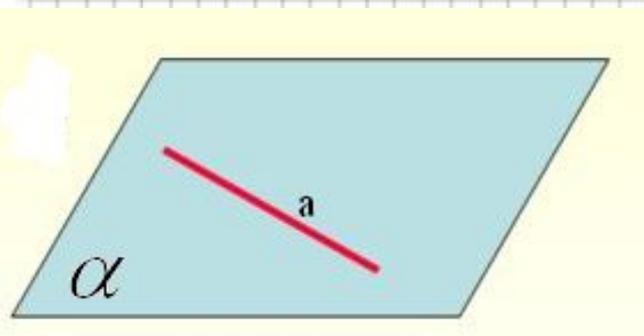
**ДВЕ ПРЯМЫЕ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ТРЕТЬЕЙ
ПРЯМОЙ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫ.**

Без
докащательства

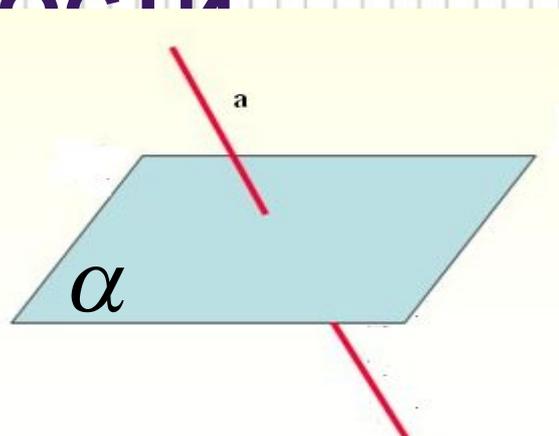
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не пересекаются.

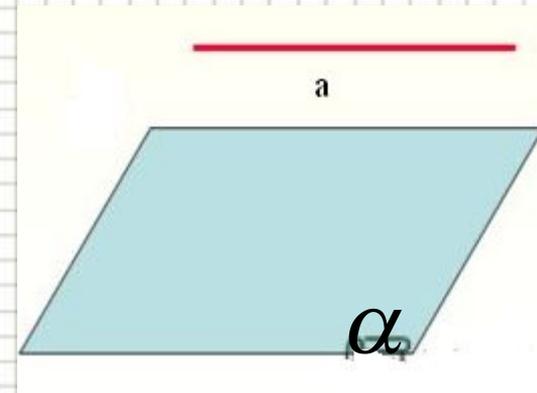
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



$$a \in \alpha$$



$$a \cap \alpha$$

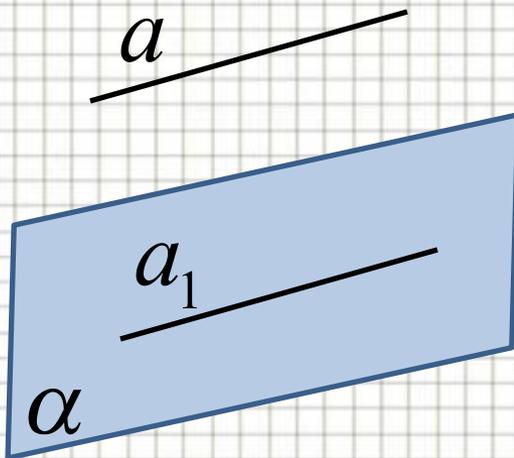


$$a \parallel \alpha$$

ТЕОРЕМА 3.

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

ЕСЛИ ПРЯМАЯ, НЕ ПРИНАДЛЕЖАЩАЯ ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНА КАКОЙ-НИБУДЬ ПРЯМОЙ, ЛЕЖАЩЕЙ В ПЛОСКОСТИ, ТО ОНА ПАРАЛЛЕЛЬНА И САМОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $a \parallel a_1$

Доказать $a \parallel \alpha$

Доказательств

Проведем через a и a_1 плоскость α_2 .
Плоскости α_2 и α пересекаются по прямой a_1 .

Метод от противного.

Пусть a пересекает α . Тогда бы a пересекала a_1 .
Это противоречит условию $a \parallel a_1$.

Значит предположение не верно, то есть $a \parallel \alpha$
что и т.д.

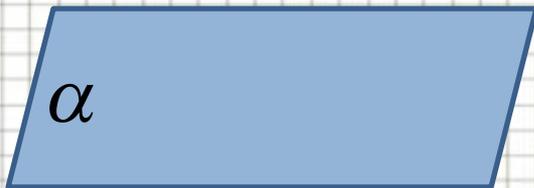
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

ТЕОРЕМА 4.

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫ, ЕСЛИ ОДНА ИЗ НИХ ПАРАЛЛЕЛЬНА ДВУМ ПЕРЕСЕКАЮЩИМСЯ ПРЯМЫМ, ЛЕЖАЩИМ В ДРУГОЙ ПЛОСКОСТИ.



Дано: $(b_1 \cap b_2) \in \beta$
 $(b_1 \cap b_2) \parallel \alpha$

Доказать $\alpha \parallel \beta$

Доказательств

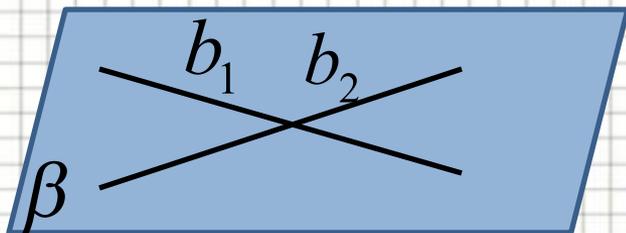
Метод от противного.

Пусть плоскости пересекаются по прямой s .

Т.к. b_1 и $b_2 \parallel \alpha$ значит b_1 и b_2 не пересекаются с прямой s .

Но $(b_1 \cap b_2)$. Возникло противоречие.

Предположение неверно, плоскости параллельны, что и т.д.



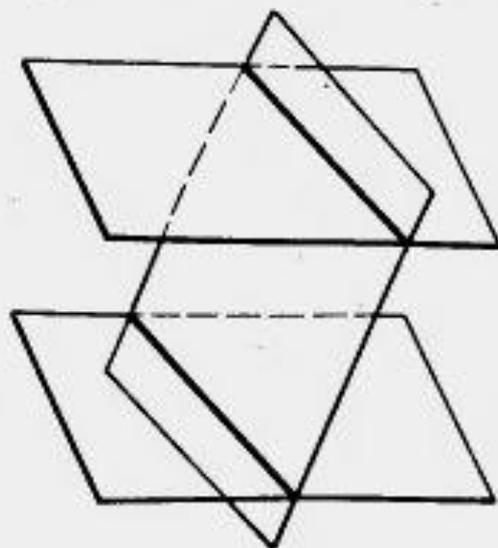
ТЕОРЕМА 5.

**ЧЕРЕЗ ТОЧКУ, НЕ ЛЕЖАЩУЮ В ПЛОСКОСТИ,
МОЖНО ПРОВЕСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ
ПЛОСКОСТЬ И ПРИТОМ ТОЛЬКО ОДНУ.**

Без
доказательства

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то прямые пересечения параллельны.



2. Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями равны.

$$MM_1 = NN_1$$

