

Преобразования сигналов и Вейвлет- преобразование

ЕРМОШИН ИВАН (10-2)

КОВРИЖНЫХ ДМИТРИЙ (10-2)

2018

Вейвлет-преобразование.

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt$$

Позволяет получить частотно-временное представление сигнала и много всякой другой фигни.

Обработка экспериментальных данных.



Вейвлет-преобразование дает наиболее наглядную и информативную картину результатов эксперимента, позволяет очистить исходные данные от шумов и случайных искажений.

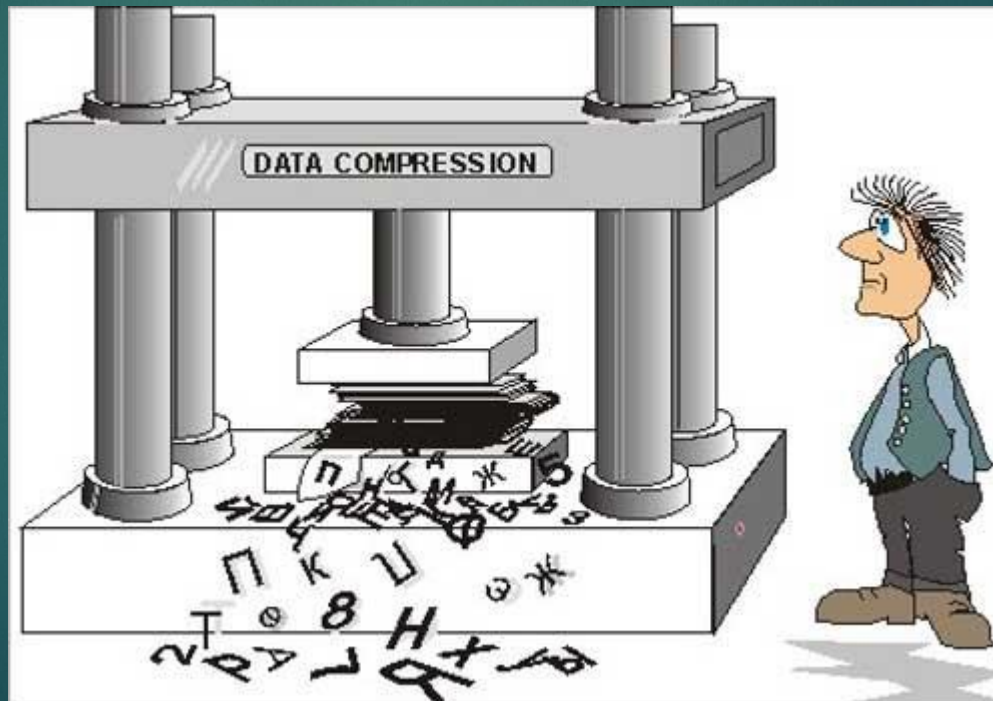
Обработка изображений.

Используя вейвлет-преобразование, мы можем сгладить или выделить некоторые детали изображения, выделить важные детали и даже повысить его качество!



Сжатие данных

Для достаточно гладких данных полученные в результате преобразования детали в основном близки по величине к нулю и, следовательно, очень хорошо сжимаются обычными статистическими методами. Достаточно сказать, что изображение, обработанное вейвлетами, можно сжать в 3-10 раз без существенных потерь информации (а с допустимыми потерями – до 300 раз).



Нейросети и другие механизмы анализа данных.

Вейвлеты представляются весьма удобным и перспективным механизмом очистки и предварительной обработки данных для использования их в статистических и бизнес-приложениях, системах искусственного интеллекта и т.п.



Системы передачи данных и цифровой обработки сигналов.



Характерные особенности поведения вейвлет-преобразования в частотно-временной области позволяют существенно расширить и дополнить возможности подобных систем.

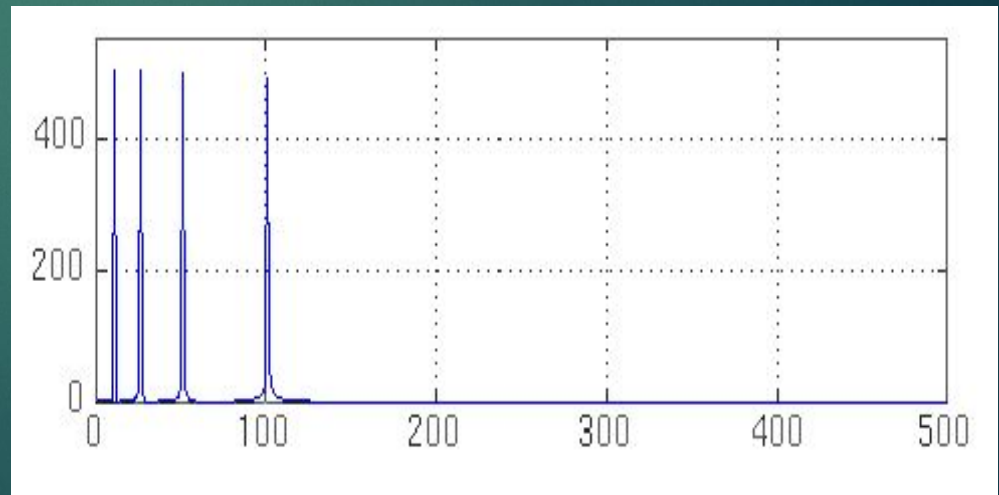
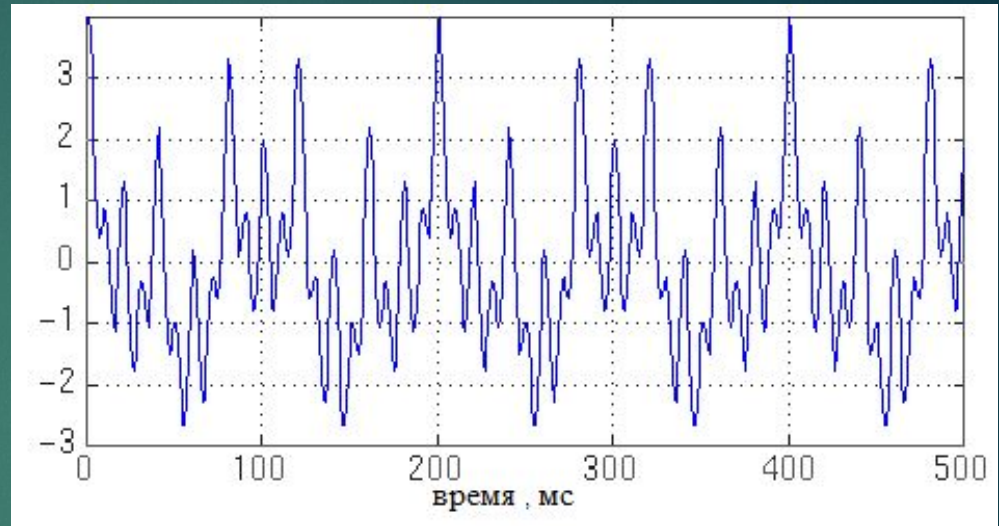
Преобразование Фурье(ПФ)

Это преобразование позволяет получить амплитуду от частоты из амплитуды от времени и наоборот, но не более.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$$
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

ПФ для стационарного сигнала

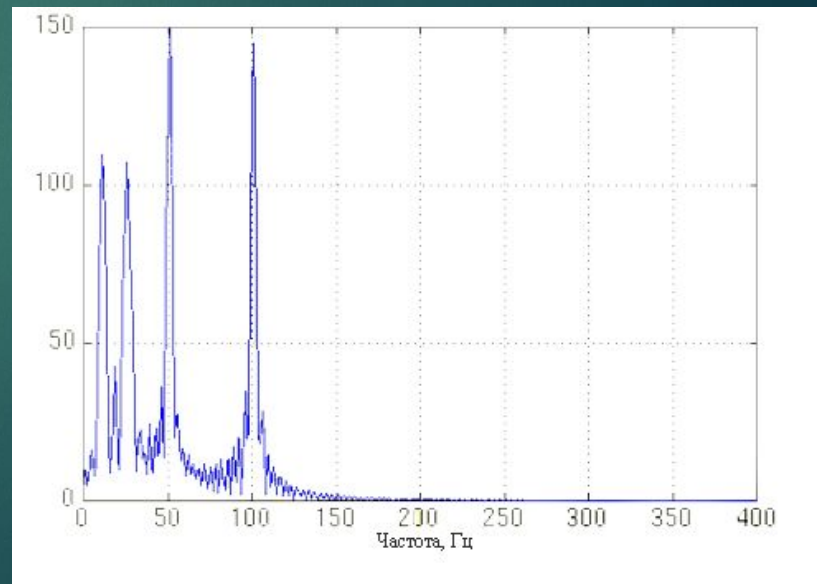
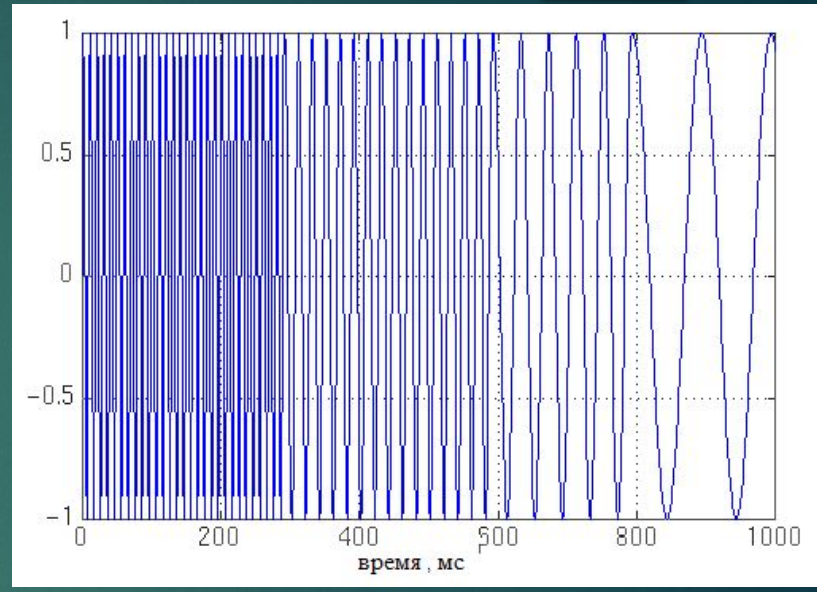
Стационарный сигнал



ПФ нестационарного сигнала

Нестационарный сигнал

Преобразование Фурье
Для данного сигнала



Оконное ПФ(ОПФ)



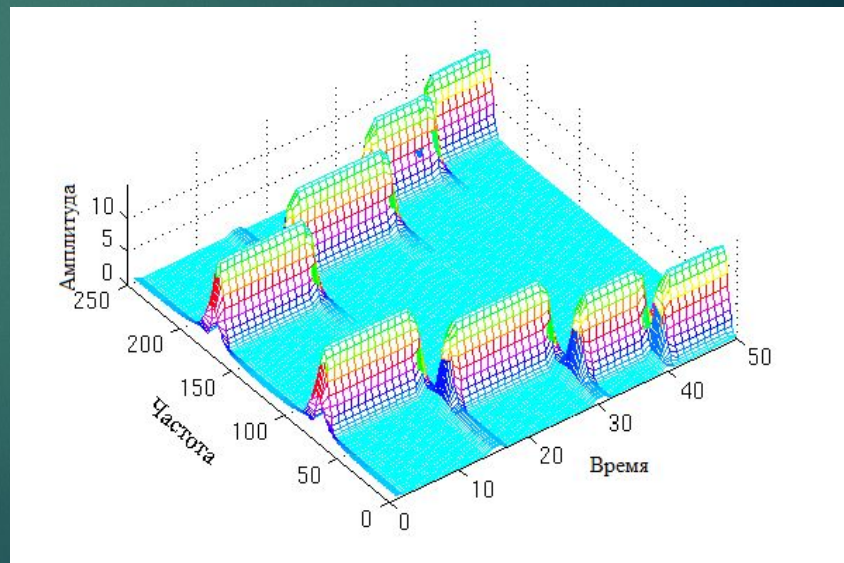
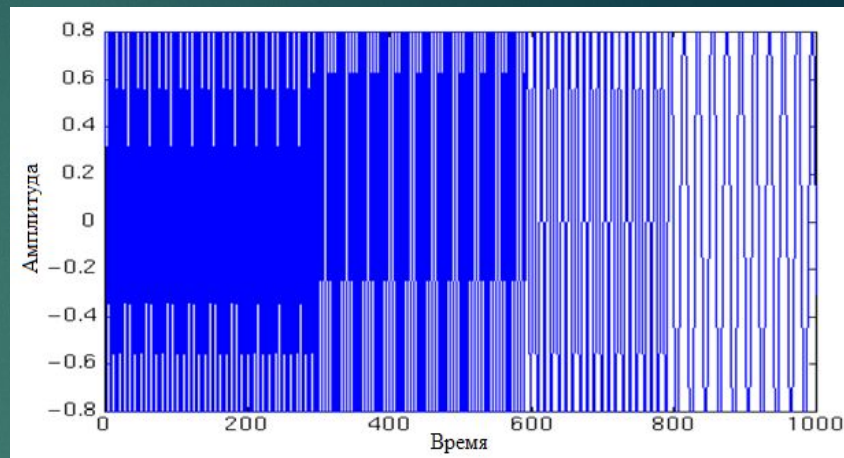
Ранее для нестационарных сигналов использовалось ОПФ.

Здесь можно получить и частотно-временное представление сигнала.

ОПФ для нестационарного сигнала

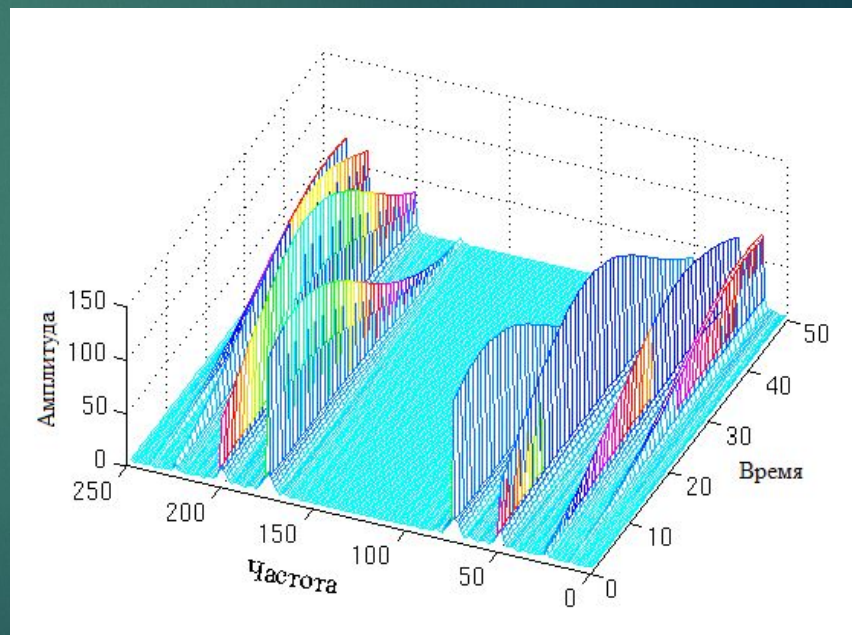
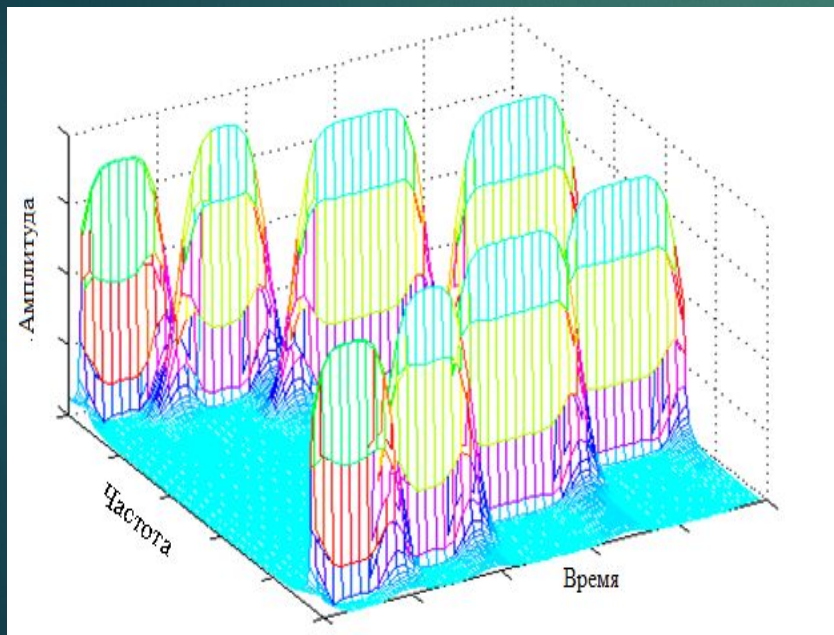
Этот сигнал является стационарным каждые 250мс (на первом отрезке длиной 250мс он имеет частоту 300Гц, на втором — 200Гц, на третьем — 100Гц и на четвертом — 50Гц).

Трехмерный (время, частота и амплитуда) график оконного преобразования Фурье будет иметь следующий вид:



ОПФ для нестационарного сигнала

Тот же график, но с другим разрешением:



Вейвлет-преобразование.

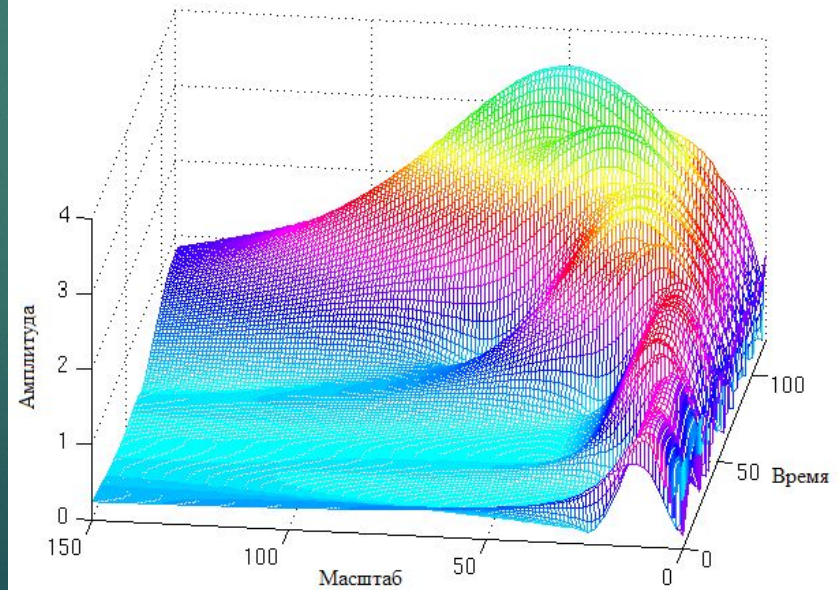
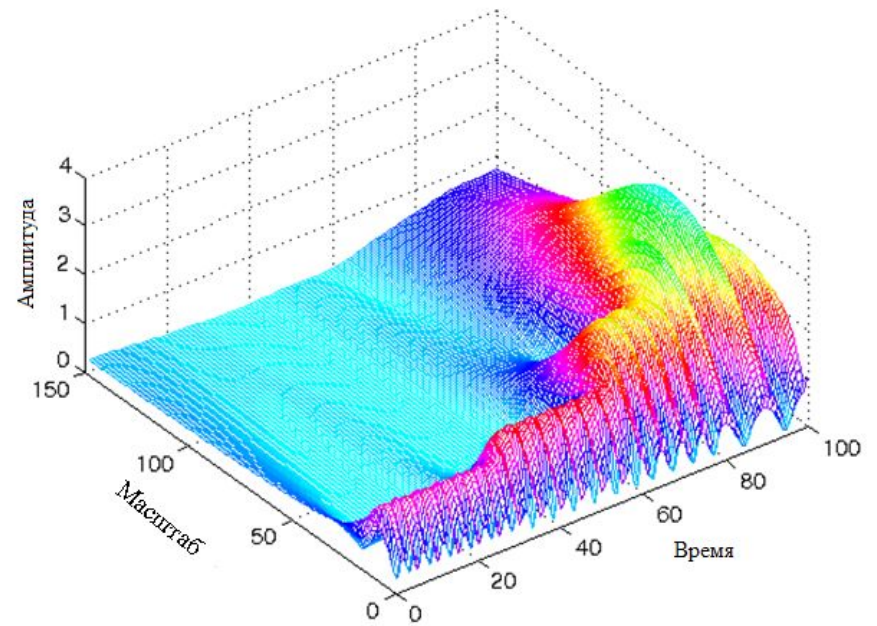
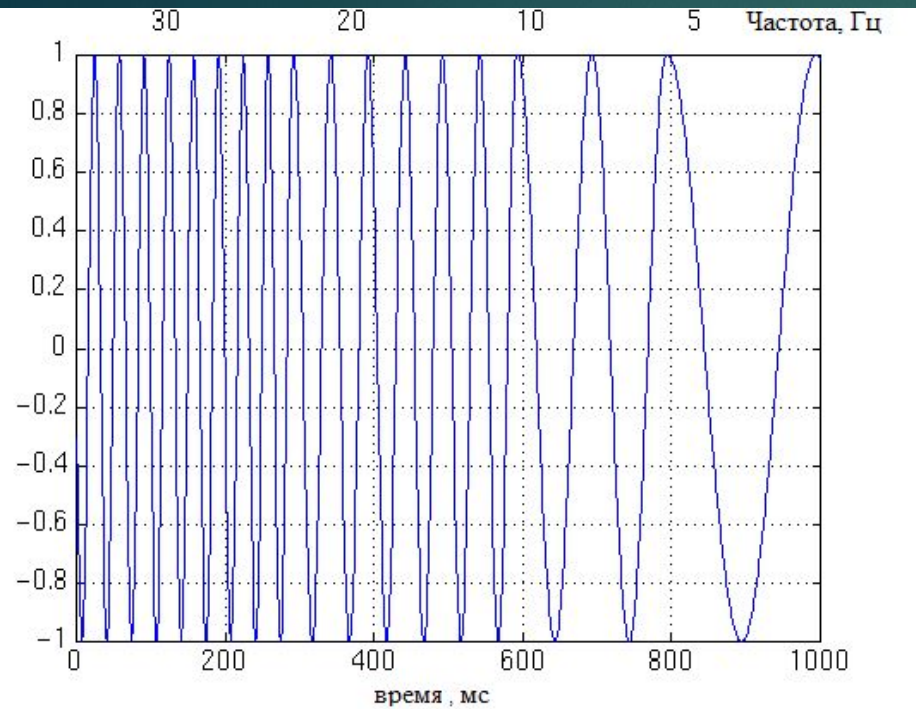
$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int x(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt$$

Материнских вейвлетов используется немного:

- вейвлет Хаара
- вейвлет Добеши
- вейвлеты Гаусса
- вейвлет Мейера
- вейвлет Морле
- вейвлет Пауля
- вейвлет «Мексиканская шляпа»
- вейвлет Койфмана
- вейвлет Шеннона

τ — сдвиг, s — масштаб (видно из формулы)
 ψ — материнский вейвлет

Вейвлет-преобразование



На рисунках хорошо видно, что полученное вейвлет-преобразование является более детализированным по времени в области высоких значений масштаба (низких частот) и менее детализирована в области низких значений масштаба (высоких частот).

Абелевскую премию получил французский математик Ив Мейер за теорию вейвлетов

В 1970-х Мейер занимался гармоническим анализом. Это раздел математического анализа, в котором изучаются свойства функций с помощью представления их в виде рядов или интегралов Фурье.



Спасибо за внимание!

Источники:

Ну мне лень