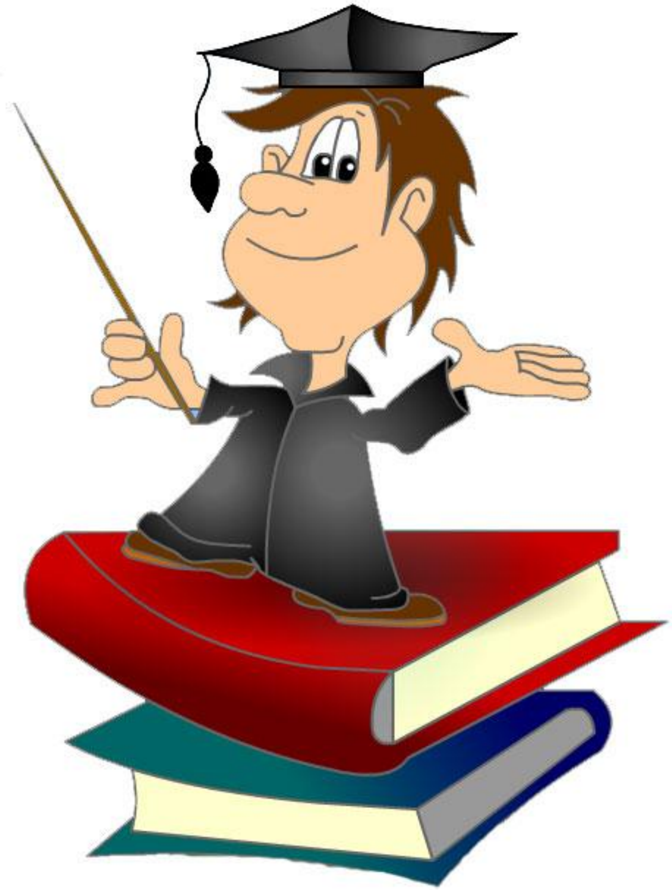
Целое уравнение и его корни



mathvideourok.moy.su

Уравнения у которых обе части целые выражения называют целыми уравнениями

$$Например: (x-1)^2 + x^5 = x^6 - 2(x-1)$$

$$\frac{x^4-1}{4} - \frac{x^2+1}{2} = 3x^2$$

Если уравнение с одной переменной записано в виде P(x)=0, где P(x)- многочлен стандартного вида , то степень этого многочлена называют степенью уравнения.

$$1)\,x^6 - 2x^3 + 1 + x^5 = x^6 - 2x + 2$$

$$x^6 - 2x^3 + 1 + x^5 - x^6 + 2x - 2 = 0$$

$$x^5 - 2x^3 + 2x - 1 = 0 - \textit{уравнение } V \textit{ степени}$$

$$2)\,x^4 - 1 - 2(x^2 + 1) = 12x^2$$

$$x^4 - 1 - 2x^2 - 2 - 12x^2 = 0$$

$$x^4 - 14x^2 - 3 = 0 - \textit{уравнение } IV \textit{ степени}$$

уравнение I степени имеет стандартный вид

$$ax + в = 0$$

оно имеет 0 *или* 1 *корень*

уравнение II степени имеет стандартный вид

$$ax^2 + вx + c = 0$$

оно имеет 0,1 *или* 2 *корня*

уравнение III степени имеет стандартный вид

$$ax^3 + вx^2 + cx + d = 0$$

оно имеет 0,1,2 *или* 3 *корня*

уравнение IV степени имеет стандартный вид

$$ax^4 + вx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

оно имеет $0, 1, 2, 3$ *или 4 корня*

и так далее

$1)$ *Решите уравнение:*

$$x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0$$

$$x^2(x-8) - (x-8) = 0$$

$$(x-8)(x^2-1) = 0$$

$$x - 8 = 0; \qquad x^2 - 1 = 0$$

$$x = 8 \qquad x^2 = 1$$

$$x_1 = 1; x_2 = -1$$

Ответ$: 8; \pm 1$

Уравнение вида $ax^4 + вx^2 + c = 0$ *называют биквадратным уравнением (дважды квадратным)*

$$2)\, x^4 + x^2 - 20 = 0 \qquad \text{Пусть } x^2 = m$$

$$m^2 + m - 20 = 0$$

$$Д = в^2 - 4ac = 1 + 80 = 81 > 0 (2к)$$

$$m_{1;2} = \frac{-в \pm \sqrt{Д}}{2a} = \frac{-1 \pm 9}{2} \qquad m_1 = -5; m_2 = 4$$

$$1)\, \text{если } m = -5 \quad x^2 = -5 \qquad 2)\, \text{если } m = 4 \quad x^2 = 4$$

корней нет

$$x_1 = 2, x_2 = -2$$

$$Ответ: \pm 2$$

$$3)(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)=120$$

$$Пусть \quad x^2-5x=z$$

$$(z+4)(z+6)=120$$

$$z^2+6z+4z+24-120=0$$

$$z^2+10z-96=0$$

$$\frac{Д}{4}=к^2-ac= \; 25+96=121>0(2к)$$

$$z_{1;2}=\frac{-к\pm\sqrt{\frac{Д}{4}}}{a}= \; \frac{-5\pm 11}{1}$$

$$z_1=-16; z_2=6$$

$1)если \quad z_1 = -16 \qquad x^2 - 5x = -16$

$$x^2 - 5x + 16 = 0$$

$Д = в^2 - 4ac = 25 - 64 < 0$ *корней нет*

$2)если \quad z = 6 \qquad x^2 - 5x = 6$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$Д = в^2 - 4ac = 25 + 24 = 49 > 0 (2к)$$

$$x_{1;2} = \frac{-в \pm \sqrt{Д}}{2a} = \frac{5 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 6, x_2 = -1$$

Ответ$: 6; -1.$

$$4)\,x(x-1)(x-2)(x-3)=24$$

$$(x^2-3x)(x^2-2x-x+2)=24$$

$$(x^2-3x)(x^2-3x+2)=24$$

Пусть $x^2-3x=n$

$$n(n+2)=24$$

$$n^2+2n-24=0$$

$$\frac{Д}{4}=к^2-ac=1+24=25>0(2к)$$

$$n_{1;2}=\frac{-к\pm\sqrt{\frac{Д}{4}}}{a}=\frac{-1\pm5}{1}$$

$$n_1=-6$$

$$n_2=4$$

$1)\text{если } n=-6, \text{то} \qquad x^2-3x=-6$

$x^2-3x+6=0$

$Д=в^2-4ac=9-24<0 \text{ корней нет}$

$2)\text{если } n=4, \text{то} \qquad x^2-3x=4$

$x^2-3x-4=0$

$Д=в^2-4ac=9+16=25>0 (2к)$

$$x_{1;2}=\frac{-в\pm\sqrt{Д}}{2a}=\frac{3\pm 5}{2}$$

$x_1=4; x_2=-1 \qquad Ответ: 4; -1$