

Государственное учреждение образования
«Гимназия №1 г.Слонима»



Решение задач с помощью геометрии

КРОТ ЕВГЕНИЙ
РИСУНОВА ЕКАТЕРИНА

Решение задач с помощью геометрии



Цель

- Выявление преимуществ геометрических и графических методов решения алгебраических задач.

Задачи

- Систематизировать теоретический материал, используемый при решении геометрических задач.
- Рассмотреть примеры решения текстовых задач различными способами.
- Установить какие виды текстовых задач эффективно решать при помощи геометрии.

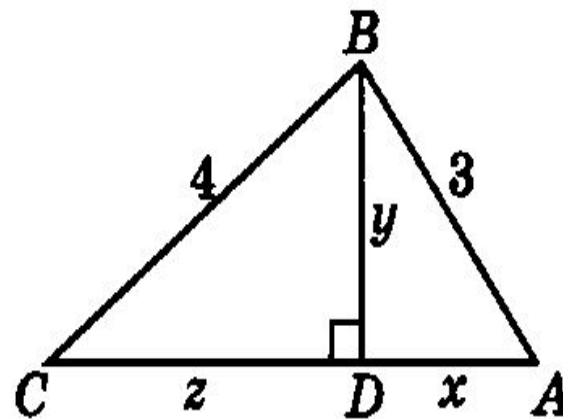
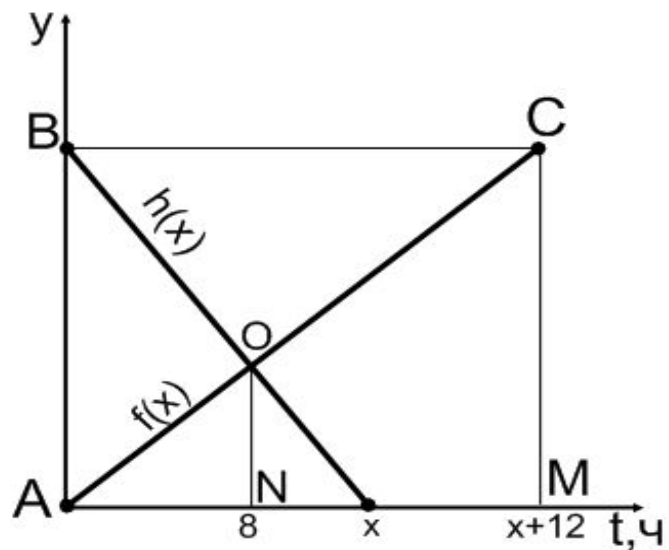
Решение задач с помощью геометрии



Гипотеза

- **Объект исследования:**
алгебраические задачи,
текстовые задачи
- **Предмет исследования:**
изучение
геометрических и
графических методов
решения задач .
- Можно предположить, что геометрические и графические методы позволяют наглядно продемонстрировать решение алгебраической задачи.

Решения задач





Задача 1

Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 ч быстрее товарного и на 1 ч быстрее пассажирского. Известно, что скорость товарного поезда составляет $\frac{5}{8}$ скорости пассажирского поезда и на 50 км/ч меньше скорости скорого поезда. Найти скорости

- Пусть s км – расстояние между городами,
- x км/ч – скорость пассажирского поезда,
- $\left(\frac{5}{8}x\right)$ км/ч скорость товарного поезда,
- $\left(\frac{5}{8}x + 50\right)$ км/ч скорость скорого поезда.
- Время за которое скорый, пассажирский и товарный поезда проходят расстояние между городами:
$$t_1 = \frac{s}{\frac{5}{8}x + 50}, t_2 = \frac{s}{x}, t_3 = \frac{s}{\frac{5}{8}x} = \frac{8s}{5x}$$

и $t_3 - t_1 = 4, t_2 - t_1 = 1.$

Задача 1



- Получили систему уравнений:

$$\bullet \begin{cases} \frac{8s}{5x} - \frac{8s}{5x+400} = 4, \\ \frac{s}{x} - \frac{8s}{5x+400} = 1. \end{cases}$$

- Обозначим $\frac{s}{x} = a$, $\frac{8s}{5x+400} = b$, имеем:

$$\bullet \begin{cases} \frac{8}{5}a - b = 4, \\ a - b = 1, \end{cases} \begin{cases} a = 5, \\ b = 4. \end{cases}$$



Следовательно
$$\begin{cases} \frac{s}{x} = 5, \\ \frac{8s}{5x+400} = 4. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получаем:
$$\begin{cases} x = 80, \\ s = 400. \end{cases}$$

Значит, скорость

пассажирского поезда – 80 км/ч,

товарного – 50 км/ч,

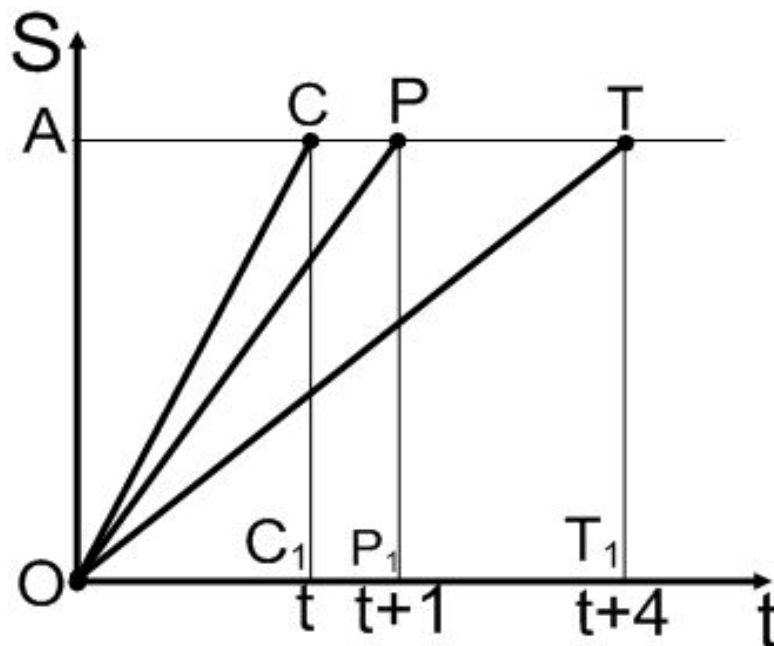
скорого – 100 км/ч.

Ответ: 80 км/ч, 50 км/ч, 100 км/ч.

Задача 1

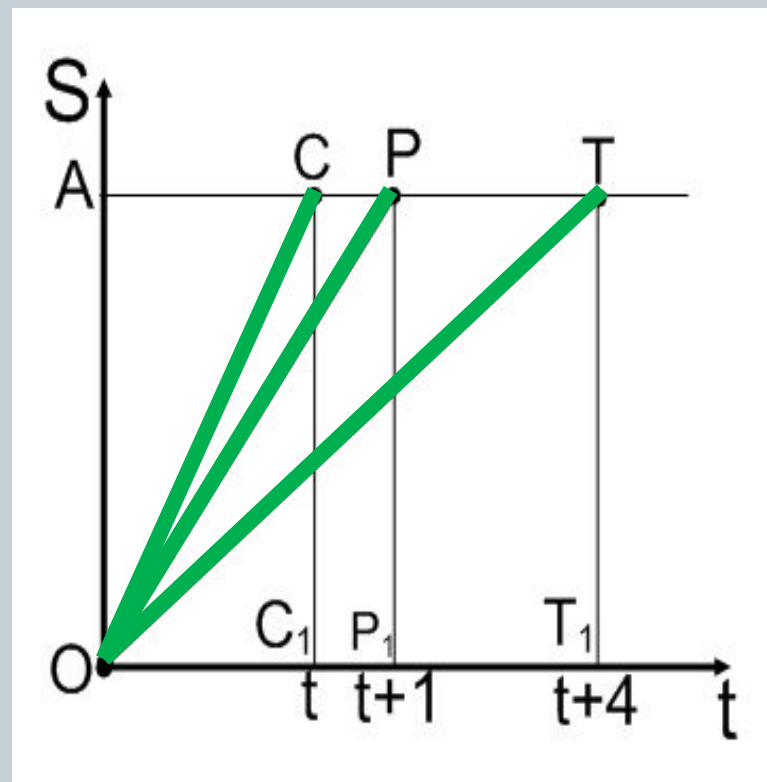
Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 ч быстрее товарного и на 1 ч быстрее пассажирского. Известно, что скорость товарного поезда составляет $\frac{5}{8}$ скорости пассажирского поезда и на 50 км/ч меньше скорости скорого поезда. Найти скорости поездов.

● Решение 2.



- OA – расстояние между городами,
- OC , OP , OT – графики движения скорого, пассажирского и товарного поездов.
- OC_1 , OP_1 , OT_1 – время движения скорого, пассажирского и товарного поездов.

- Скорости поездов:
- Скорого – v_c ,
 пассажирского – v_p ,
 товарного – v_t
- Скорости равны тангенсам углов наклона ОС, ОР, ОТ к оси t , $v_c = \frac{s}{t}$,
 $v_p = \frac{s}{t+1}$, $v_t = \frac{s}{t+4}$.



- По условию задачи

$$v_t = \frac{5}{8}v_p, v_c = v_t + 50,$$

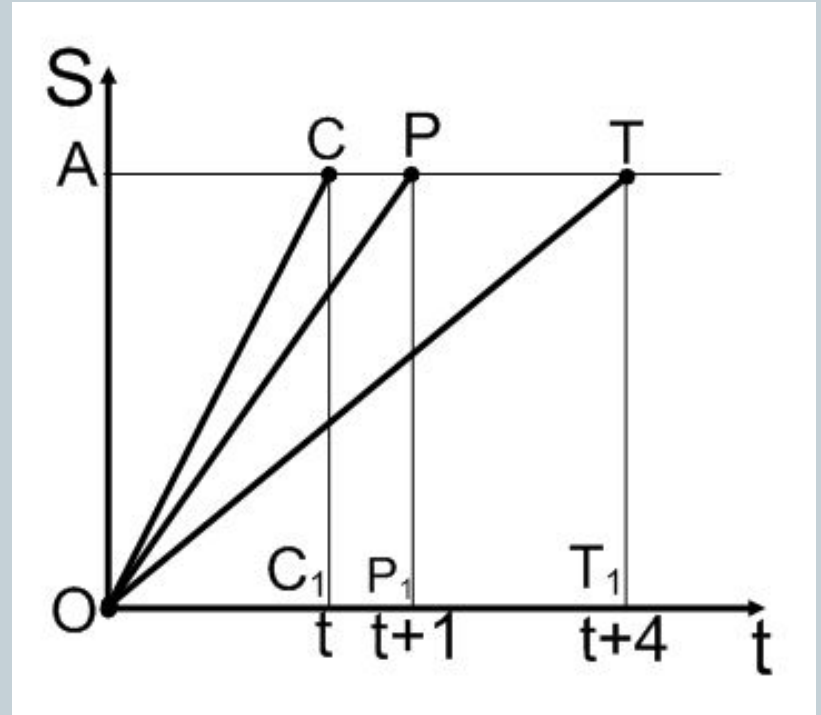
отсюда получаем

- $\frac{5s}{8t+1} = \frac{s}{t+4},$
- $t = 4$ и $\frac{s}{4} = \frac{s}{8} + 50, s = 400.$

$$v_c = \frac{100\text{км}}{\text{ч}}, v_p = 80 \frac{\text{км}}{\text{ч}},$$

$$v_t = \frac{50\text{км}}{\text{ч}}.$$

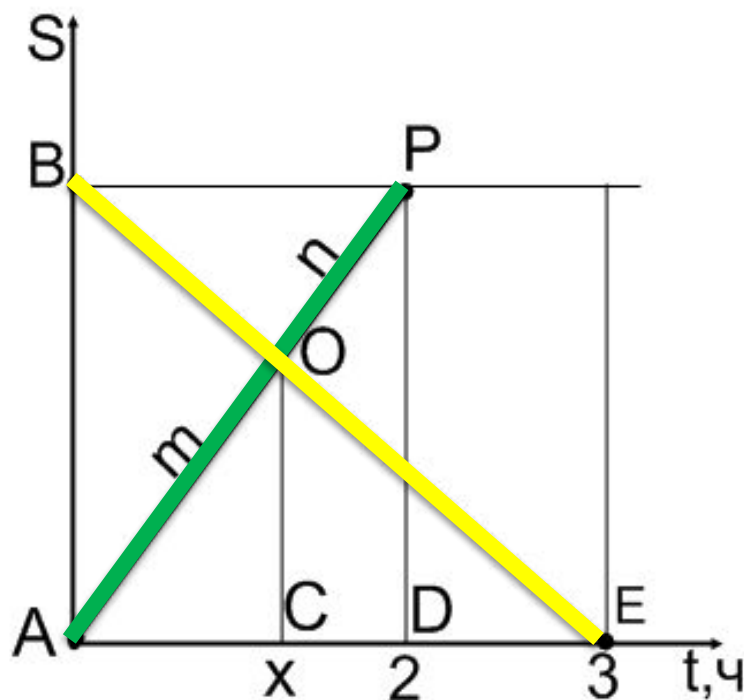
Ответ: 80 км/ч, 50 км/ч, 100 км/ч.



Задача 2 (№ 6.4.7).

Расстояние AB пассажирский поезд проходит за 2 ч, а электропоезд – за 3 ч. Из пункта A в пункт B отправился пассажирский поезд и одновременно из пункта B в пункт A – электропоезд. Через какое время после встречи электропоезд придет в пункт A .

- AP – график движения пассажирского поезда,
- BE – график движения электропоезда.
- Пусть x ч – время встречи поездов.



- $\triangle BOP \sim \triangle EOA$, значит

$$\frac{BP}{AE} = \frac{OP}{OA} = \frac{n}{m}, \frac{2}{3} = \frac{n}{m}.$$

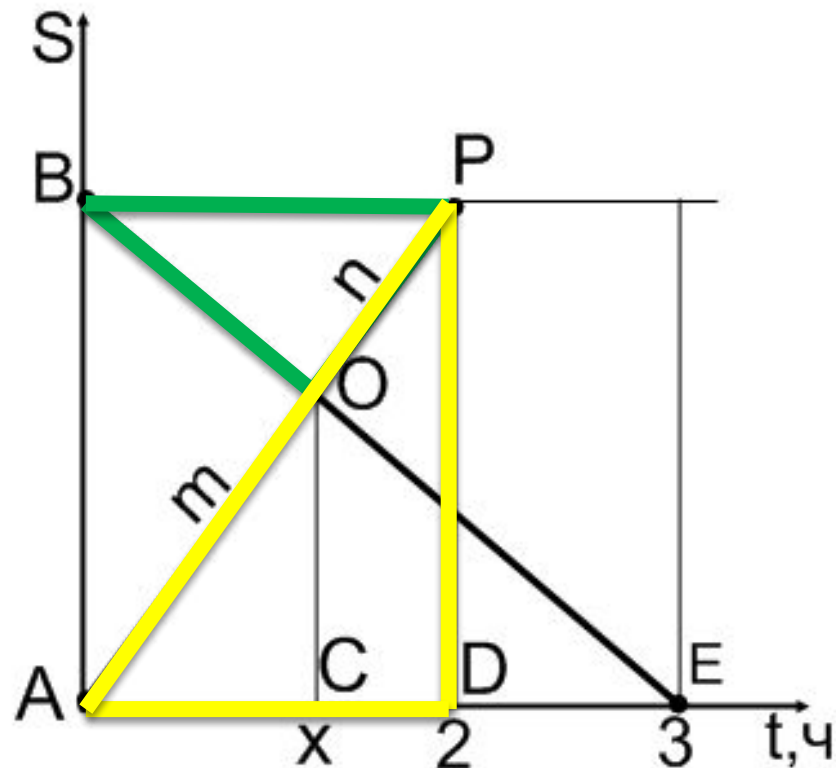
- В $\triangle APD$ по теореме

Фалеса $\frac{OP}{OA} = \frac{CD}{AC} = \frac{2-x}{x}.$

$$\frac{2}{3} = \frac{2-x}{x}$$

- $x = \frac{6}{5}$

Через $3 - 1\frac{1}{5} = 1\frac{4}{5}$ ч после встречи электропоезд прибудет в пункт А.



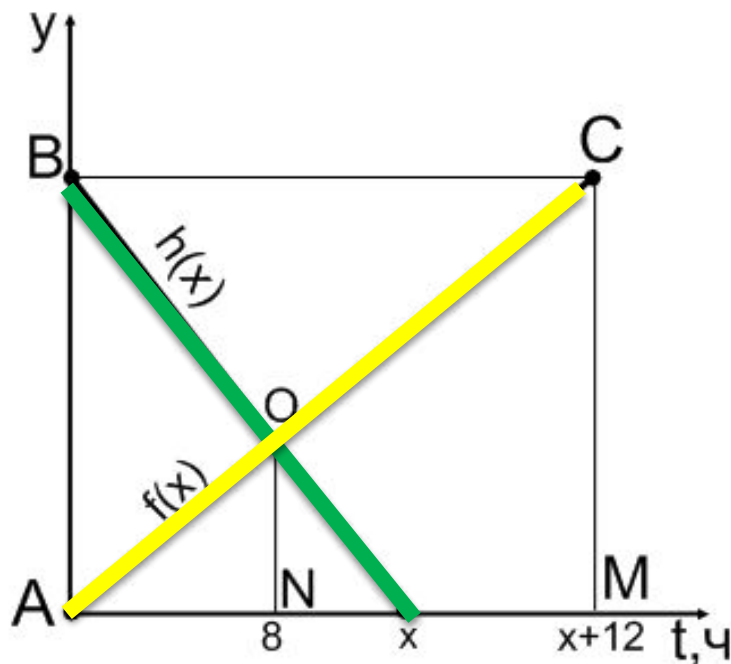
Ответ: $1\frac{4}{5}$ ч.

Задача 3 (№ 6.4.34).

Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За сколько часов может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это нужно на 12 ч больше, чем первой?

Решение.

- Пусть $h(x)$ и $f(x)$ – зависимость объема выполненной работы от времени первой и второй бригадами соответственно.



Пусть x ч – время выполнения
 всей работы первой бригады,
 $(x + 12)$ ч – время выполнения
 работы второй бригадой.
 Длина отрезка AB – количество
 всей работы.

Из $\triangle ABD \sim \triangle NOD$ следует

$$\frac{ON}{AB} = \frac{x-8}{x}$$

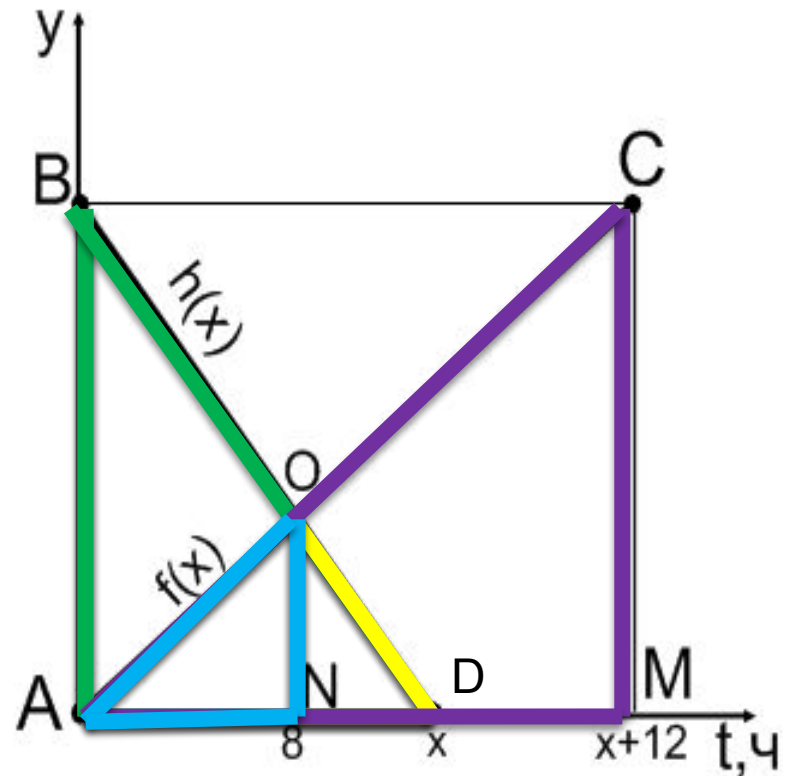
$\triangle ACM \sim \triangle AON$, где $AB = CM$,

получим $\frac{ON}{CM} = \frac{ON}{AB} = \frac{8}{x+12}$

$$\frac{8}{x+12} = \frac{x-8}{x} \Rightarrow x=12$$

$$12 + 12 = 24(\text{ч}).$$

Ответ: 12 ч, 24 ч.



Заключение



- ▣ ПРИБЛИЖИТЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ МОЖНО ПОСТРОИТЬ ГРАФИКИ ДВИЖЕНИЯ (КАК ГРАФИКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ) И РАССМОТРЕТЬ СВОЙСТВА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР (ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ, ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТАНГЕНСОВ).
- ▣ ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ЭФФЕКТИВНО В СЛУЧАЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТЬЮ И В ЗАДАЧАХ НА СОВМЕСТНУЮ РАБОТУ.
- ▣ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СПОСОБ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ПОЗВОЛЯЕТ УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ ПРЕДСТАВИТЬ НАГЛЯДНО: РАССМОТРЕВ ТРАЕКТОРИЮ ДВИЖЕНИЯ, ЗАВИСИМОСТЬ РАБОТЫ ОТ ВРЕМЕНИ; ПОЗВОЛЯЕТ БОЛЕЕ ПРОСТО, ЛАКОНИЧНО С МИНИМАЛЬНЫМИ ВРЕМЕННЫМИ ЗАТРАТАМИ РЕШИТЬ ЗАДАЧУ.

Спасибо за внимание!

