Умножение матрицы на число

Презентация Поляковой Валерии, 15-60, ИПП

Преподаватель: доц. Светлаков Алексей Николаевич

Что такое матрица?

- Это математический объект, записываемый в виде прямоугольной таблицы элементов кольца или поля (например, целых, действительных или комплексных чисел), которая представляет собой совокупность строк и столбцов, на пересечении которых находятся её элементы. Количество строк и столбцов матрицы задает размер матрицы. Хотя исторически рассматривались, например, треугольные матрицы, в настоящее время говорят исключительно о матрицах прямоугольной формы, так как они являются наиболее удобными и общими.
- Матрицы широко применяются в математике для компактной записи систем линейных алгебраических или дифференциальных уравнений. В этом случае количество строк матрицы соответствует числу уравнений, а количество столбцов — количеству неизвестных. В результате решение систем линейных уравнений сводится к операциям над матрицами.
- Для матрицы определены следующие алгебраические операции:
  - сложение матриц, имеющих один и тот же размер;
  - умножение матриц подходящего размера (матрицу, имеющую n столбцов, можно умножить справа на матрицу, имеющую n строк);
  - в том числе умножение на матрицу вектора (по обычному правилу матричного умножения; вектор является в этом смысле частным случаем матрицы);
  - умножение матрицы на элемент основного кольца или поля (то есть скаляр).

Столбец №2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 9 \\ 2 & -7 & 11 & 5 \\ -9 & 4 & 25 & 84 \\ 3 & 12 & -5 & 58 \end{pmatrix} \qquad M_{32} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 9 \\ 2 & 11 & 5 \\ 3 & -5 & 58 \end{vmatrix}$$

Строка №3

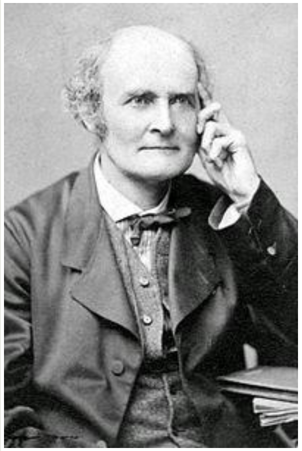
$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -5 & 4 & -7 \\ 6 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

$$B^T = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 6 \\ 0 & 4 & -4 \\ -2 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

История

- Впервые матрицы упоминались ещё в древнем Китае, называясь тогда «волшебным квадратом».
- Основным применением матриц было решение линейных уравнений. Также волшебные квадраты были известны чуть позднее у арабских математиков, примерно тогда появился принцип сложения матриц.
- После развития теории определителей в конце 17-го века, Габриэль Крамер начал разрабатывать свою теорию в 18-м столетии и опубликовал «правило Крамера» в 1751 году.
- Примерно в этом же промежутке времени появился «метод Гаусса».
- Теория матриц начала своё существование в середине XIX века в работах Уильяма Гамильтона и Артура Кэли. Фундаментальные результаты в теории матриц принадлежат Вейерштрассу, Жордану, Фробениусу. Термин «матрица» ввел Джеймс Сильвестр в 1850 г.



- Умножение матрицы A на число λ϶K заключаетс в построении матрицы $\lambda A(\lambda a_{ij})$.

$$\lambda \cdot A = \begin{pmatrix} \lambda \cdot a_{11} & \lambda \cdot a_{12} & \cdots & \lambda \cdot a_{1n} \\ \lambda \cdot a_{21} & \lambda \cdot a_{22} & \cdots & \lambda \cdot a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \lambda \cdot a_{p1} & \lambda \cdot a_{p2} & \cdots & \lambda \cdot a_{pn} \end{pmatrix}$$

Свойства умножения матрицы на число

- 1. $1*A = A$;
- $\Theta*A = \Theta$, где Θ-нулевая матрица
- 2. $(\lambda\beta)*A = \lambda*(\beta A)$
- 3. $(\lambda+\beta)*A = \lambda A + \beta A$
- 4. $\lambda*(A+B) = \lambda A + \lambda B$

Примеры

Пример 1.

Найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$ и числа 5.

Решение:

$$5\cdot A = 5\cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\cdot 4 & 5\cdot 2 \\ 5\cdot 9 & 5\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 45 & 0 \end{pmatrix}$$

Пример 2

найти произведение матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ и числа (-2).

Решение:

$$(-2)\cdot A = (-2)\cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2)\cdot 2 & (-2)\cdot(-2) \\ (-2)\cdot(-1) & (-2)\cdot 0 \\ (-2)\cdot 5 & (-2)\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & 0 \\ -10 & 2 \end{pmatrix}$$

Применение

- В физике и других прикладных науках матрицы – являются средством записи данных и их преобразования. В программировании – в написании программ. Они еще называются массивами. Широко применение и в технике. Например, любая картинка на экране – это двумерная матрица, элементами которой являются цвета точек.
- В психологии понимание термина сходно с данным термином в математике, но взамен математических объектов подразумеваются некие "психологические объекты" – например, тесты.
- Кроме того, матрицы имеет широкое применение в экономике, биологии, химии и даже в маркетинге.

```
          arr←5 'apl' mat
      arr
5  apl    1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
         11 12 13 14 15 16 17 18 19  20
         21 22 23 24 25 26 27 28 29  30
         31 32 33 34 35 36 37 38 39  40
         41 42 43 44 45 46 47 48 49  50
         51 52 53 54 55 56 57 58 59  60
         61 62 63 64 65 66 67 68 69  70
         71 72 73 74 75 76 77 78 79  80
         81 82 83 84 85 86 87 88 89  90
         91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
          arr[2]
 apl
         (2 2⊃arr)←'k'
        (3 (10 10)⊃arr)←999
         arr
5  akl    1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
         11 12 13 14 15 16 17 18 19  20
         21 22 23 24 25 26 27 28 29  30
         31 32 33 34 35 36 37 38 39  40
         41 42 43 44 45 46 47 48 49  50
         51 52 53 54 55 56 57 58 59  60
         61 62 63 64 65 66 67 68 69  70
         71 72 73 74 75 76 77 78 79  80
         81 82 83 84 85 86 87 88 89  90
         91 92 93 94 95 96 97 98 99 999
```

Список литературы

- Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М.: Мир, 1969.
- Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа (в двух частях). — М.: Физматлит, 2005.
- Кричевец А.Н., Шикин Е.В., Дьячков А.Г. Математика для психологов. – М.: ФЛИНТА, 2013
- Курош А. Г. Курс высшей алгебры. (9-е изд.) — М.: Наука, 1968
- Светлаков А.Н. – видеолекции с сайта http://mathdialogue.livejournal.com/

Спасибо за внимание!