

Учебно-тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ

Применение производной

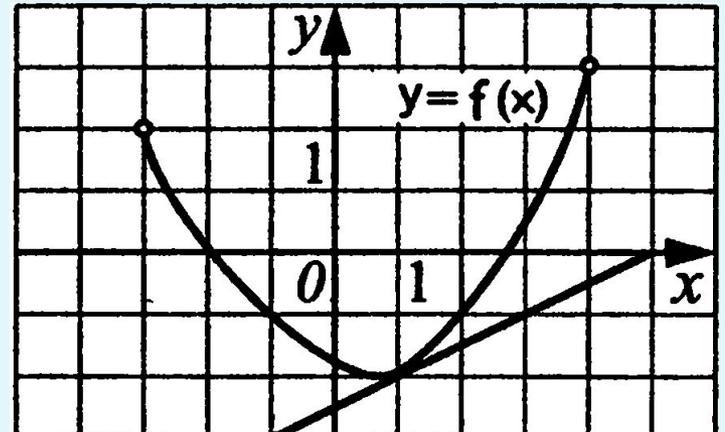


МОУ ВСОШ №7
Бессонова Т.Д.

г. Мурманск
2009

Задание 1

В2 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображен её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = 1$



Решение задания 1

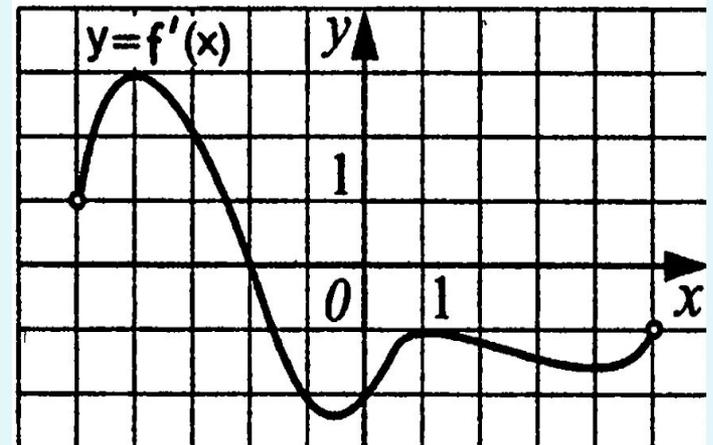
В данном примере на рисунке по условию задачи изображена касательная к графику

$y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$. Из рисунка видим, что эта касательная проходит через точки с координатами $(1; -2)$ и $(5; 0)$, поэтому её угловой коэффициент равен $\frac{0 - (-2)}{5 - 1} = \frac{2}{4} = 0,5$

$$f'(x_0) \leftarrow f'(1) = k = 0,5$$

Задание 2

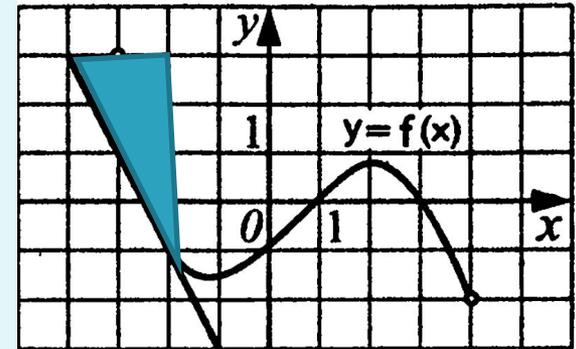
В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 5)$. На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наибольшее значение.



Решение: Из рисунка к условию, следует, что $f'(x) > 0$ при $x \in (-5; -2)$ и $f'(x) < 0$ при $x \in (-2; 5)$. Поэтому до точки $x = -2$ функция $f(x)$ возрастает, а после точки $x = -2$ — убывает. Следовательно, наибольшее значение $f(x)$ достигается при $x = -2$.

Задание 3

В2 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x_0 = -2$. Вычислите значение производной $f'(x)$ в точке $x_0 = -2$



Решение:

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = k$$

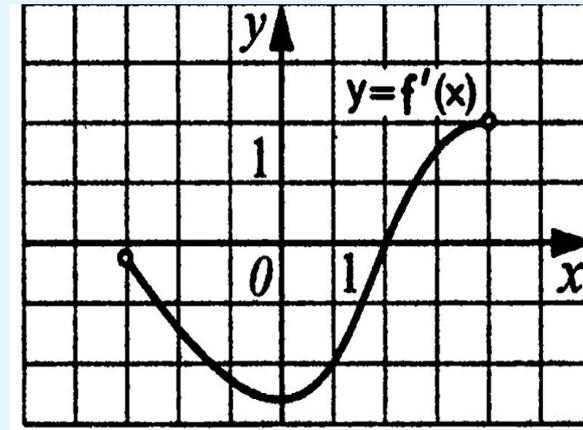
$$y = 4; x = -2$$

$$f'(x) = \frac{4}{-2} = -2$$

Ответ : -2

Задание 4

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 4)$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точку x_0 , в которой функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение.

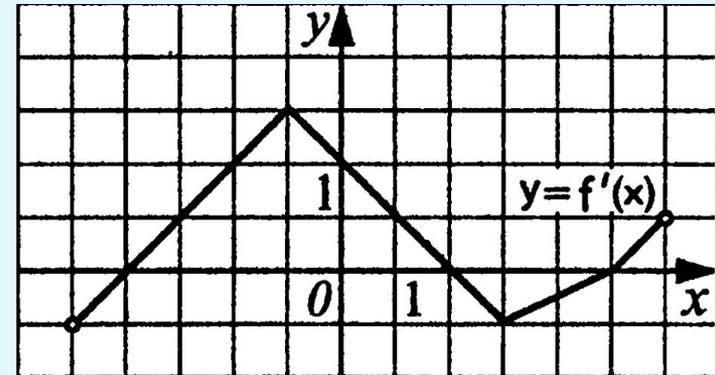


Задание 5

В2 Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $A(-2; 2)$. Вычислите $f'(-2)$.

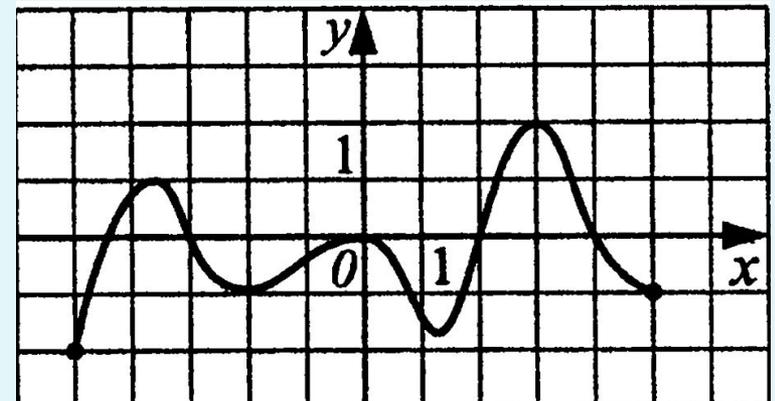
Задание 6

В5 Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 6)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите промежутки возрастания функции $y = f(x)$. В ответе укажите наименьшую из длин этих промежутков.



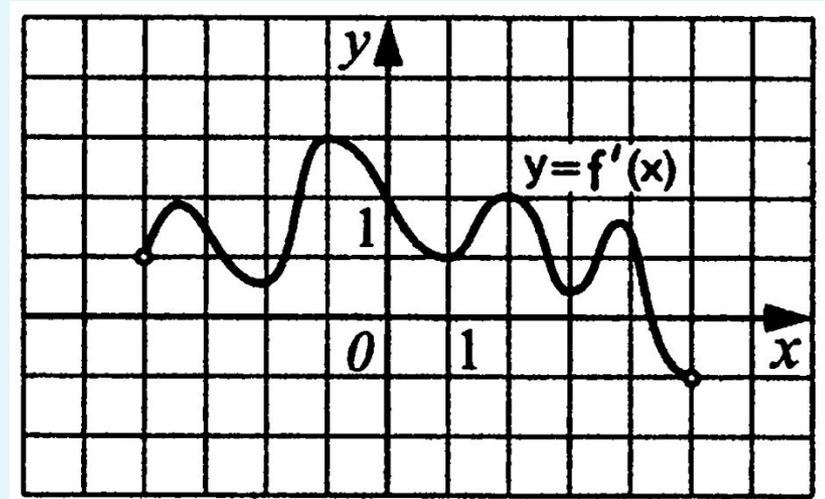
Задание 7

В2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ заданной на промежутке $[-5; 5]$. Пользуясь этим рисунком, найдите максимальную длину промежутка, на котором производная этой функции отрицательна.



Задание 8

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-4; 5)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите число касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны оси абсцисс.



Решение:

Если касательная параллельна оси абсцисс, то угол наклона касательной к положительному направлению оси Ox равен нулю. Следовательно

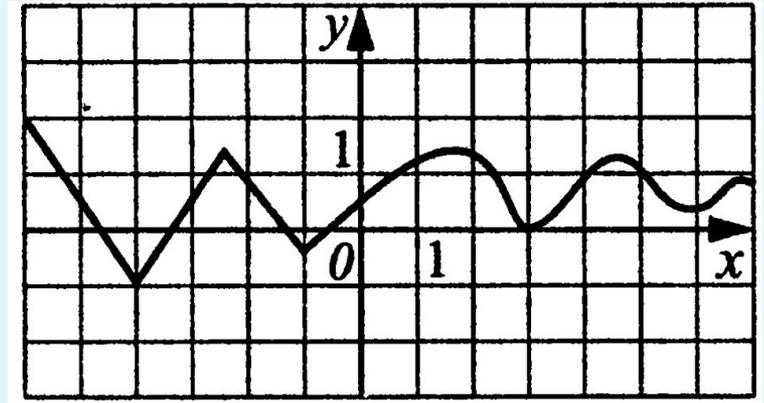
$$\operatorname{tg} \alpha = 0 \text{ и } f'(x) = 0.$$

Находим точки пересечения графика производной с осью Ox .

Ответ: 1

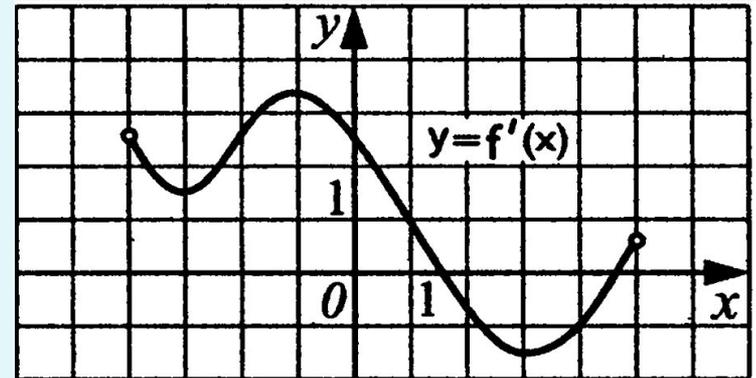
Задание 9

В2 На рисунке изображён участок графика функции $y = f(x)$. Пользуясь этим рисунком, найдите количество точек из промежутка $[-5; 5]$, в которых производная данной функции равна нулю.

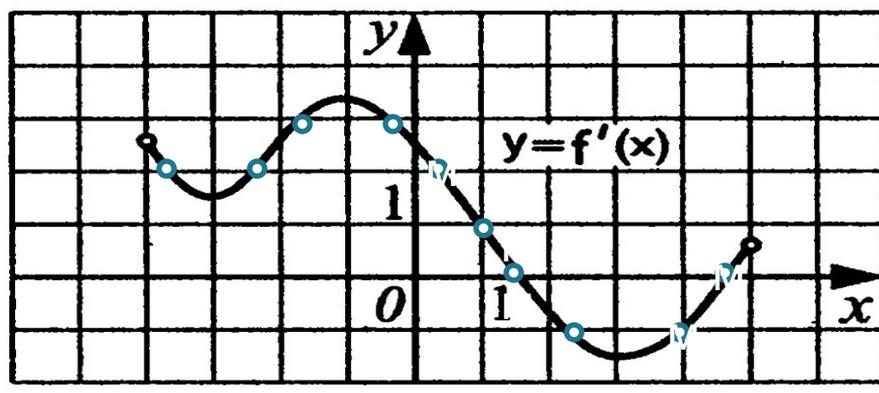


Задание 10

В5 Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-4; 5)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек, в которых угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ является целым числом.



Решение 10 задания

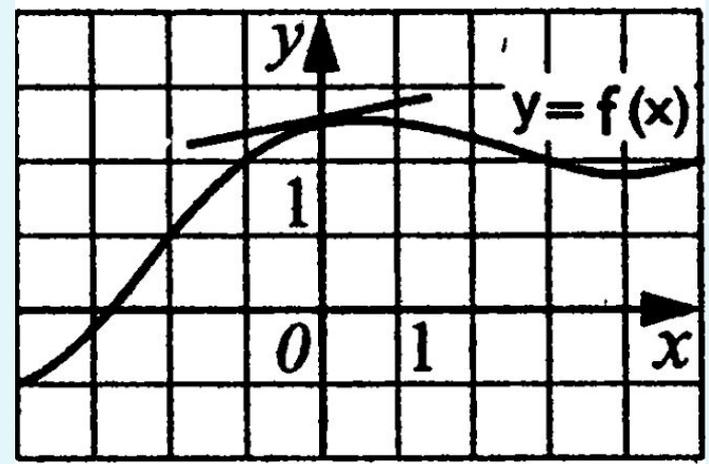


На рисунке изображен график производной функции. Угловым коэффициентом касательной к графику функции равен значению производной. Чтобы найти количество точек в которых угловым коэффициентом является целым число, нужно посчитать количество пересечений графика производной с прямыми, параллельными оси абсцисс, т.е. оси Ox . Таких пересечений 10.

Ответ: 10

Задание 11

В2 На рисунке изображены участки графика функции $y = f(x)$ и касательной к нему в точке с абсциссой $x = 0$. Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами $x = -2$ и $x = 3$. Используя это, найдите значение производной $f'(0)$.



Решение:

Прямая, проходящая через точки графика с абсциссами $x = -2$ и $x = 3$ имеет угловой коэффициент

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{3 - (-2)} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Следовательно данная прямая имеет угловой коэффициент $k = 0,2$, что равно значению производной в точке $x = 0$.

Ответ: 0,2

Задание 12

85 Известно, что прямая $y = 4x - 1$ является касательной к параболе $y = x^2 + c$. Найдите ординату точки касания данных прямой и параболы.

Решение:

Чтобы найти ординату точки касания данной прямой и параболы вспомним, что $k = f'(x_0)$, а по условию $k = 4$.

Найдем $f'(x_0) = (x^2 + c)' = 2x$, составим уравнение $2x = 4$, следовательно $x_0 = 2$

Парабола касается прямой в точке касания с абсциссой $x = 2$, найдем значение y из уравнения прямой:

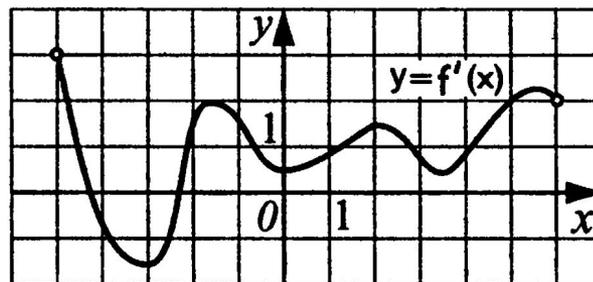
$$y = 4 \cdot 2 - 1 = 7$$

- Ответ: 7

Задания с 13 по 28 для
самостоятельной
работы

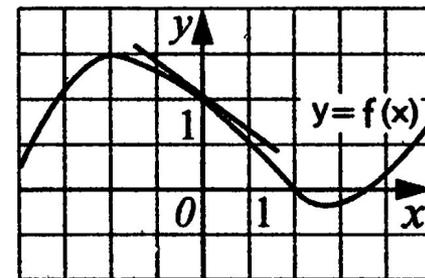
Задание 13

В5 Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 6)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек с целыми абсциссами, в которых функция $y = f(x)$ возрастает.



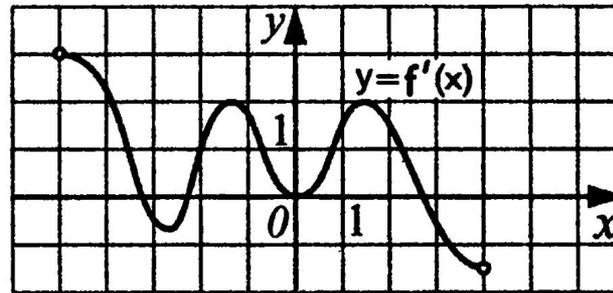
Задание 14

В2 На рисунке изображены участки графика функции $y = f(x)$ и касательной к нему в точке с абсциссой $x = 0$. Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами $x = -2$ и $x = 2$. Используя это, найдите значение производной $f'(0)$.



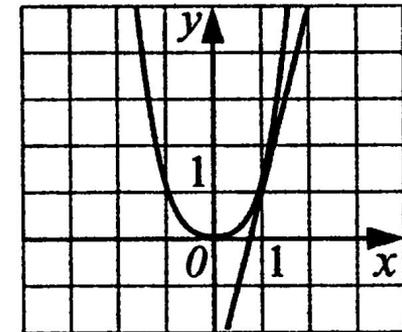
Задание 15

В5 Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-5; 4)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек с целыми абсциссами, в которых функция $y = f(x)$ убывает.



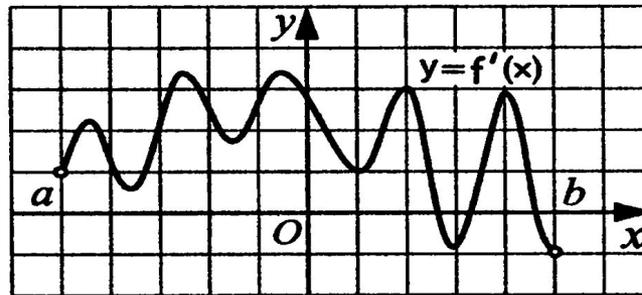
Задание 16

В2 На рисунке изображены участок графика функции $y = x^n$ и касательная к этому графику в точке с абсциссой $x = 1$. Используя данный рисунок, определите, чему равно n .



Задание 17

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(a; b)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Определите количество точек максимума функции $y = f(x)$ на промежутке $(a; b)$.

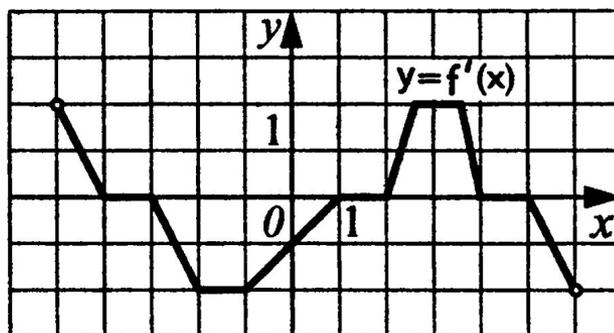


Задание 18

В2 Касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = 4$ проходит через точки $A(-2; -2)$ и $B(0; 1)$. Вычислите значение функции $f(x)$ при $x = 4$.

Задание 19

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 6)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков, на которых функция $y = f(x)$ постоянна.

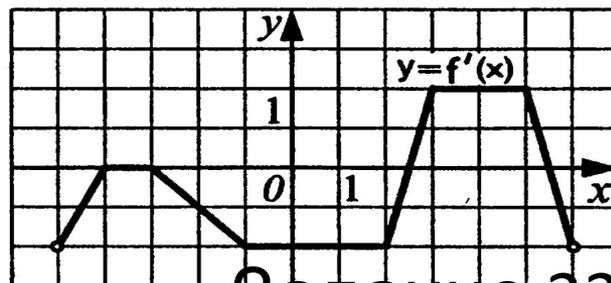


Задание 20

В2 Касательная к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = -7$ проходит через точки $A(-1; 1)$ и $B(7; 7)$. Вычислите значение функции $f(x)$ при $x = -7$.

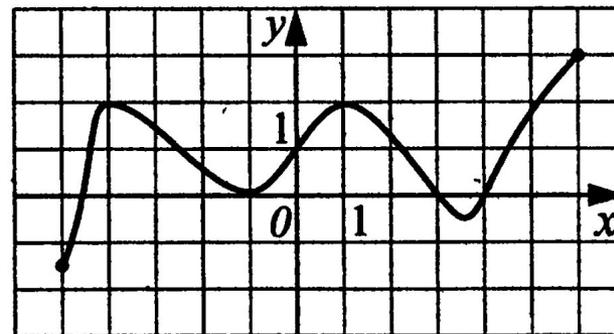
Задание 21

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 6)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите все промежутки, на которых функция $y = f(x)$ постоянна. В ответе укажите наибольшую из длин этих промежутков.



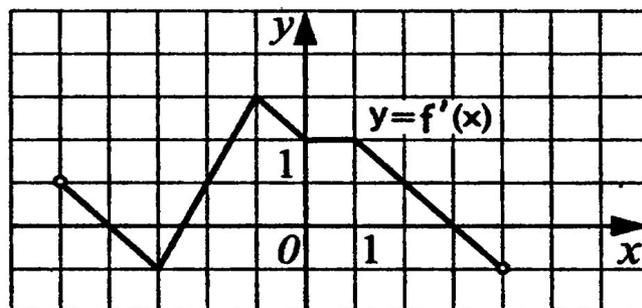
Задание 22

В2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-5; 6]$. Определите наименьшее расстояние между абсциссами точек графика, в которых производная функции $y = f(x)$ равна нулю.



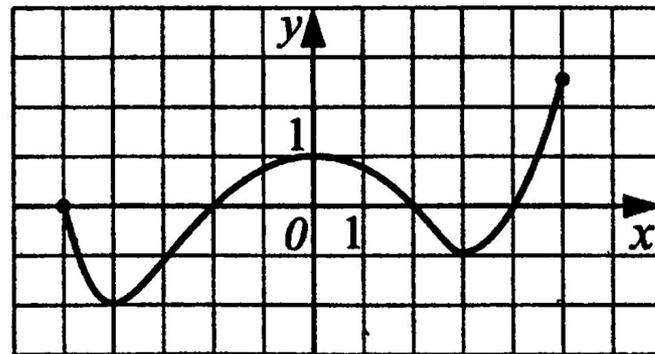
Задание 23

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 4)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. К графику функции $y = f(x)$ провели касательные во всех точках, абсциссы которых целые числа. Определите количество точек, в которых проведённые касательные имеют положительный угловой коэффициент.



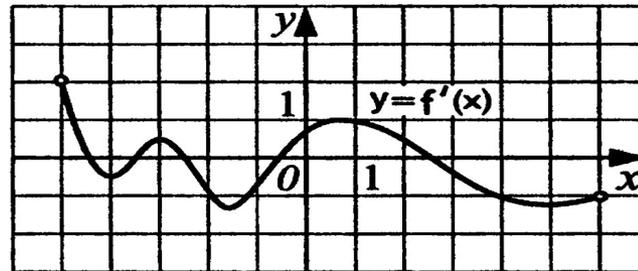
Задание 24

В2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $[-5; 5]$. Определите наибольшее расстояние между абсциссами точек графика, в которых производная функции $y = f(x)$ равна нулю.



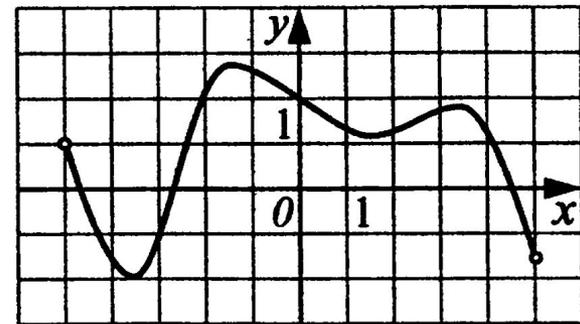
Задание 25

В5 Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 6)$. На данном ниже рисунке изображён график её производной. К графику функции $y = f(x)$ провели касательные во всех точках, абсциссы которых целые числа. Определите количество точек, в которых проведённые касательные имеют отрицательный угловой коэффициент.



Задание 26

В2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции отрицательна.

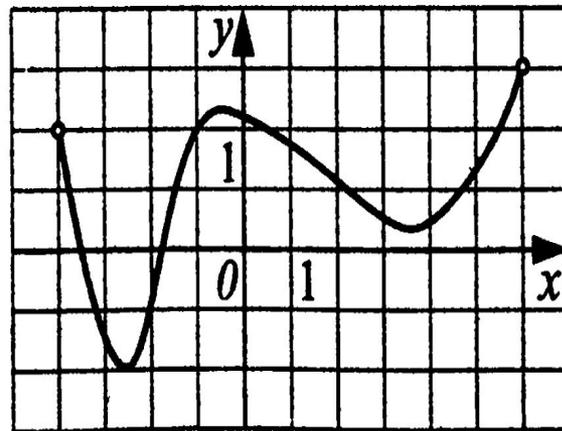


Задание 27

В5 Известно, что прямая $y = 2x + 3$ является касательной к параболе $y = 2x^2 + c$. Найдите значение коэффициента c данной параболы.

Задание 28

В2 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на интервале $(-4; 6)$. Найдите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции положительна.



ОТВЕТЫ

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|-----|----|----|---|----|---|---|---|---|----|-----|----|----|-------|
| 0,5 | -2 | -2 | 2 | -1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 10 | 0,2 | 7 | 8 | -0,75 |

| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|-----|----|
| 2 | 4 | 2 | 7 | 3 | -3,5 | 1 | 2 | 5 | 7 | 6 | 5 | 3,5 | 4 |



Литература

- МАТЕМАТИКА СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ПЛАНУ ЕГЭ 2009

Учебно-методическое пособие.

Под редакцией А. Г. Клово, Д. А. Мальцева; Ростов-на-Дону.

НИИ школьных технологий