

# Учебно-тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ

## Применение производной

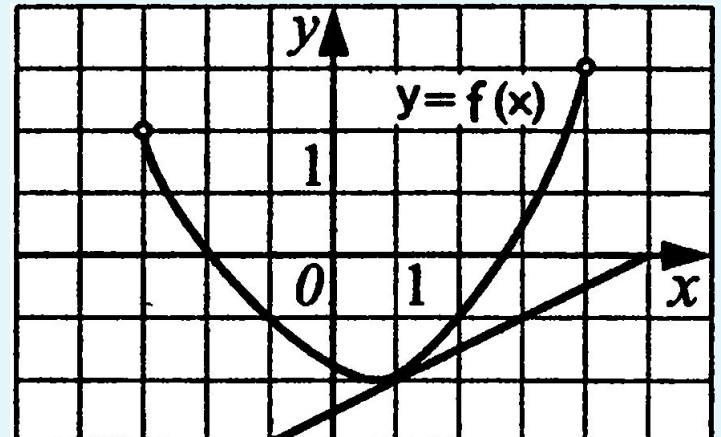


МОУ ВСОШ №7  
Бессонова Т.Д.

г. Мурманск  
2009

# Задание 1

В2 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 4)$ . На рисунке изображен её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ . Вычислите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0 = 1$



# Решение задания 1

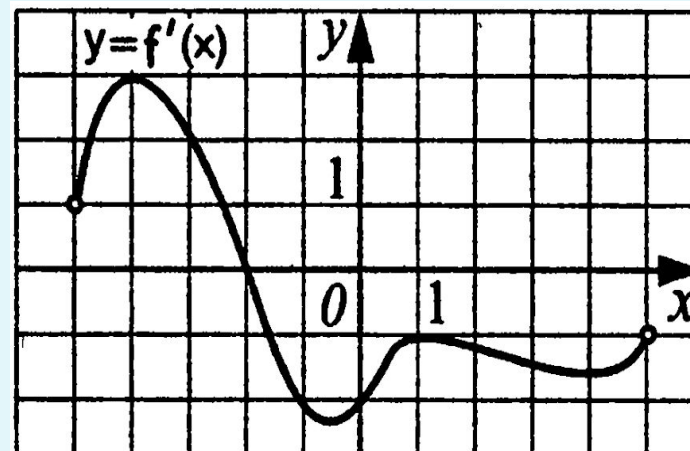
В данном примере на рисунке по условию задачи изображена касательная к графику

$y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ . Из рисунка видим, что эта касательная проходит через точки с координатами  $(1; -2)$  и  $(5; 0)$ , поэтому её угловой коэффициент равен  $\frac{0 - (-2)}{5 - 1} = \frac{2}{4} = 0,5$

$$f'(x_0) \leftarrow f'(1) = k = 0,5$$

# Задание 2

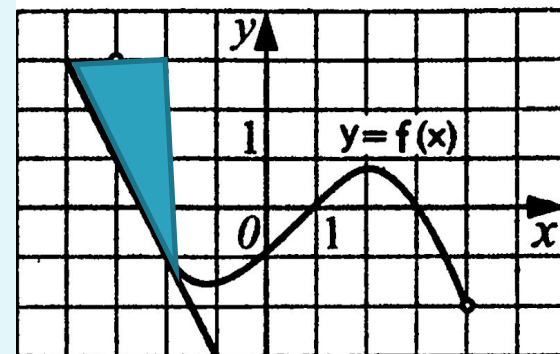
В5 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 5)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.



Решение: Из рисунка к условию, следует, что  $f'(x) > 0$  при  $x \in (-5; -2)$  и  $f'(x) < 0$  при  $x \in (-2; 5)$ . Поэтому до точки  $x = -2$  функция  $f(x)$  возрастает, а после точки  $x = -2$  — убывает. Следовательно, наибольшее значение  $f(x)$  достигается при  $x = -2$ .

# Задание 3

В2 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 4)$ . На рисунке изображён её график и касательная к этому графику в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ . Вычислите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0 = -2$



Решение:

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = k$$

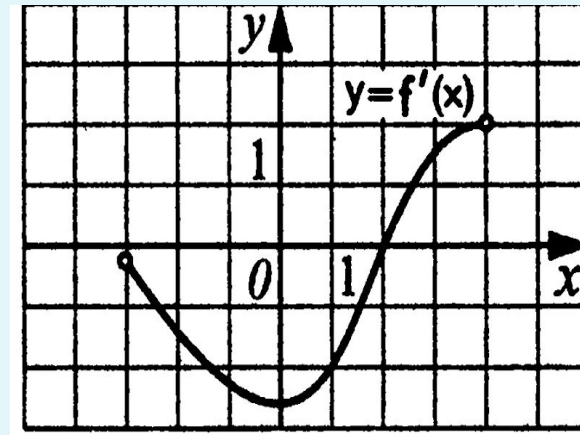
$$y = 4; x = -2$$

$$f'(x) = \frac{4}{-2} = -2$$

Ответ : -2

## Задание 4

В5 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 4)$ . На рисунке изображён график её производной. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение.

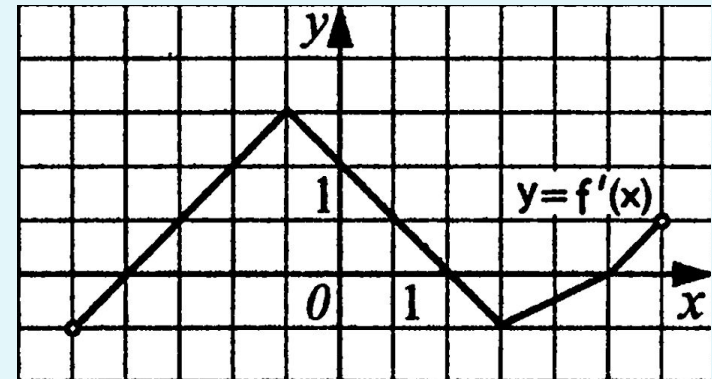


## Задание 5

В2 Прямая, проходящая через начало координат, касается графика функции  $y = f(x)$  в точке  $A(-2; 2)$ . Вычислите  $f'(-2)$ .

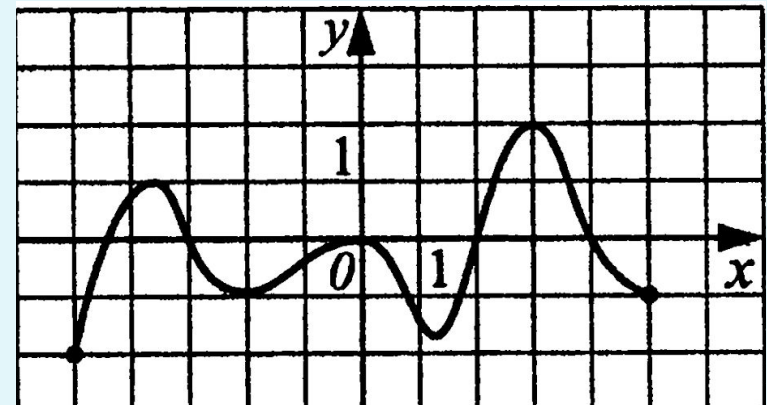
## Задание 6

В5 Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите промежутки возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите наименьшую из длин этих промежутков.



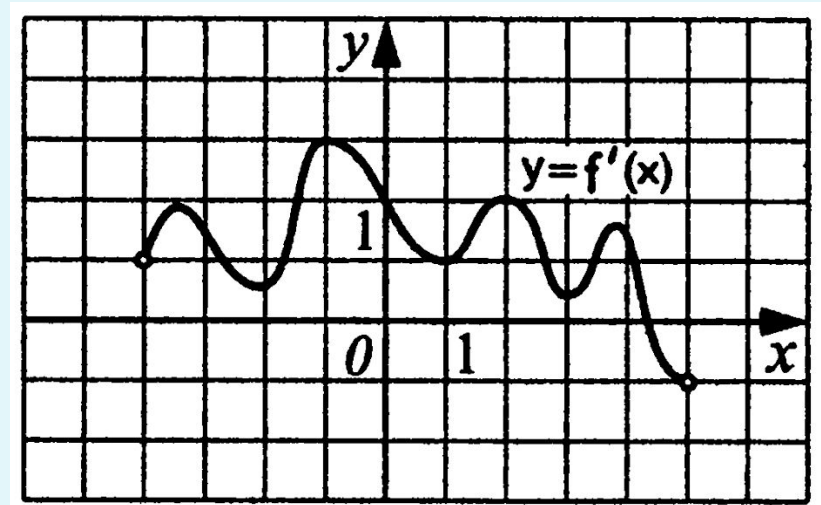
## Задание 7

В2 На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  заданной на промежутке  $[-5; 5]$ . Пользуясь этим рисунком, найдите максимальную длину промежутка, на котором производная этой функции отрицательна.



## Задание 8

В5 Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 5)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите число касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые параллельны оси абсцисс.



Решение:

Если касательная параллельна оси абсцисс, то угол наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$  равен нулю. Следовательно

$$\operatorname{tg} \alpha = 0 \text{ и } f'(x) = 0.$$

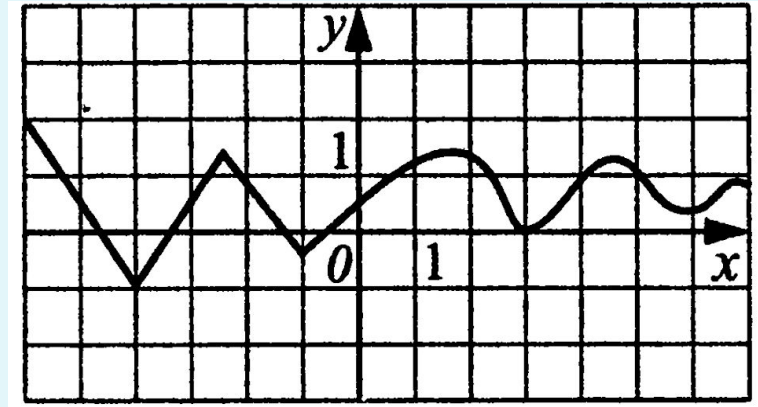
Находим точки пересечения графика производной с осью  $Ox$ .

Ответ: 1



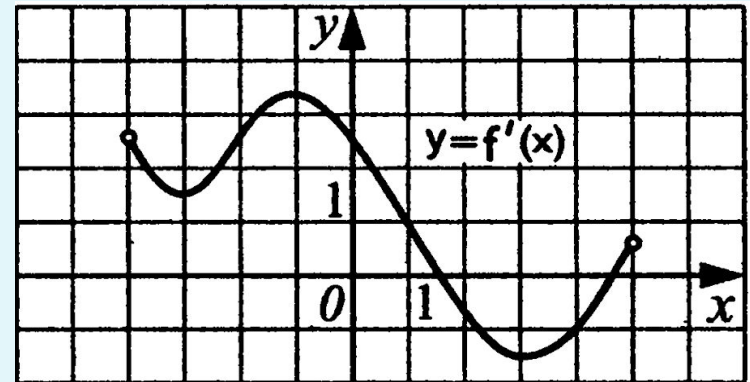
## Задание 9

В2 На рисунке изображён участок графика функции  $y = f(x)$ . Пользуясь этим рисунком, найдите количество точек из промежутка  $[-5; 5]$ , в которых производная данной функции равна нулю.

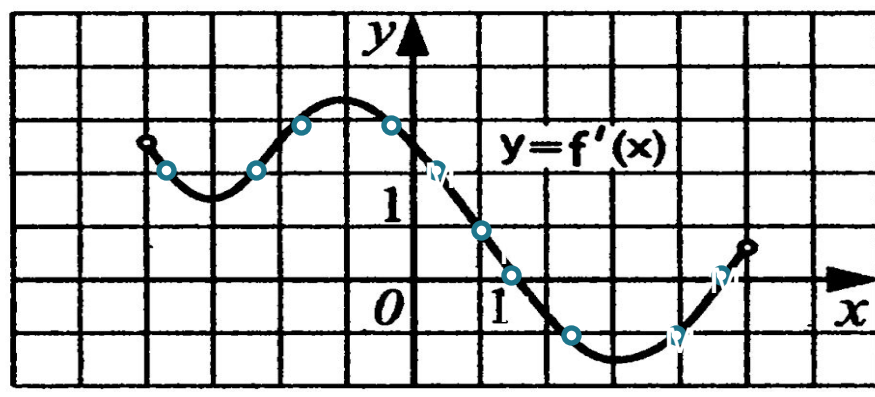


## Задание 10

В5 Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-4; 5)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек, в которых угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = f(x)$  является целым числом.



# Решение 10 задания

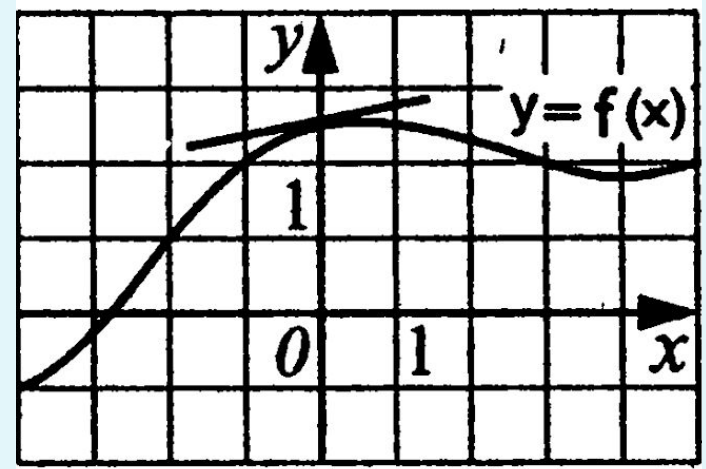


На рисунке изображен график производной функции. Угловым коэффициентом касательной к графику функции равен значению производной. Чтобы найти количество точек в которых угловым коэффициентом является целым число, нужно посчитать количество пересечений графика производной с прямыми, параллельными оси абсцисс, т.е. оси  $Ox$ . Таких пересечений 10.

Ответ: 10

# Задание 11

В2 На рисунке изображены участки графика функции  $y = f(x)$  и касательной к нему в точке с абсциссой  $x = 0$ . Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами  $x = -2$  и  $x = 3$ . Используя это, найдите значение производной  $f'(0)$ .



Решение:

Прямая, проходящая через точки графика с абсциссами  $x = -2$  и  $x = 3$  имеет угловой коэффициент

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 1}{3 - (-2)} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Следовательно данная прямая имеет угловой коэффициент  $k = 0,2$ , что равно значению производной в точке  $x = 0$ .

Ответ: 0,2

# Задание 12

85 Известно, что прямая  $y = 4x - 1$  является касательной к параболе  $y = x^2 + c$ . Найдите ординату точки касания данных прямой и параболы.

Решение:

Чтобы найти ординату точки касания данной прямой и параболы вспомним, что  $k = f'(x_0)$ , а по условию  $k = 4$ .

Найдем  $f'(x_0) = (x^2 + c)' = 2x$ , составим уравнение  $2x = 4$ , следовательно  $x_0 = 2$

Парабола касается прямой в точке касания с абсциссой  $x = 2$ , найдем значение  $y$  из уравнения прямой:

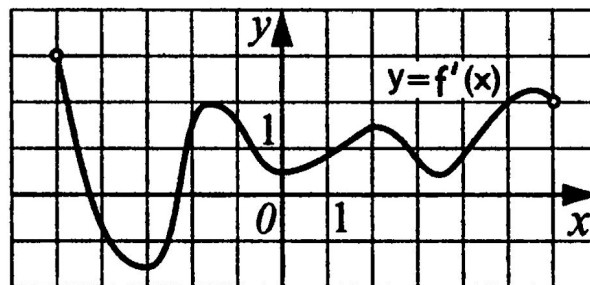
$$y = 4 \cdot 2 - 1 = 7$$

- Ответ: 7

Задания с 13 по 28 для  
самостоятельной  
работы

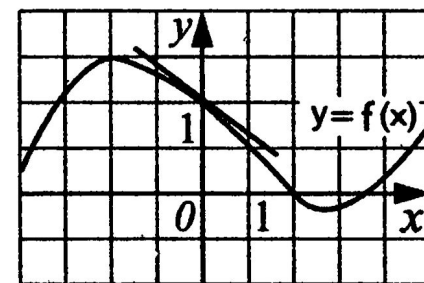
## Задание 13

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 6)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек с целыми абсциссами, в которых функция  $y = f(x)$  возрастает.



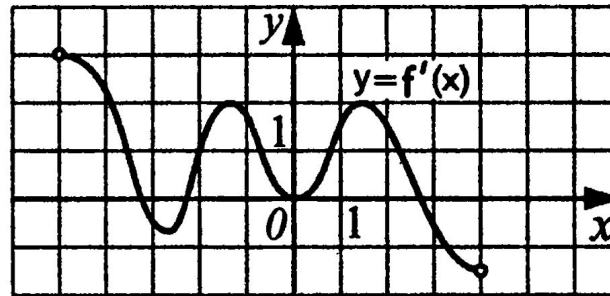
## Задание 14

**В2** На рисунке изображены участки графика функции  $y = f(x)$  и касательной к нему в точке с абсциссой  $x = 0$ . Известно, что данная касательная параллельна прямой, проходящей через точки графика с абсциссами  $x = -2$  и  $x = 2$ . Используя это, найдите значение производной  $f'(0)$ .



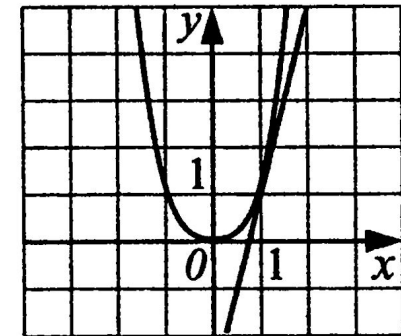
## Задание 15

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-5; 4)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество точек с целыми абсциссами, в которых функция  $y = f(x)$  убывает.



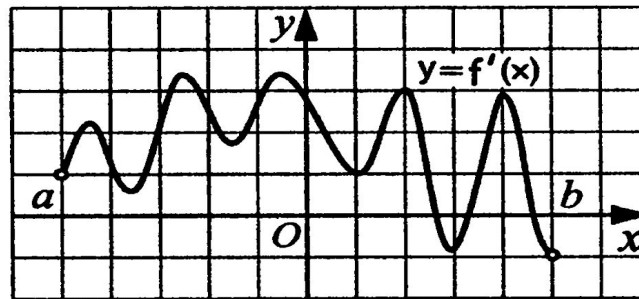
## Задание 16

**В2** На рисунке изображены участок графика функции  $y = x^n$  и касательная к этому графику в точке с абсциссой  $x = 1$ . Используя данный рисунок, определите, чему равно  $n$ .



## Задание 17

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(a; b)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Определите количество точек максимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(a; b)$ .



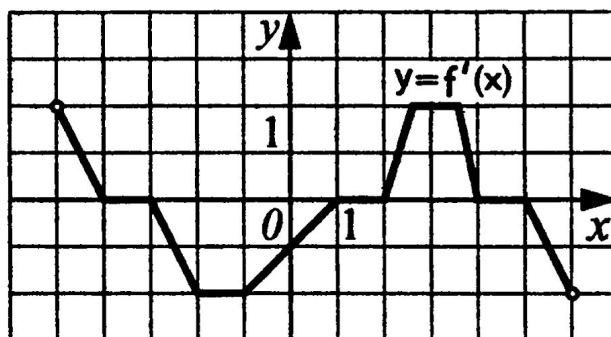
## Задание 18

**В2** Касательная к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = 4$  проходит через точки  $A(-2; -2)$  и  $B(0; 1)$ . Вычислите значение функции  $f(x)$  при  $x = 4$ .



## Задание 19

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 6)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Укажите количество промежутков, на которых функция  $y = f(x)$  постоянна.

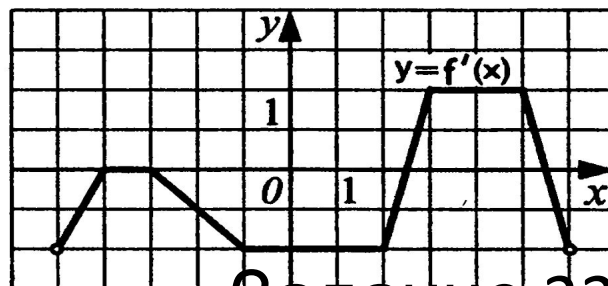


## Задание 20

**В2** Касательная к графику функции  $y = f(x)$  в точке с абсциссой  $x = -7$  проходит через точки  $A(-1; 1)$  и  $B(7; 7)$ . Вычислите значение функции  $f(x)$  при  $x = -7$ .

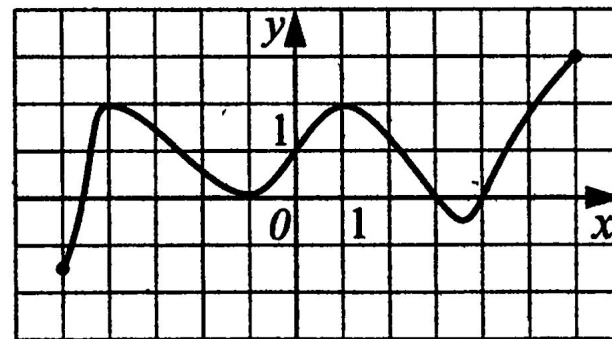
## Задание 21

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 6)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. Найдите все промежутки, на которых функция  $y = f(x)$  постоянна. В ответе укажите наибольшую из длин этих промежутков.



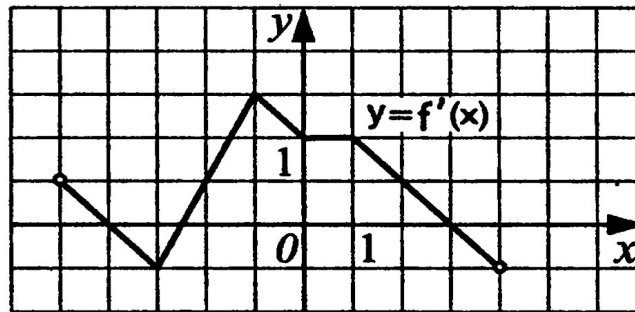
## Задание 22

**В2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $[-5; 6]$ . Определите наименьшее расстояние между абсциссами точек графика, в которых производная функции  $y = f(x)$  равна нулю.



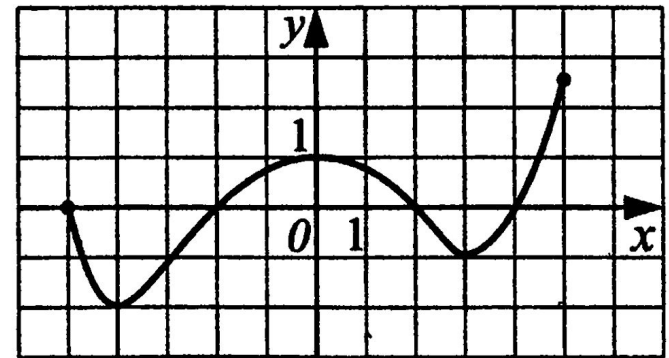
## Задание 23

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 4)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные во всех точках, абсциссы которых целые числа. Определите количество точек, в которых проведённые касательные имеют положительный угловой коэффициент.



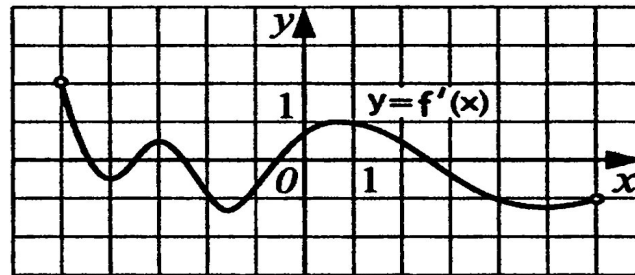
## Задание 24

**В2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , заданной на промежутке  $[-5; 5]$ . Определите наибольшее расстояние между абсциссами точек графика, в которых производная функции  $y = f(x)$  равна нулю.



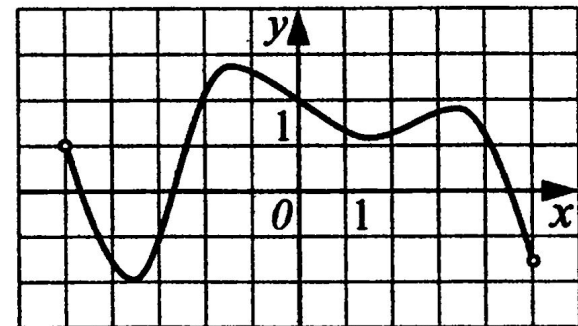
## Задание 25

**В5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 6)$ . На данном ниже рисунке изображён график её производной. К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные во всех точках, абсциссы которых целые числа. Определите количество точек, в которых проведённые касательные имеют отрицательный угловой коэффициент.



## Задание 26

**В2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , заданной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции отрицательна.

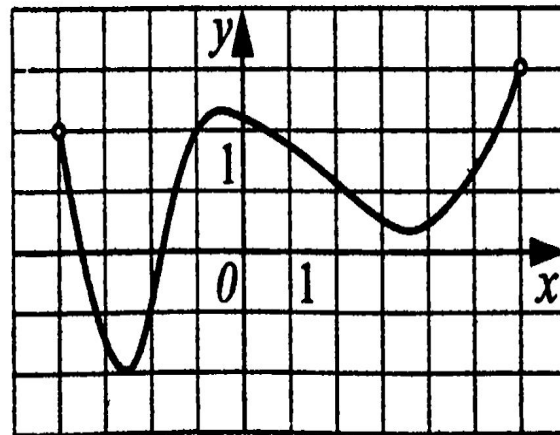


## Задание 27

**В5** Известно, что прямая  $y = 2x + 3$  является касательной к параболе  $y = 2x^2 + c$ . Найдите значение коэффициента  $c$  данной параболы.

## Задание 28

**В2** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , заданной на интервале  $(-4; 6)$ . Найдите количество точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции положительна.



# ОТВЕТЫ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,5	-2	-2	2	-1	1	2	1	3	10	0,2	7	8	-0,75

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
2	4	2	7	3	-3,5	1	2	5	7	6	5	3,5	4



# Литература

- МАТЕМАТИКА СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ПЛАНУ ЕГЭ 2009

Учебно-методическое пособие.

Под редакцией А. Г. Клово, Д. А. Мальцева; Ростов-на-Дону.

НИИ школьных технологий