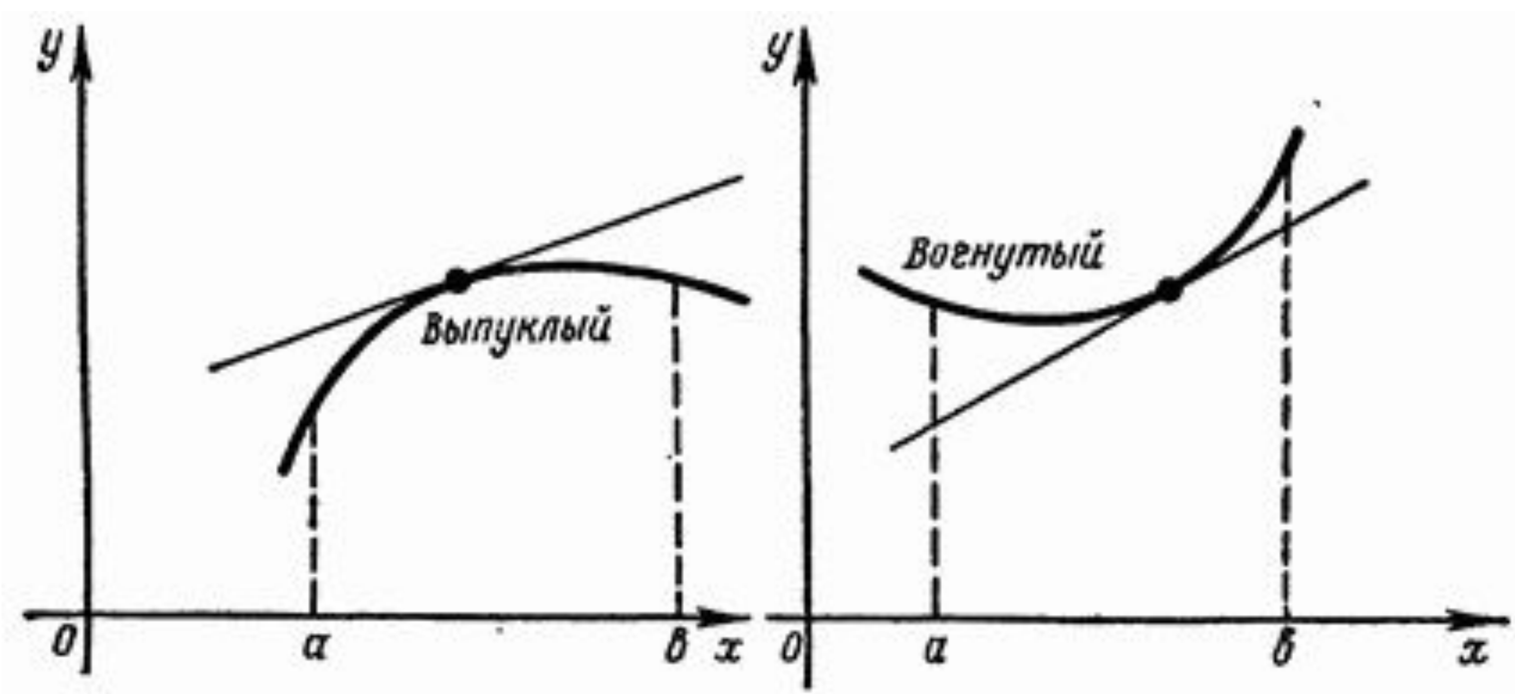
Вторая производная, ее физический смысл. Применение производной к построению графиков функций

Если производная $f'(x)$ функции $f(x)$ дифференцируема в точке (x_0), то её производная называется ***второй производной*** функции $f(x)$ в точке (x_0), и обозначается $f''(x_0)$.



Функция $f(x)$ называется ***выпуклой*** на интервале (a, b), если её график на этом интервале лежит *ниже* касательной, проведенной к кривой $y = f(x)$ в любой точке $(x_0, f(x_0))$, $x_0 \ (a, b)$.

Функция $f(x)$ называется ***вогнутой*** на интервале (a, b), если её график на этом интервале лежит *выше* касательной, проведенной к кривой $y = f(x)$ в любой точке $(x_0, f(x_0))$, $x_0 \ (a, b)$.

если $f''(x) > 0$ для любого $x \ (a, b)$, то функция $f(x)$ является ***вогнутой*** на интервале (a, b);

если $f''(x) < 0$ для любого $x \ (a, b)$, то функция $f(x)$ является ***выпуклой*** на интервале (a, b).

Точка, при переходе через которую функция меняет выпуклость на вогнутость или наоборот, называется ***точкой перегиба***.

Рассмотрим график функции $y = x^3$

Эта функция является вогнутой при $x > 0$ и выпуклой при $x < 0$. В самом деле, $y'' = 6x$, но $6x > 0$ при $x > 0$ и $6x < 0$ при $x < 0$, следовательно, $y'' > 0$ пр и $x > 0$ и $y'' < 0$ при $x < 0$, откуда следует, что функция $y = x^3$ является вогнутой при $x > 0$ и выпуклой при $x < 0$. Тогда $x = 0$ является точкой перегиба функции $y = x^3$.