

Разбор задач ЕГЭ

Анализ программ с циклами
и подпрограммами: • •



Задача 1.

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2,
2. умножь на 3.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая — увеличивает его в 3 раз.

Программа для Утроителя — это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 25?

Ответ обоснуйте.

Задача 1.

Решение.

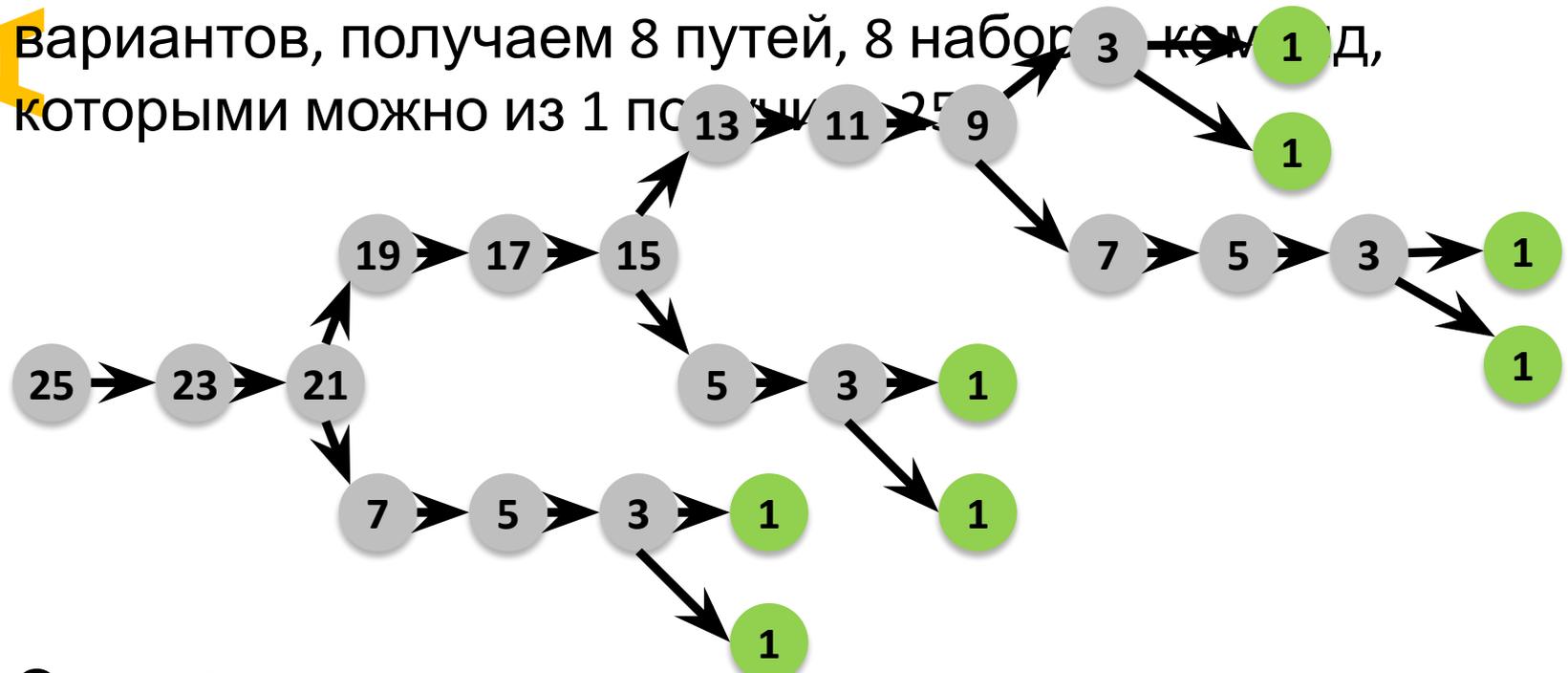
Такая задача решается графом, начиная с конца.

25 не делится на 3 => мы получили 25 из 23 командой 1.

23 не делится на 3 => мы получили 23 из 21 командой 1.

21 мы могли получить из 19 командой 1 или из 7 командой 2.

Рассуждая таким образом строим граф возможных вариантов, получаем 8 путей, 8 набор команд, которыми можно из 1 получить 25.



Ответ 8

Задача 2.

У исполнителя Арифметик две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. прибавь 3.

Первая из них увеличивает на 1 число на экране, вторая увеличивает это число на 3.

Программа для Арифметика — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые число 7 преобразуют в число 20?

Задача 2.

Решение.

Конечно эту задачу тоже можно решить графом, но это не рационально. От перестановки слагаемых местами сумма не поменяется, но программы содержащие команды 1112221 и 1212211 считаются разными.

$20-7=13$ – сумма увеличится на 13. Максимальное количество команд -13(13 раз прибавили 1)

Минимальное количество команд 5($13:3=4$ и 1 в остатке, т.е. потребуется 4 команды под номером 2 и одна команда под номером 1).

Число 13 нечётное, но сумма 2-х команд – четная! => нам потребуется нечетное количество команд, от 5 до 13:

5,7,9,11,13. Пусть $n = m_1 + m_2$ – общее количество команд, где m_1 – количество команд №1, m_2 – количество команд №2. Тогда

$$P_n(m_1, m_2) = \frac{n!}{m_1! m_2!}$$

справедлива формула.

Задача 2.

Представим всё в виде таблицы:

n	m_1	m_2	$P_n(m_1, m_2) =$
5	1	4	$5!/(1!*4!)=5$ – программ длины 5 команд.
7	4	3	$7!/(4!*3!)=35$ – программ длины 7 команд.
9	7	2	$9!/(7!*2!)=36$ – программ длины 9 команд.
11	10	1	$11!/(10!*1!)=11$ – программ длины 11 команд.
13	13	0	$13!/(13!*0!)=1$ – программа длины 13 команд.

Всего получим: $5+35+36+11+1=88$ команд (согласитесь, что граф получится слишком большой).

*Формула называется «**Число перестановок с повторениями**»

Ответ 88

Задача 3.

У исполнителя Множик есть две команды:

1. **умножь на 8,**
2. **подели на 2.**

Первая из них увеличивает число на экране в 8 раз, вторая – уменьшает его в 2 раза.

Программа для Множика – это последовательность команд. Сколько различных чисел можно получить из числа 512 с помощью программы, которая содержит ровно 8 команд?

Задача 3.

Решение:

От перестановок множителей произведение не меняется, поэтому, подсчитав количество возможных программ, найдём количество разных чисел. Запишем все программы в виде набора команд, с точностью до

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	2
1	1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	2	2	2	2	2	2
1	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2

Всего 9 разных команд без перестановок.

Вопросы.

У исполнителя Кузнечик две команды:

1. прибавь 7

2. вычти 5

Первая из них увеличивает число на экране на 7, вторая – уменьшает его на 5 (отрицательные числа допускаются). Программа для Кузнечика – это последовательность команд.

А Сколько различных чисел можно получить из числа 1 с помощью программы, которая содержит ровно 7 команд?

Ответ 8

Вопросы.

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1
2. умножь на 4

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 55?

Указание. Решить графом.

Ответ 32

Вопросы.

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2
2. умножь на 2

Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 40?

Указание. Решить графом. Многие ветки графа будут повторяться.

Ответ 60

Вопросы.

У исполнителя четыре команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. сделай чётное,
3. сделай нечётное,
4. умножь на 10.

Первая из них увеличивает на 1 исходное число x , вторая умножает это число на 2, третья переводит число x в число $2x + 1$, четвёртая умножает его на 10. Например, вторая команда переводит число 10 в число 20, а третья переводит число 10 в число 21. Программа для исполнителя — это последовательность команд. Сколько существует программ, которые число 1 преобразуют в число 15?

Указание: решать графом.

Ответ 84

Вопросы.

У исполнителя Прибавитель две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 1,
2. увеличь старшую цифру числа на 1.

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает на 1 старшую (левую) цифру числа, например число 23 с помощью такой команды

превратится в число 33. Если старшая цифра числа равна 9, то вторая команда оставляет это число неизменным. Программа для Прибавителя — это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 10 преобразуют в число 33?

Указание. Можно решить графом, можно сказать, что вторая команда, это всё равно что прибавить 10 (в нашем случае) и использовать формулу для числа перестановок с повторениями.

Ответ 25