

Функции.

Область определения и множество значений;

график функции; построение графиков функций, заданных различными способами

Определение функции

Функция – это зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

x – независимая переменная, аргумент функции, абсцисса точки;

y – зависимая переменная, значение функции, ордината точки.

Если зависимость переменной y от переменной x является функцией, то коротко это записывают так:

$$y = f(x)$$

Пример.

$$y = 2x + 3 \quad \text{или} \quad f(x) = 2x + 3$$

$$\text{Если } x = 5, \text{ то } f(5) = 2 \cdot 5 + 3 = 10 + 3 = 13$$

$$\text{Если } f(x) = 0, \text{ то } 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -1,5$$

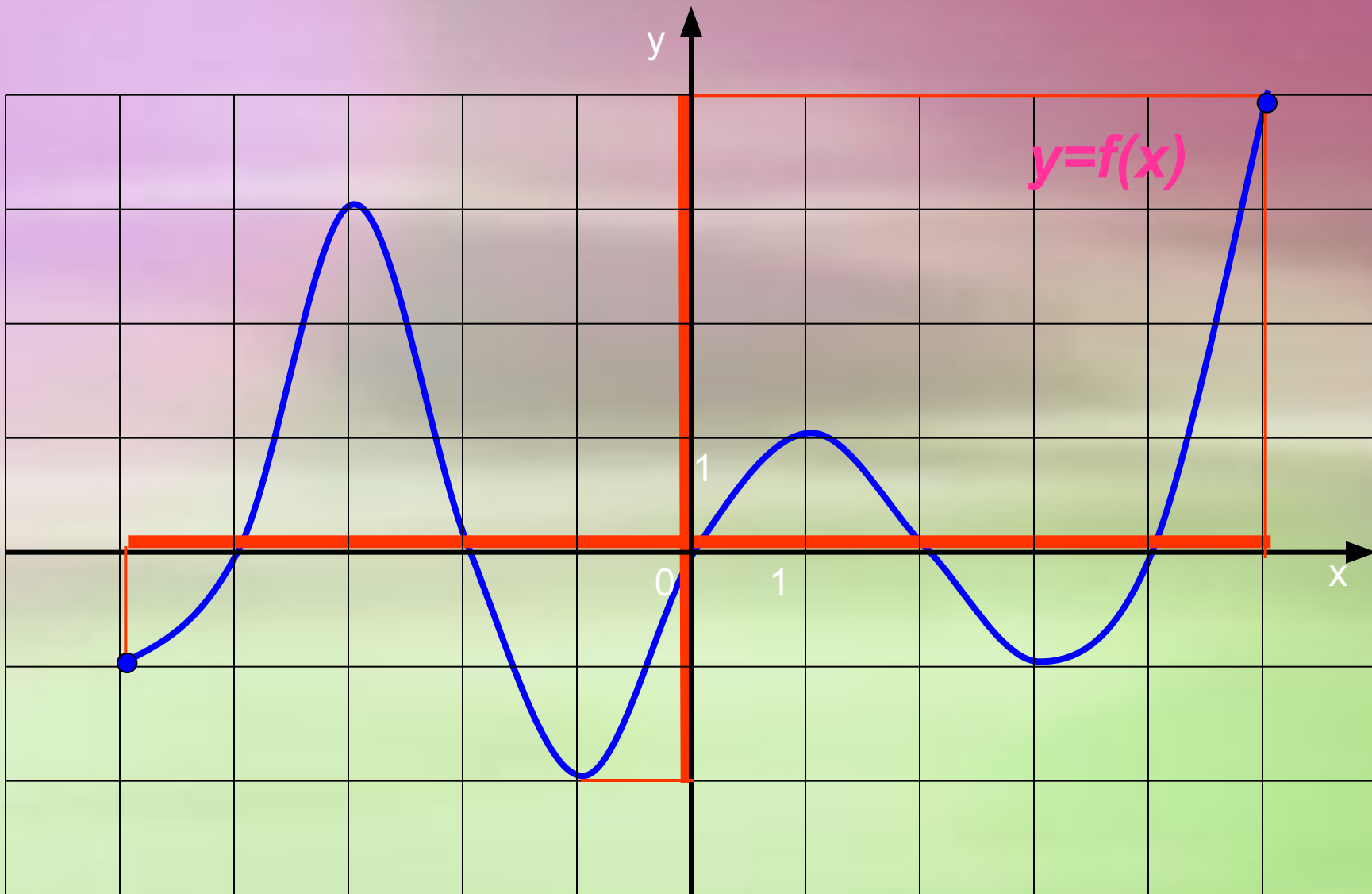
Область определения функции – все значения независимой переменной x .

Обозначение: $D(f)$

Область значений функции – все значения зависимой переменной y .

Обозначение: $E(f)$

Если функция $y = f(x)$ задана формулой и ее область определения не указана, то считают, что область определения функции состоит из всех значений x , при которых выражение $f(x)$ имеет смысл.



Пример. Найти область определения функции:

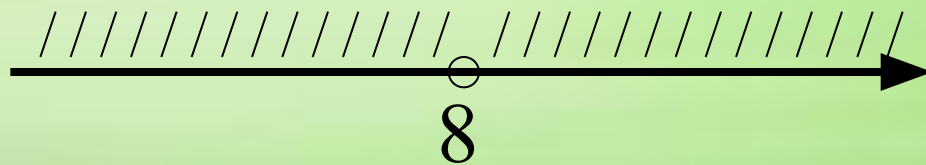
1) $f(x) = 2x + 3$ $D(f) = R$ или $D(f) = (-\infty; +\infty)$

2) $f(x) = x^2 + \frac{x}{3}$ $D(f) = R$ или $D(f) = (-\infty; +\infty)$

3) $f(x) = \frac{5x + 2}{x - 8}$

$$x - 8 \neq 0$$

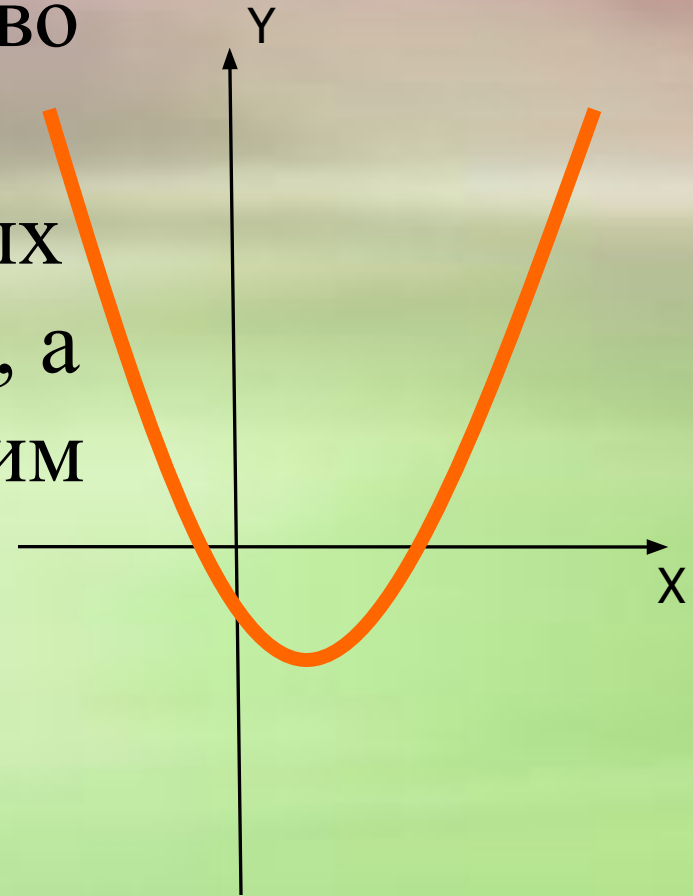
$$x \neq 8$$



$$D(f) = (-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$$

График функции

График функции - множество точек на координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты - соответствующим значениям функции.



Способы задания функции

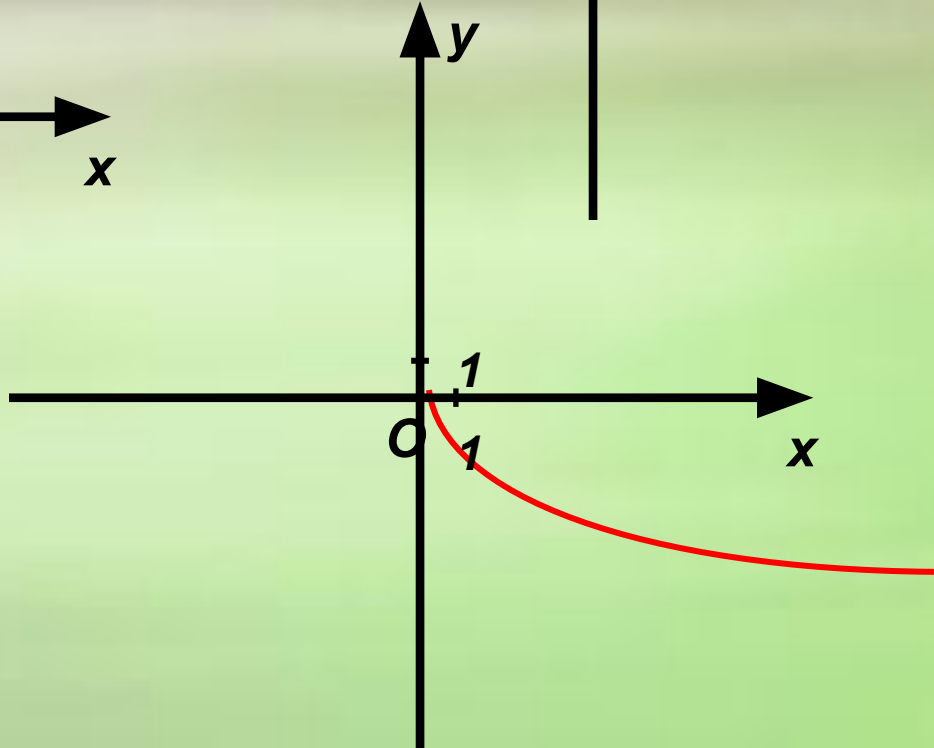
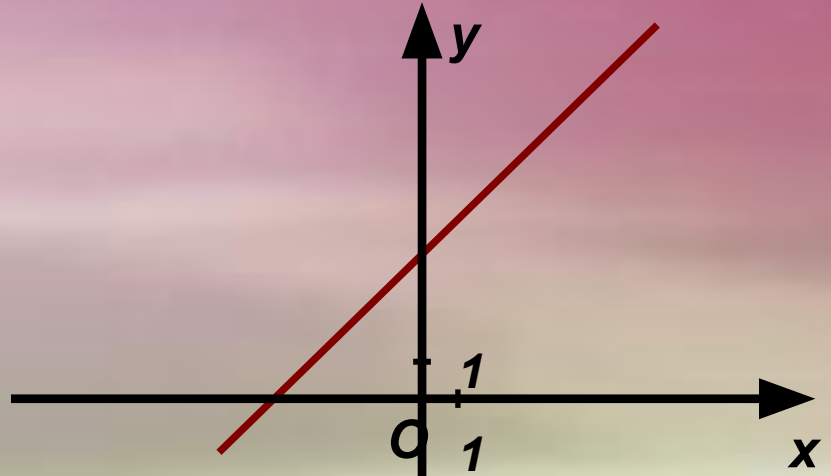
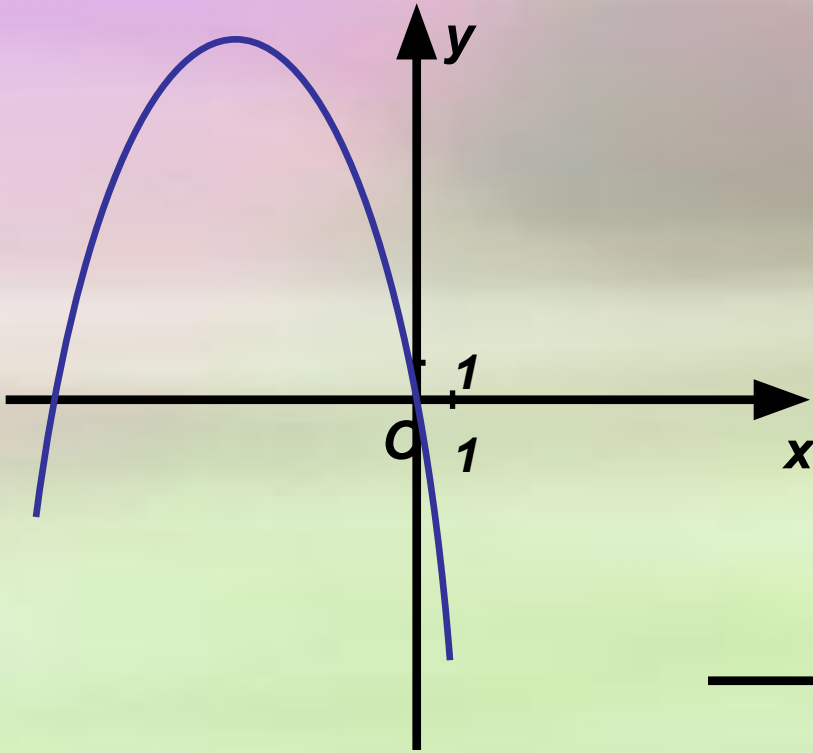
Табличный способ заключается в задании таблицы отдельных значений аргумента и соответствующих им значений функции. Применяется в том случае, когда область определения функции является конечным множеством.

X	-3	-2	-1	0	1	2
y	9	4	1	0	1	4

Аналитический способ заключается в установлении связи между аргументом и функцией с помощью формул.

Например, $y = 2x + 1$ $y = 2x^2$ $y = \frac{1}{4}x + 8$ и т. д.

Графический способ задания функции не всегда дает возможность точно определить численные значения аргумента. Однако он имеет большое преимущество перед другими способами - наглядность. В технике и физике часто пользуются графическим способом задания функции, причем график бывает единственно доступным для этого способом.



Словесная формулировка - функция $y = f(x)$

задана на множестве всех неотрицательных чисел с помощью следующего правила: каждому числу $x \geq 0$ ставится в соответствии первый знак после запятой в десятичной записи числа x .

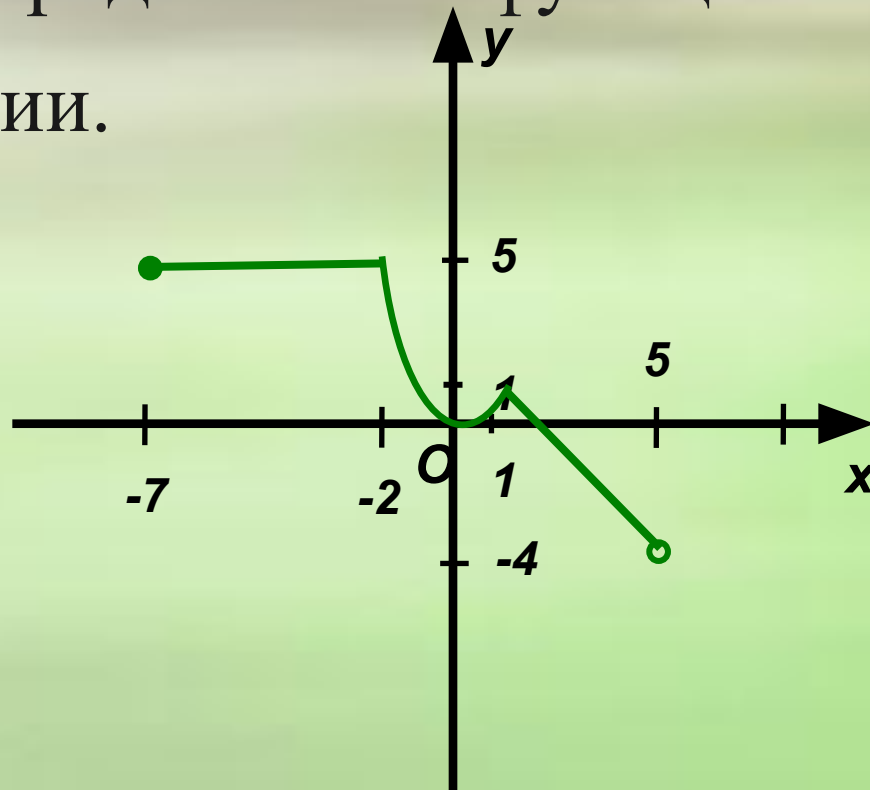
Задание 1. Функция задана таблично. Укажите ее область определения и множество значений, постройте ее график.

Аргумент x	-4	-1	-2	0	3	5	7
Функция $y = f(x)$	0	1	4	5	-2	4	6

Задание 2. Функция задана аналитически $V = \frac{1}{3}Sh$

Выразите каждую переменную через две другие.

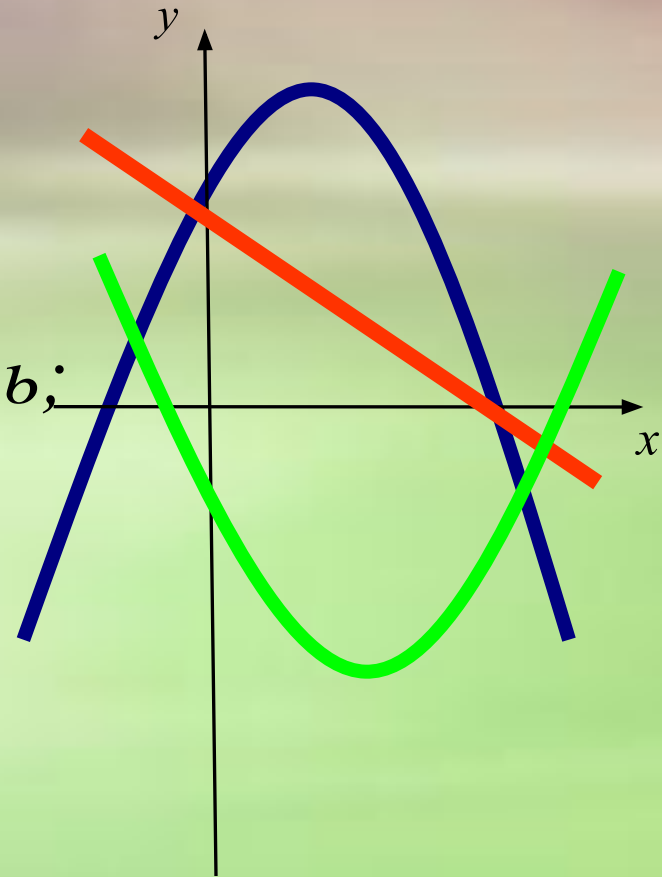
Задание 3. Функция задана графически. Найдите область определения функции и область значений функции.



Виды функций

Существует несколько основных видов функций:

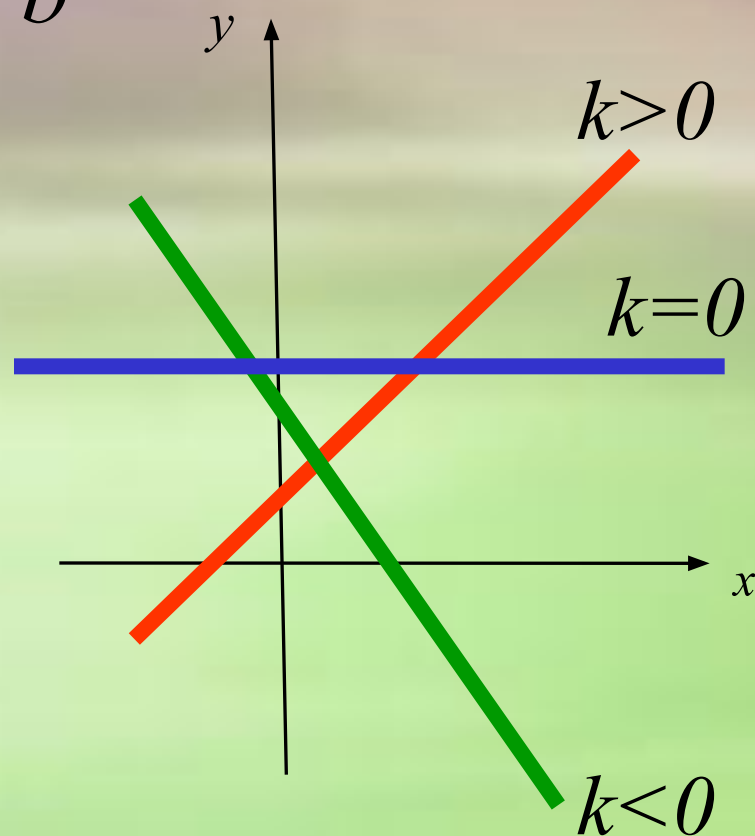
- ✓ *линейная функция;*
- ✓ *прямая пропорциональность;*
- ✓ *обратная пропорциональность;*
- ✓ *квадратичная функция;*
- ✓ *кубическая функция;*
- ✓ *функция корня;*
- ✓ *функция модуля.*



Линейная функция

функция вида $y = kx + b$

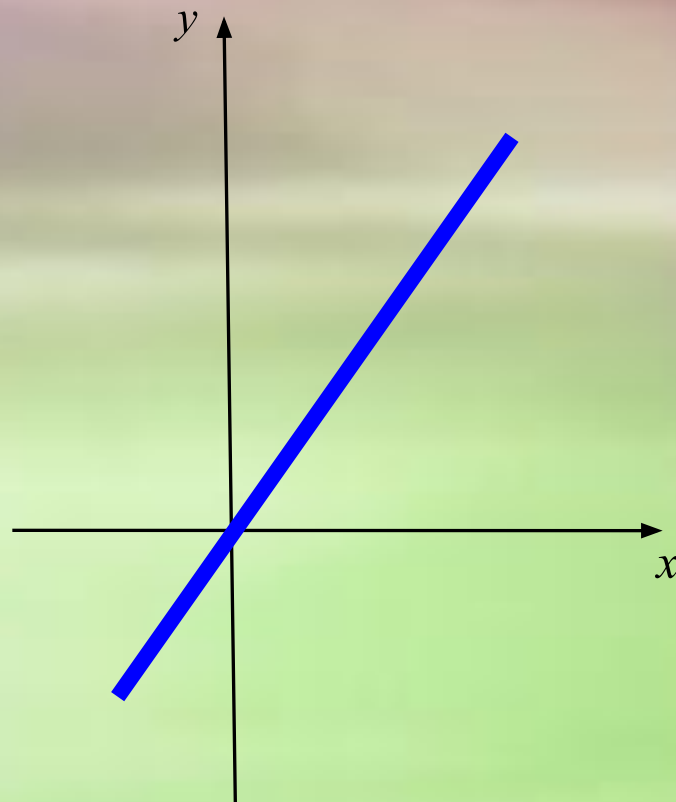
1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = R$;
3. графиком функции является прямая



Прямая пропорционально

функция вида $y = kx$

1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = R$;
3. графиком функции является прямая, проходящая через начало координат.



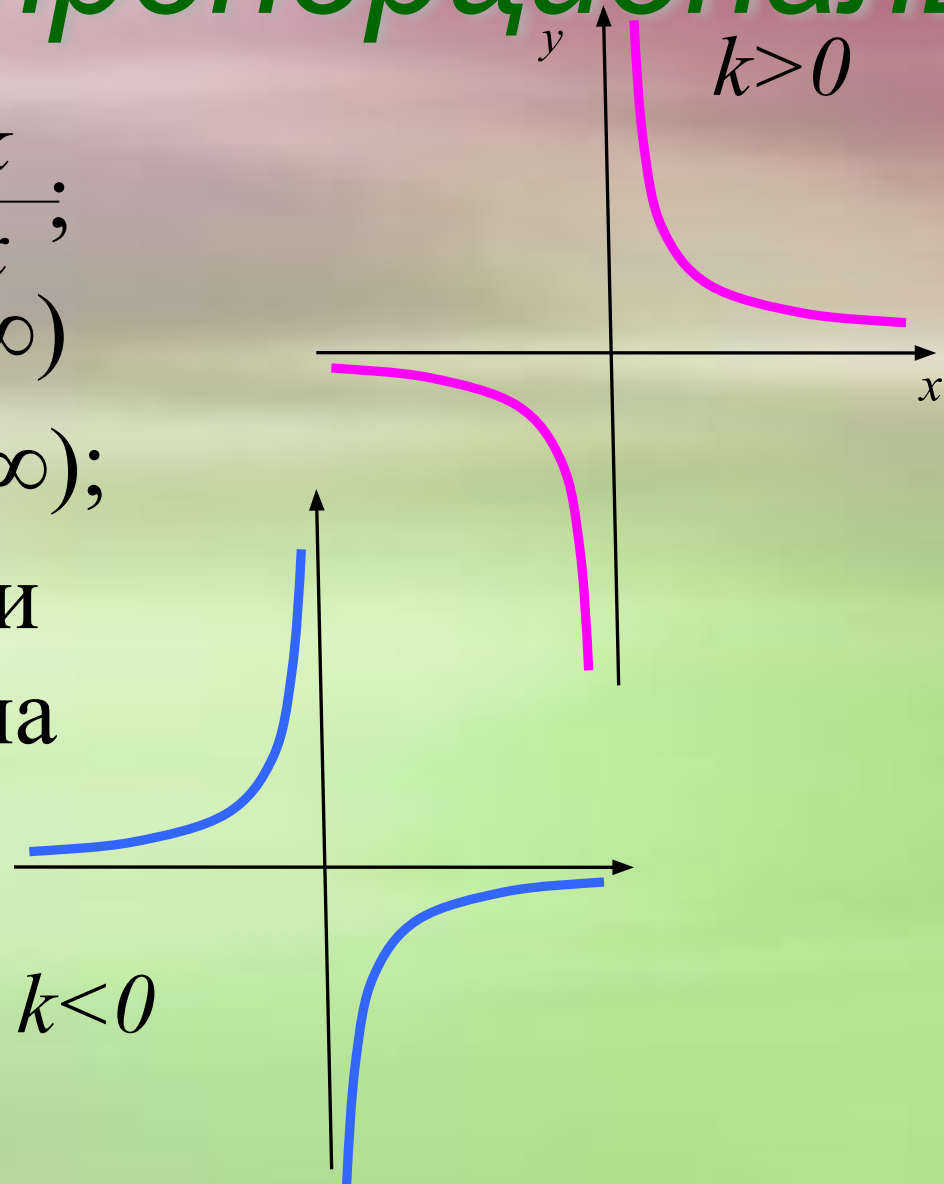
Обратная пропорциональ

функция вида $y = \frac{k}{x}$;

1. $D(f) = (-\infty; 0) \boxtimes (0; \infty)$

2. $E(f) = (-\infty; 0) \boxtimes (0; \infty)$;

3. графиком функции является гиперболола



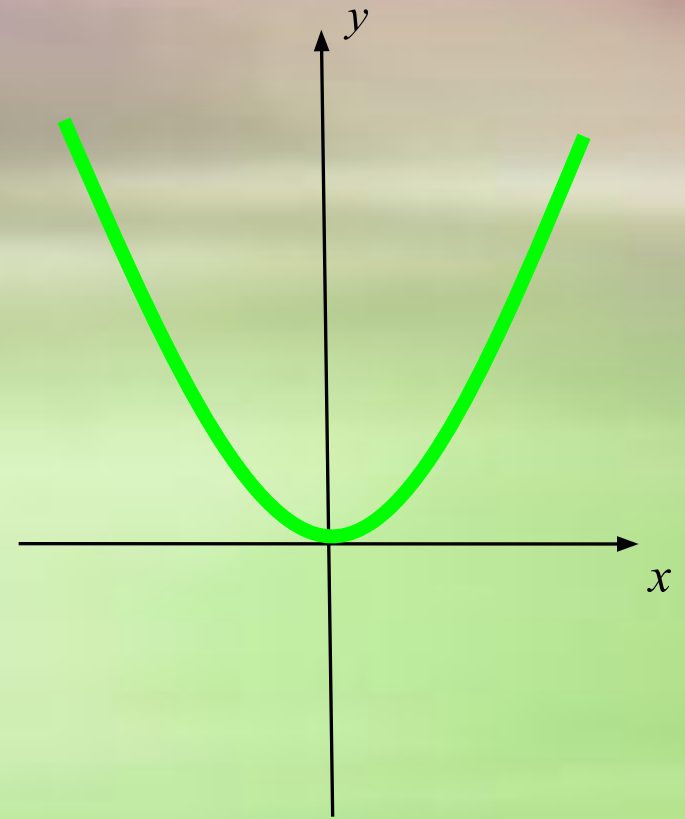
Квадратичная функция

функция вида $y = x^2$;

1. $D(f) = R$;

2. $E(f) = [0; \infty)$;

3. графиком функции является парабола



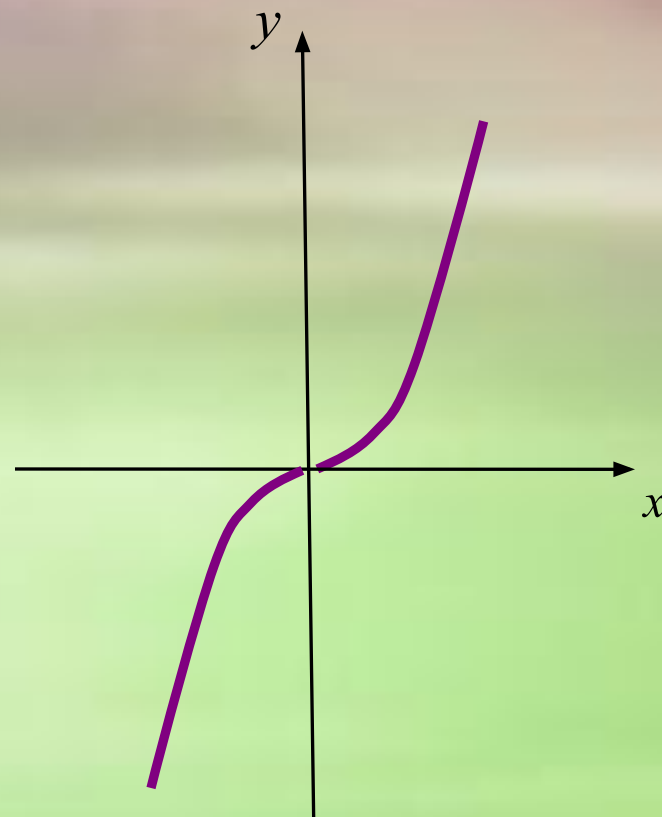
Кубическая функция

функция вида $y = x^3$;

1. $D(f) = R$;

2. $E(f) = R$;

3. графиком функции является кубическая парабола.



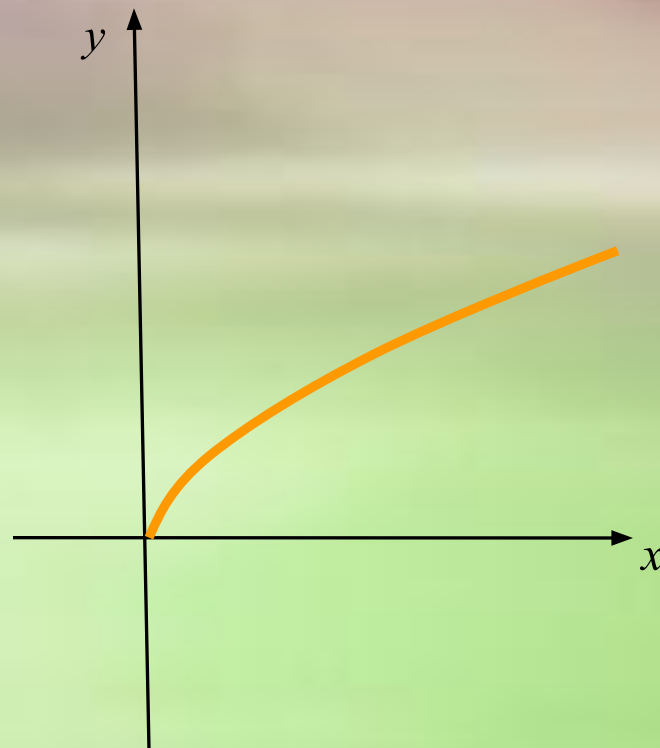
Функция корня

функция вида $y = \sqrt{x}$;

1. $D(f) = [0; \infty)$;

2. $E(f) = [0; \infty)$;

3. графиком функции является ветвь параболы.



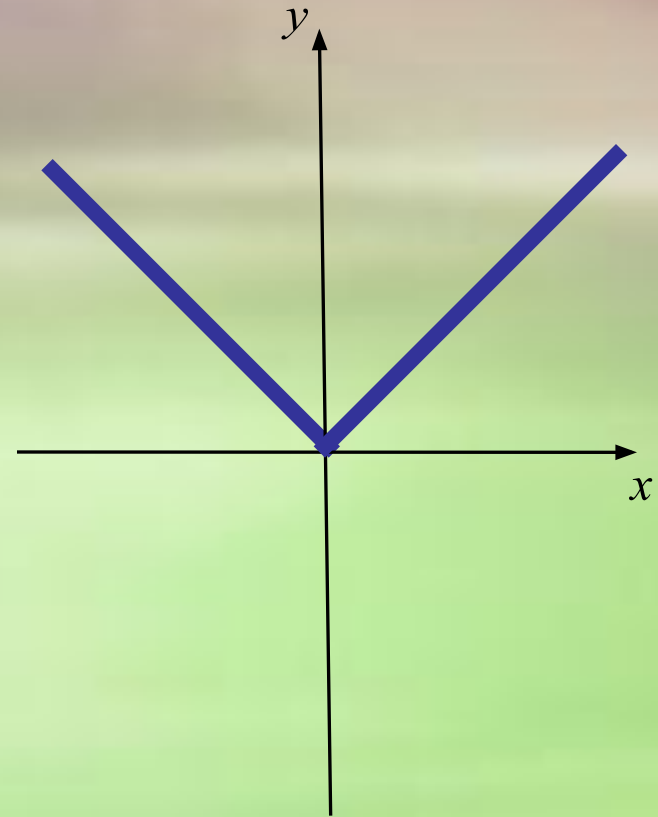
Функция модуля

функция вида $y = |x|$;

1. $D(f) = R$;

2. $E(f) = [0; \infty)$;

3. график функции на промежутке $[0; \infty)$ совпадает с графиком функции $y = x$, а на промежутке $(-\infty; 0]$ – с графиком функции $y = -x$



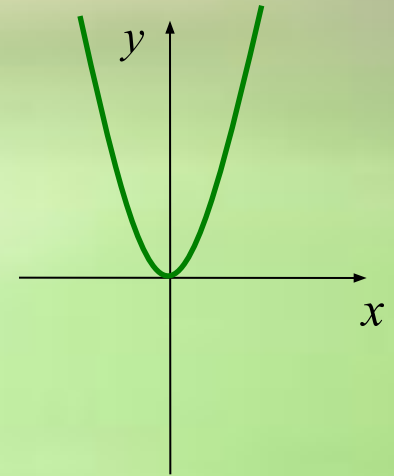
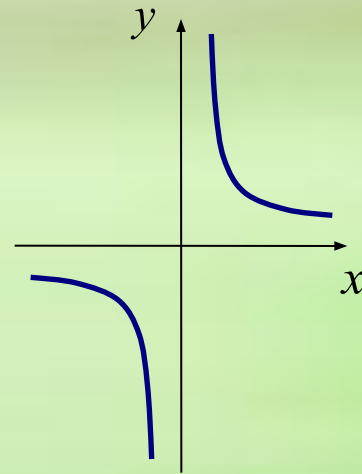
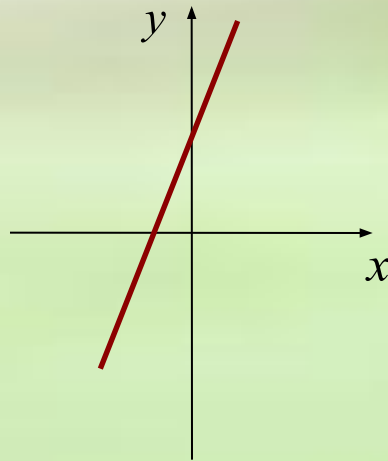
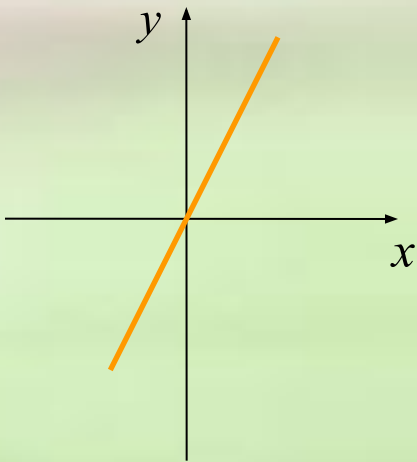
1. Каждый график соотнесите с соответствующей ему формулой:

$$y = \frac{k}{x}$$

$$y = 2x$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x + 2$$



2. Каждую прямую соотнесите с её уравнением:

$$y = x$$

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$y = -2$$

