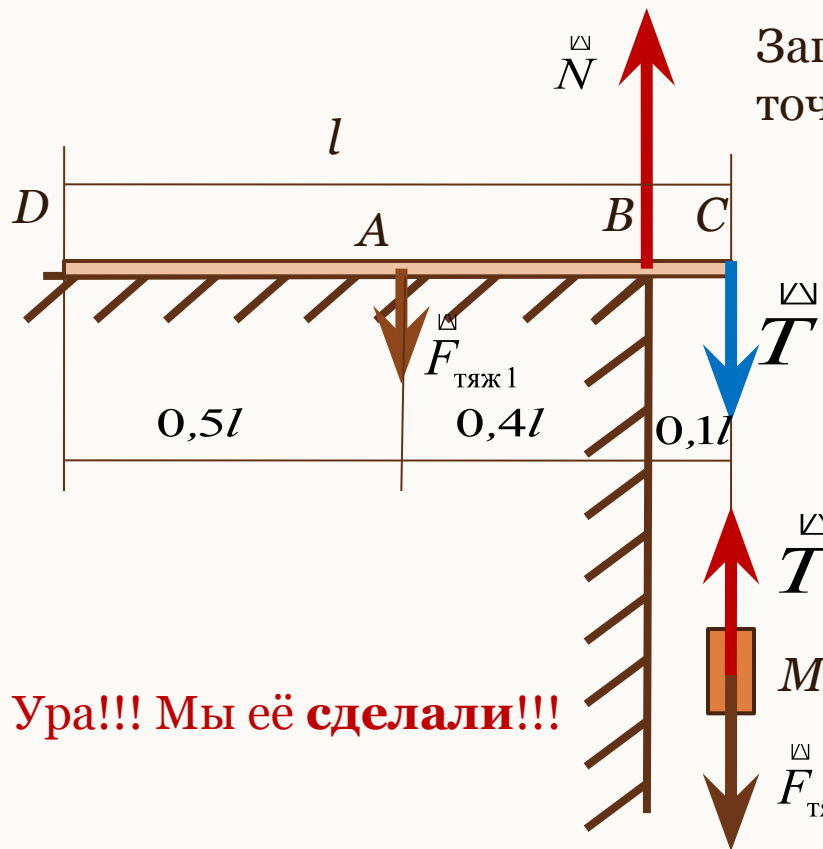


Решение задач по статике

Презентация подготовлена учителями
физики школы №332
Невского района
города Санкт-Петербурга
Мариной Владимировной Зюзенковой
Татьяной Викторовной Романовой

На столе лежит однородный стержень массой m . Он свешивается со стола на $0,1$ своей длины. Определите максимальную массу груза, который можно подвесить к его концу так, чтобы стержень не упал со стола?

Важно! При максимально допустимой нагрузке стержень отрывается от стола и реакция опоры остается только в точке B . Решение:



Ура!!! Мы её сделали!!!

Запишем правило моментов относительно точки B (чтобы исключить момент силы N):

$$F_{\text{тяж}1} \cdot |AB| - T \cdot |BC| = 0 \quad F_{\text{тяж}1} = mg$$

$$mg \cdot |AB| - T \cdot |BC| = 0$$

$$mg \cdot 0,4l - T \cdot 0,1l = 0$$

$$mg \cdot 0,4l = T \cdot 0,1l$$

$$T = \frac{mg \cdot 0,4l}{0,1l} \quad T = 4mg$$

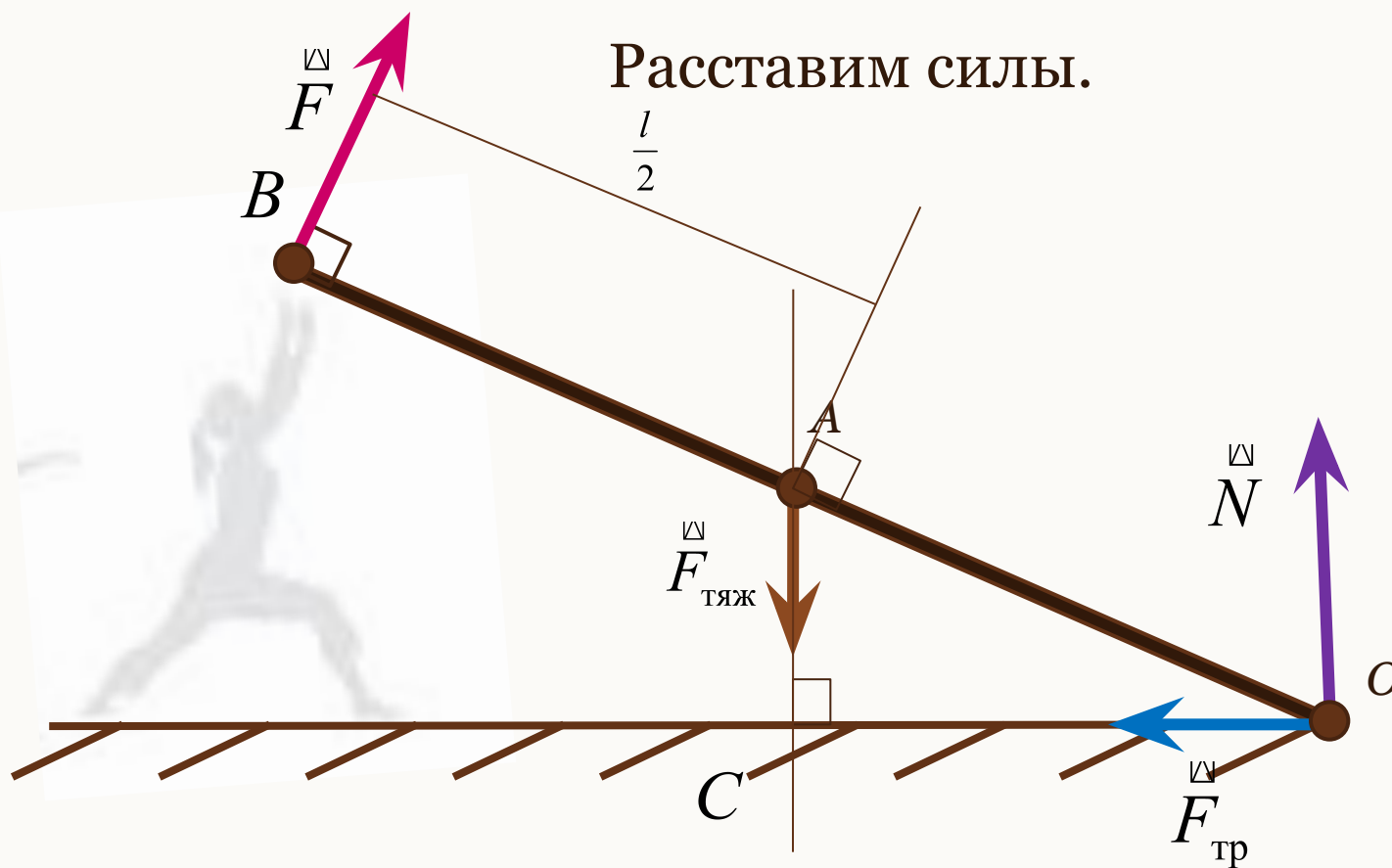
$$T = F_{\text{тяж}2}$$

$$F_{\text{тяж}2} = Mg$$

$$T = Mg$$

$$M = 4m$$

Человек удерживает за один конец доску массой 50 кг. С горизонтальной поверхностью доска образует угол в 30° . С какой силой удерживает человек доску, если эта сила направлена перпендикулярно к доске?



Человек удерживает за один конец доску массой 50 кг. С горизонтальной поверхностью доска образует угол в 30° . С какой силой удерживает человек доску, если эта сила направлена перпендикулярно к доске?

Решение: Какую точку выбрать для отсчета моментов сил? почему?

Выберем точку O за точку, относительно которой будем отсчитывать моменты сил, запишем правило моментов: $mg|OC| - F|OB| = 0$

Из $\triangle AOC$: $|OC| = \frac{l}{2} \cos \alpha$

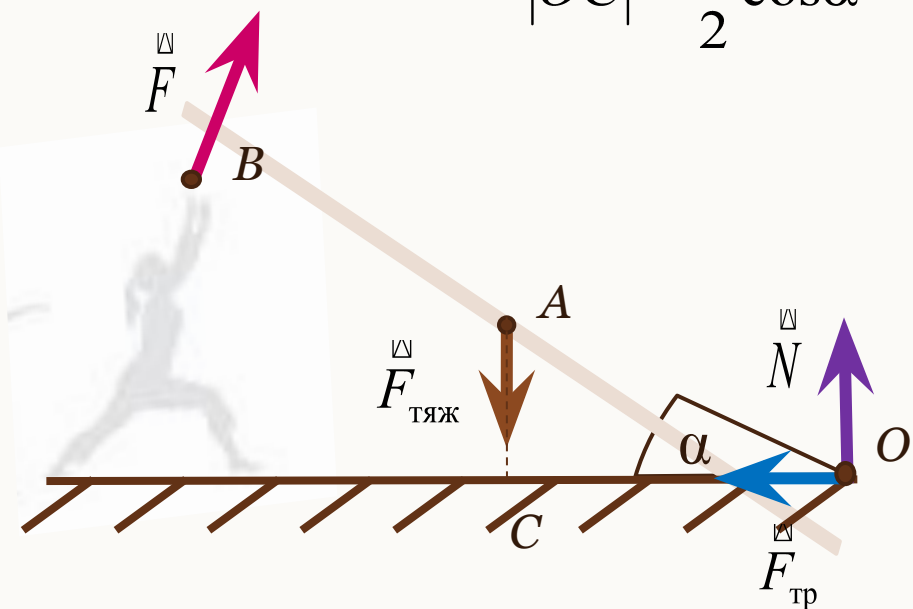
$$mg \frac{l}{2} \cos \alpha - Fl = 0$$

$$mg \frac{l}{2} \cos \alpha = Fl$$

$$F = \frac{mg \frac{l}{2} \cos \alpha}{l}$$

$$F = \frac{mg \cos \alpha}{2}$$

$$F = \frac{50 \cdot 10 \cdot 0,87}{2} = 217,5 \text{ (Н)}$$



Тракторный каток радиусом R наезжает на препятствие высотой h ($h < R$). Какова должна быть сила тяги T трактора, чтобы каток преодолел препятствие? Масса катка m .

Внимание! В момент отрыва колеса сила реакции опоры N_2 *исчезает!!!*
Каток отрывается от земли.

Решение (1 способ):

Построим треугольник сил. Он подобен треугольнику AOB

$$AB = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \quad AB = \sqrt{2Rh - h^2}$$

Из подобия треугольников имеем:

$$\frac{mg}{R - h} = \frac{F_{\text{тяги}}}{\sqrt{2Rh - h^2}} \quad F_{\text{тяги}} = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$$

Ура!!! Мы её сделали!!!

А почему силы должны образовывать треугольник? А? 😊

Тракторный каток радиусом R наезжает на препятствие высотой h ($h < R$). Какова должна быть сила тяги T трактора, чтобы каток преодолел препятствие? Масса катка m .

Внимание! В момент отрыва колеса сила реакции опоры N_2 *исчезает!!!*

Каток отрывается от земли. Решение (2 способ):

Применим правило моментов относительно точки B , учитывая, что сила реакции N_2 равна нулю и момент силы N_1 равен нулю: $\sum M = 0$

$$mg \cdot |AB| - F_{\text{тяги}} \cdot |OA| = 0 \quad \text{Из рисунка и теоремы Пифагора:}$$

$$AB = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} \quad AB = \sqrt{2Rh - h^2} \quad |OA| = R - h$$

Правило моментов:

$$mg\sqrt{2Rh - h^2} = F_{\text{тяги}}(R - h)$$

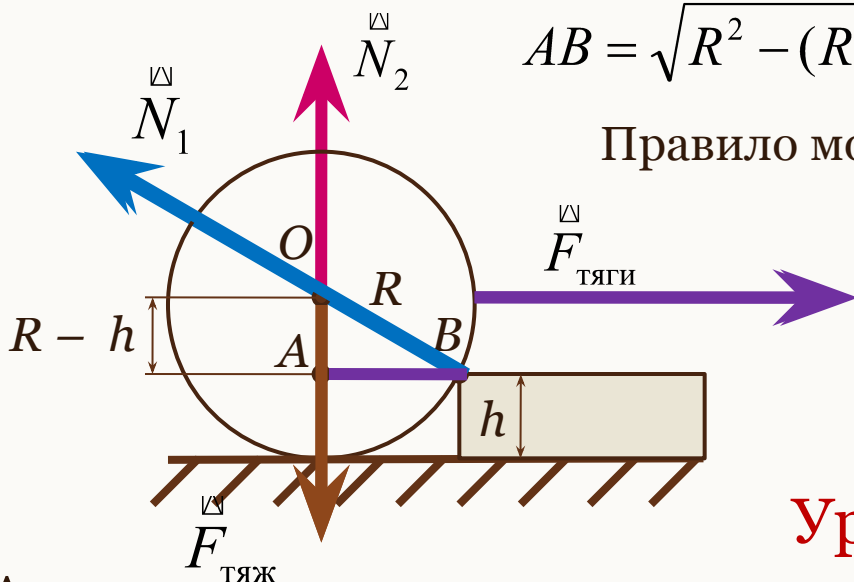
Окончательно имеем:

$$F_{\text{тяги}} = \frac{mg\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}$$

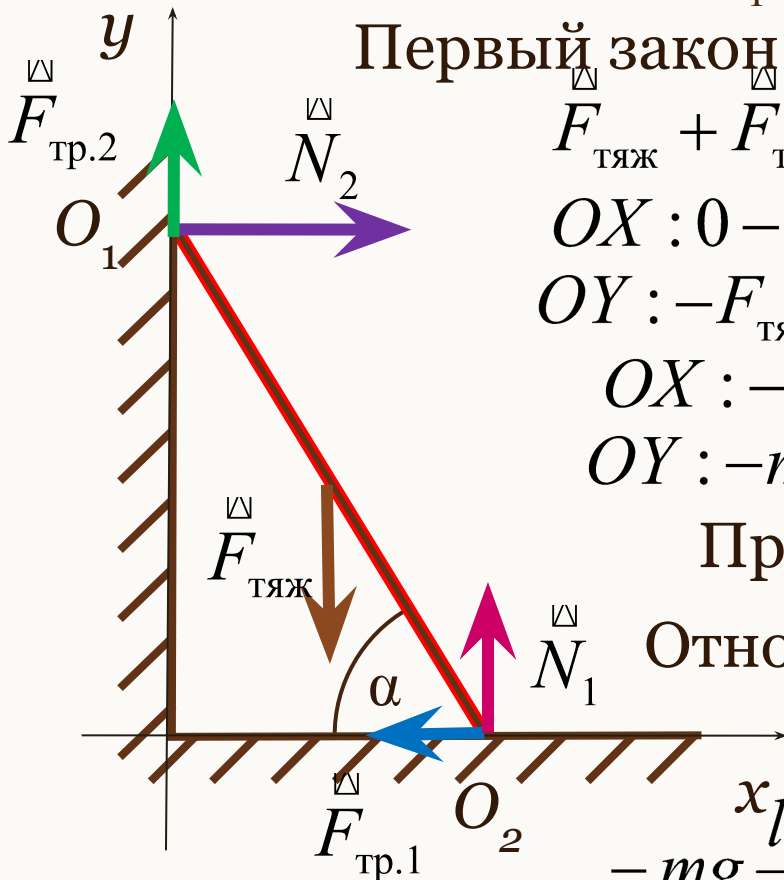
Ура!!! Мы её сделали!!!

А почему мы не взяли точку O для применения правила

моментов? А? 😊



Лестница опирается на вертикальную стену и пол. При каких значениях угла между лестницей и полом она может стоять, если коэффициенты трения лестницы о пол и о стену равны μ_1 и μ_2 соответственно?



Первый закон Ньютона: $\sum \vec{R} = 0$

$$F_{\text{тяж}} + F_{\text{тр.1}} + N_1 + N_2 + F_{\text{тр.2}} = 0$$

$$OX : 0 - F_{\text{тр.1}} + 0 + N_2 + 0 = 0$$

$$OY : -F_{\text{тяж}} + 0 + N_1 + 0 + F_{\text{тр.2}} = 0$$

$$OX : -\mu_1 N_1 + N_2 = 0 \quad (1)$$

$$OY : -mg + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 \quad (2)$$

Правило моментов: $\sum M = 0$

Относительно точки O_1 :

$$-mg \frac{l}{2} \cos \alpha + N_1 l \cos \alpha - \mu_1 N_1 l \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

Решаем систему уравнений (1 - 3) относительно α

$$\begin{cases} -\mu_1 N_1 + N_2 = 0 & (1) & \longrightarrow & N_2 = \mu_1 N_1 \\ -mg + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 & (2) & \longrightarrow & mg = N_1 + \mu_2 N_2 \\ -mg \frac{l}{2} \cos\alpha + N_1 l \cos\alpha - \mu_1 N_1 l \sin\alpha = 0 & (3) & & mg = N_1 + \mu_2 \mu_1 N_1 \end{cases}$$

$$-(N_1 + \mu_2 \mu_1 N_1) \frac{l}{2} \cos\alpha + N_1 l \cos\alpha - \mu_1 N_1 l \sin\alpha = 0 \quad | : N_1 l$$

$$-(1 + \mu_2 \mu_1) \frac{1}{2} \cos\alpha + \cos\alpha - \mu_1 \sin\alpha = 0$$

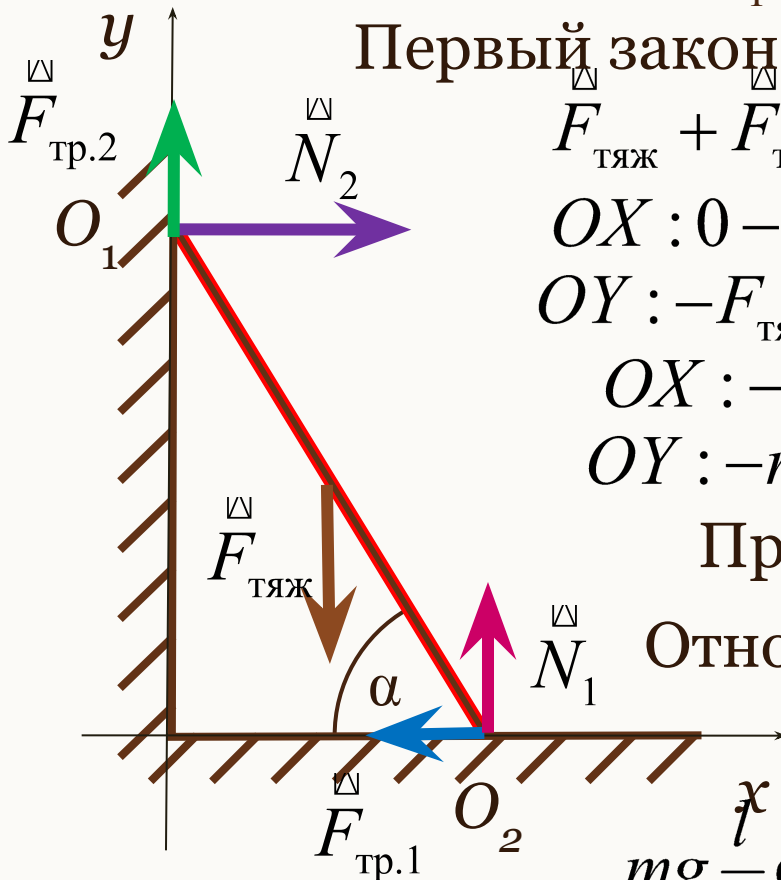
$$\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1 + 1\right) \cos\alpha - \mu_1 \sin\alpha = 0 \quad \text{Окончательно: } \alpha \geq \arctg \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2\mu_1}$$

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1\right) \cos\alpha = \mu_1 \sin\alpha$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \frac{1 - \mu_2 \mu_1}{2\mu_1}}$$

Решить задачу, записав правило моментов относительно точки O_2

Лестница опирается на вертикальную стену и пол. При каких значениях угла между лестницей и полом она может стоять, если коэффициенты трения лестницы о пол и о стену равны μ_1 и μ_2 соответственно?



Первый закон Ньютона: $\sum \vec{R} = 0$

$$F_{\text{тяж}} + F_{\text{тр.1}} + N_1 + N_2 + F_{\text{тр.2}} = 0$$

$$OX : 0 - F_{\text{тр.1}} + 0 + N_2 + 0 = 0$$

$$OY : -F_{\text{тяж}} + 0 + N_1 + 0 + F_{\text{тр.2}} = 0$$

$$OX : -\mu_1 N_1 + N_2 = 0 \quad (1)$$

$$OY : -mg + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 \quad (2)$$

Правило моментов: $\sum M = 0$

Относительно точки O_2 :

$$mg \frac{l}{2} \cos \alpha - \mu_2 N_2 l \cos \alpha - N_2 l \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

Решаем систему уравнений (1 - 3) относительно α

$$\left\{ \begin{array}{l} -\mu_1 N_1 + N_2 = 0 \quad (1) \\ -mg + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 \quad (2) \\ mg \frac{l}{2} \cos\alpha - \mu_2 N_2 l \cos\alpha - N_2 l \sin\alpha = 0 \quad (3) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} N_2 = \mu_1 N_1 \\ mg = N_1 + \mu_2 N_2 \\ mg = \frac{N_2}{\mu_1} + \mu_2 N_2 \end{array} \quad N_1 = \frac{N_2}{\mu_1}$$

$$\left(\frac{N_2}{\mu_1} + \mu_2 N_2 \right) \frac{l}{2} \cos\alpha - \mu_2 N_2 l \cos\alpha - N_2 l \sin\alpha = 0 \quad | : N_2 l$$

$$\left(\frac{1}{\mu_1} + \mu_2 \right) \frac{1}{2} \cos\alpha - \mu_2 \cos\alpha - \sin\alpha = 0 \quad \left(\frac{1}{2\mu_1} - \frac{1}{2} \mu_2 \right) \cos\alpha - \sin\alpha = 0$$

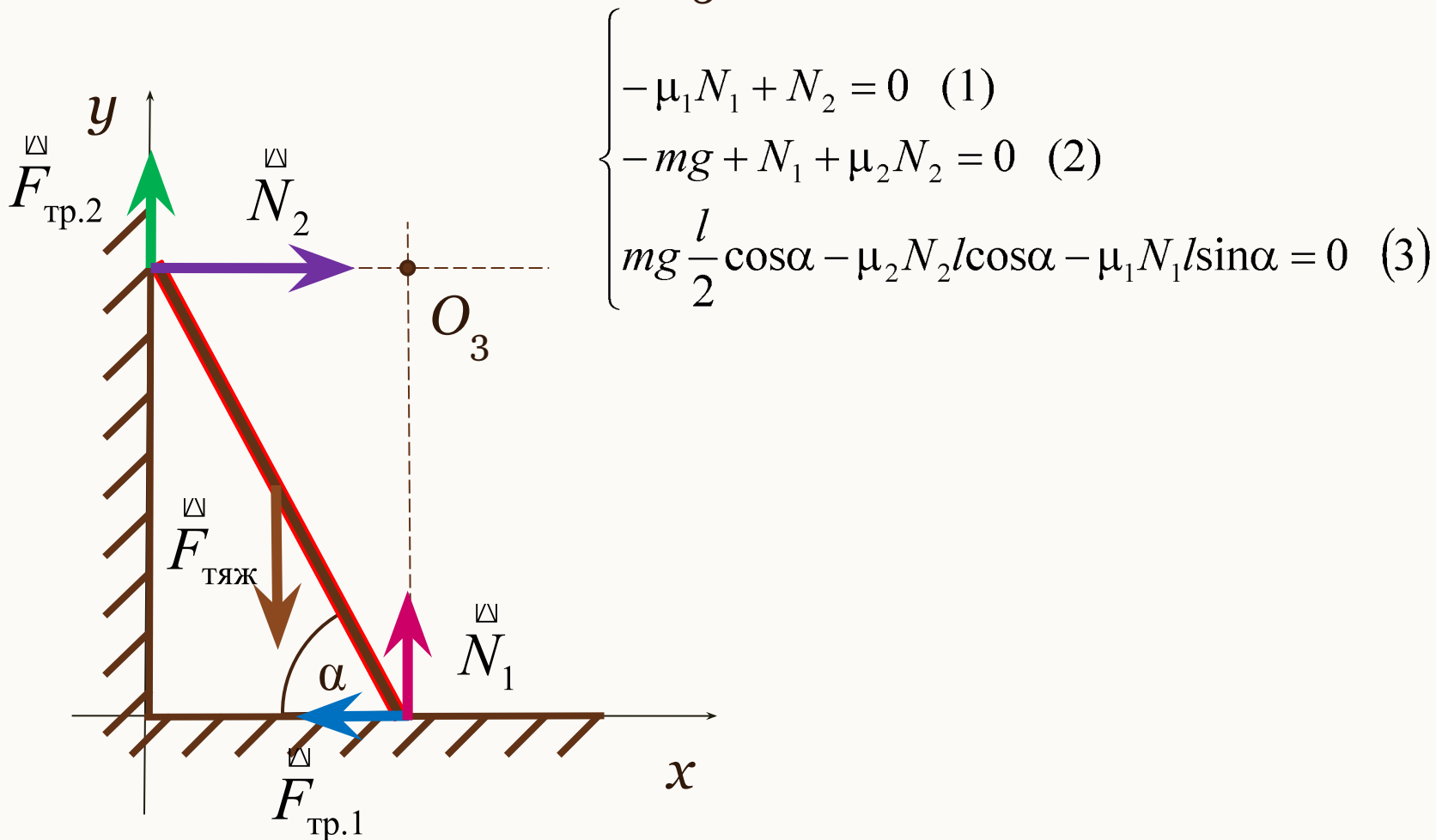
$$\left(\frac{1}{2\mu_1} + \frac{1}{2} \mu_2 \right) \cos\alpha - \mu_2 \cos\alpha - \sin\alpha = 0 \quad \left(\frac{1}{2\mu_1} - \frac{1}{2} \mu_2 \right) \cos\alpha = \sin\alpha$$

$$\left(\frac{1}{2\mu_1} + \frac{1}{2} \mu_2 - \mu_2 \right) \cos\alpha - \sin\alpha = 0$$

$$\left(\frac{1}{2\mu_1} - \frac{1}{2} \mu_2 \right) = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1 - \mu_1 \mu_2}{2\mu_1}$$

Решить задачу, записав правило моментов относительно точки O_3



Решаем систему уравнений (1 - 3) относительно α

$$\begin{cases} -\mu_1 N_1 + N_2 = 0 & (1) & N_2 = \mu_1 N_1 \\ -mg + N_1 + \mu_2 N_2 = 0 & (2) & mg = N_1 + \mu_2 N_2 \\ mg \frac{l}{2} \cos\alpha - \mu_2 N_2 l \cos\alpha - \mu_1 N_1 l \sin\alpha = 0 & (3) & mg = N_1 + \mu_2 \mu_1 N_1 \end{cases}$$

$$(N_1 + \mu_2 \mu_1 N_1) \frac{l}{2} \cos\alpha - \mu_2 N_2 l \cos\alpha - \mu_1 N_1 l \sin\alpha = 0$$

$$(N_1 + \mu_2 \mu_1 N_1) \frac{l}{2} \cos\alpha - \mu_2 \mu_1 N_1 l \cos\alpha - \mu_1 N_1 l \sin\alpha = 0 \quad | : N_1 l$$

$$(1 + \mu_2 \mu_1) \frac{1}{2} \cos\alpha - \mu_2 \mu_1 \cos\alpha - \mu_1 \sin\alpha = 0 \quad \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1 \right) \cos\alpha = \mu_1 \sin\alpha$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1 - \mu_2 \mu_1 \right) \cos\alpha - \mu_1 \sin\alpha = 0 \quad \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1 \right) = \mu_1 \operatorname{tg}\alpha$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \mu_2 \mu_1 - \mu_2 \mu_1 \right) \cos\alpha = \mu_1 \sin\alpha \quad (1 - \mu_2 \mu_1) \frac{1}{2} = \mu_1 \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1 - \mu_2 \mu_1}{2\mu_1}$$

Вывод по задаче

- Выполняя рисунок, нужно начинать вектор силы точно в месте приложения , иначе можно неправильно определить плечо.
- В данной задаче не важно, какую точку взять для применения правила моментов. Каждая из трех выбранных точек убирает два момента сил, поэтому сложность решения любым из рассмотренных способов примерно одинакова.
- В других задачах надо постараться найти такую точку, которая убирает бóльшее число моментов тех сил, которые **не** просят найти. Тогда решение будет проще.

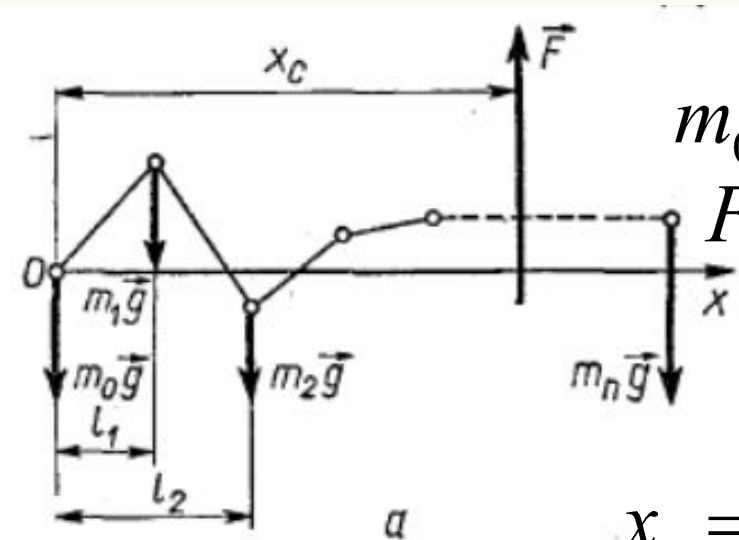
Решение задач на определение положения центра тяжести

В основе решения задач на определение центра тяжести лежит следующее обстоятельство:

- Если в центре тяжести частиц, жестко связанных друг с другом, приложить уравновешивающую силу, равную по модулю силе тяжести всех частиц, то система будет находиться в равновесии.

Сумма моментов всех сил, включая и уравновешивающую, должна быть равна нулю относительно любой точки.

Положение центра тяжести будем отсчитывать от крайней левой точки.



Первый закон Ньютона:

$$m_0g + m_1g + m_2g + \dots + m_n g - F = 0$$

$$F = m_0g + m_1g + m_2g + \dots + m_n g \quad (1)$$

Правило моментов:

$$m_0g \cdot 0 + m_1gx_1 + \dots + m_n gx_n - Fx_c = 0$$

$$x_c = \frac{m_0g \cdot 0 + m_1gx_1 + \dots + m_n gx_n}{F} \quad (2)$$

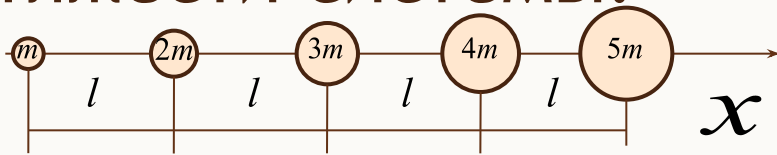
(1) В (2):

$$x_c = \frac{m_0g \cdot 0 + m_1gx_1 + \dots + m_n gx_n}{m_0g + m_1g + m_2g + \dots + m_n g} \quad (2) \quad | : g$$

$$x_c = \frac{m_0 \cdot 0 + m_1x_1 + \dots + m_n x_n}{m_0 + m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (3)$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Пять шаров, массы которых равны соответственно $m, 2m, 3m, 4m, 5m$, укреплены на стержне так, что их центры находятся на расстоянии l друг от друга. Пренебрегая массой стержня, найдите центр тяжести системы.



$$x_c = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot l + 3m \cdot 2l + 4m \cdot 3l + 5m \cdot 4l}{m + 2m + 3m + 4m + 5m}$$

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Ура!!! Мы её сделали!!!

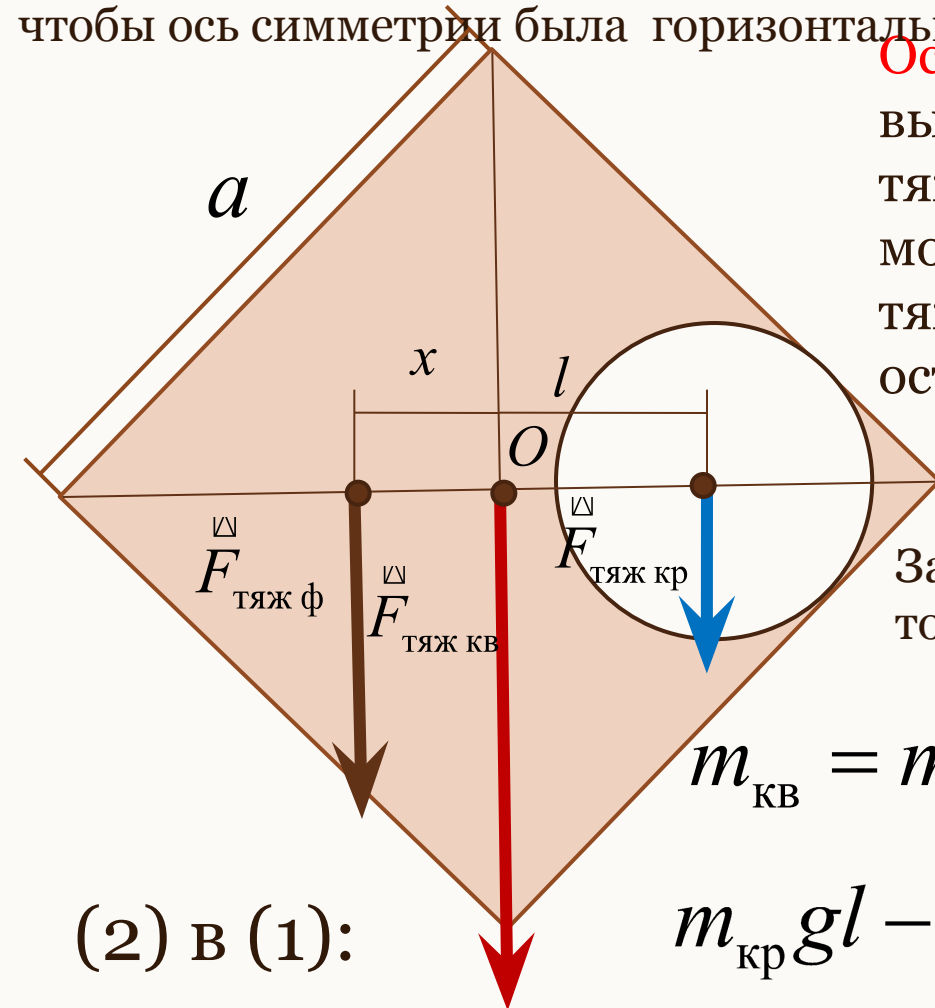
$$x_c = \frac{8}{3} l$$

Физика Forever!!!

Определить центр тяжести однородной квадратной пластинки со стороной a , в которой вырезано круглое отверстие радиусом $a/4$, как показано на рисунке.

Важно! В задачах такого типа фигуру с вырезом желательно расположить так, чтобы ось симметрии была горизонтальна.

Основная идея задачи: если вставить вырезанную часть на место, то силу тяжести целой фигуры (целого квадрата) можно представить как сумму сил тяжести вырезанной части (круга) и оставшейся части (фигуры с вырезом).



$$m_{\text{кв}} g = m_{\text{кр}} g + m_{\text{ф}} g$$

Запишем правило моментов относительно точки O :

$$m_{\text{кр}} g l - m_{\text{ф}} g x = 0 \quad (1)$$

$$m_{\text{кв}} = m_{\text{кр}} + m_{\text{ф}}; \quad m_{\text{ф}} = m_{\text{кв}} - m_{\text{кр}} \quad (2)$$

$$m_{\text{кр}} g l - (m_{\text{кв}} - m_{\text{кр}}) g x = 0 \quad (3)$$

(2) в (1):

Продолжим

$$m_{кр} gl - (m_{кв} - m_{кр}) gx = 0 \quad (3)$$

$$m_{кв} = \rho V_{кв}; \quad m_{кр} = \rho V_{кр}; \quad V = Sh$$

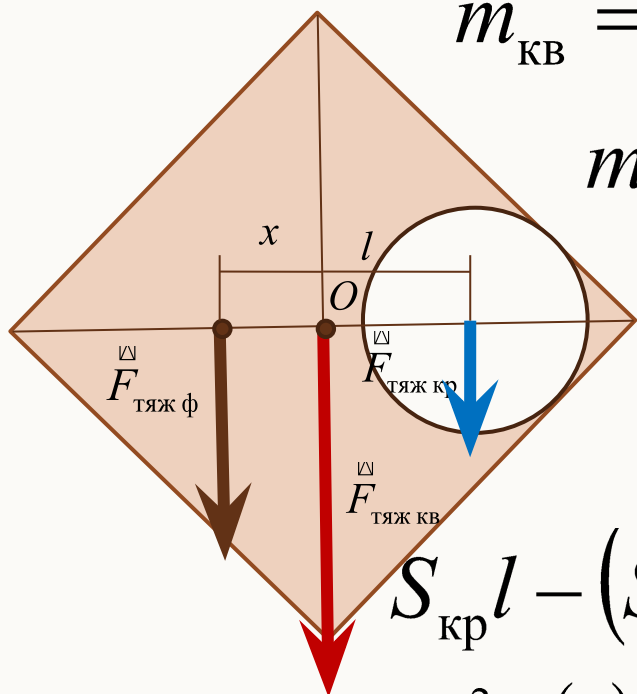
$$m_{кв} = \rho S_{кв} h; \quad m_{кр} = \rho S_{кр} h \quad (4)$$

(4) в (3):

$$\rho S_{кр} hgl - (\rho S_{кв} h - \rho S_{кр} h) gx = 0 \quad | : \rho gh$$

$$S_{кр} l - (S_{кв} - S_{кр}) x = 0 \quad (5)$$

$$S_{кв} = a^2 \quad (6); \quad S_{кр} = \pi R^2 = \pi \frac{a^2}{16} \quad (7) \quad l = \frac{a\sqrt{2}}{4} \quad (8)$$



Ура!!! Мы и эту сделали!!!

$$S_{\text{кр}} l - (S_{\text{кв}} - S_{\text{кр}})x = 0 \quad (5)$$

$$S_{\text{кв}} = a^2 \quad (6); \quad S_{\text{кр}} = \pi R^2 = \pi \frac{a^2}{16} \quad (7) \quad l = \frac{a\sqrt{2}}{4} \quad (8)$$

$$(6,7,8) \text{ в } (5): \quad \pi \frac{a^2}{16} \frac{a\sqrt{2}}{4} - \left(a^2 - \pi \frac{a^2}{16} \right) x = 0 \quad \Big| \cdot \frac{16}{a^2}$$

$$\pi \frac{a\sqrt{2}}{4} - (16 - \pi)x = 0$$

$$x = \frac{\pi a\sqrt{2}}{4(16 - \pi)}$$