

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК ПО ТЕМЕ «КОМБИНАТОРИКА»

ЦЕЛИ:

- 1. Рассмотрев использование комбинаторики в различных сферах жизнедеятельности, повторить формулы для вычисления числа перестановок, размещений и сочетаний;**
- 2. развивать пространственное воображение, познавательную и творческую деятельность, математическую речь, память, внимание; логическое и алгоритмическое мышление;**
- 3. воспитывать ответственное отношение к учебному труду, убеждение в практической значимости комбинаторики как области математики**

Комбинаторика —

самостоятельная ветвь математической

- это раздел математики, в котором изучаются простейшие «соединения»: перестановки, размещения, сочетания.

(Большой Энциклопедический Словарь)

- происходит от латинского слова «**combina**», что в переводе на русский означает — «сочетать», «соединять».

Разделы комбинаторики —

- Перечислительная
- Структурная
- Вероятностная
- Топологическая



*«Вперед поедешь –
голову сложишь,
направо поедешь –
коня потеряешь,
налево поедешь –
меча лишишься.»*

Перестановки —

соединения, которые можно составить из n предметов, меняя всеми возможными способами их порядок; число их

$$P_n = n!$$

Число n называется порядком перестановки.

n-факториал-

это произведение всех натуральных чисел от до единицы до n, обозначают символом !

Используя знак факториала, можно, например, записать:

$$1! = 1,$$

$$2! = 2*1=2,$$

$$3! = 3*2*1=6,$$

$$4! = 4*3*2*1=24,$$

$$5! = 5*4*3*2*1 = 120.$$

Необходимо знать, что $0! = 1$

Задача

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет

...

Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!
Как музыке идти?
Ведь вы не так сидите...

*И так, и так пересаживались – опять музыка на
лад не идет.*

Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть...

**Сколькоими способами можно
рассадить четырех музыкантов?**



Решение:



Здесь $n=4$, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

$$\underline{P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24}$$

Размещения —

соединения, содержащие по m предметов из числа n данных, различающихся либо порядком предметов, либо самими предметами; число их

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

Задача

В группе ТД – 21
обучается
24 студента.



Сколькими способами
можно составить график
дежурства по техникуму,
если группа дежурных
состоит из трех
студентов?



Решение задачи:

$$A_{24}^3 = \frac{24!}{(24-3)!} = \frac{24!}{21!} = \frac{21! * 22 * 23 * 24}{21!} = 22 * 23 * 24 = 12144$$

Ответ: число способов равно числу размещений из 24 по 3, т.е. 12144 способа.

Сочетания—

соединения, содержащие по m предметов из n , различающихся друг от друга, по крайней мере, одним предметом; число их

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Задача

Студентам дали список из 10 учебников,



которые рекомендуется использовать для подготовки к экзамену .

Сколькими способами студент может выбрать из них 3 книги?

Решение задачи:

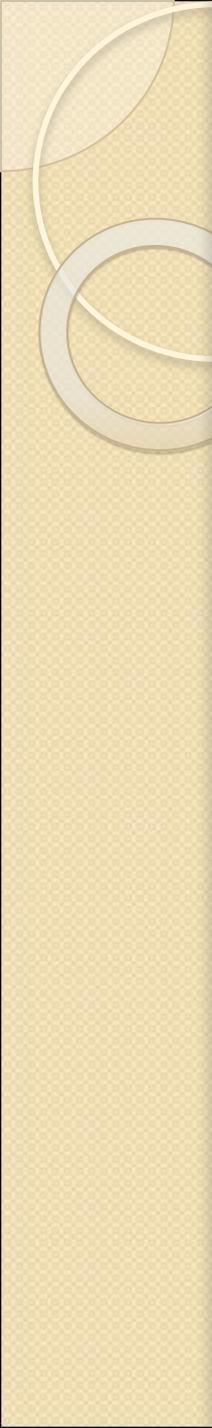
$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \cdot (10-3)!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{3! \cdot 7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{3!} =$$
$$= \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{720}{6} = 120$$

Ответ: число способов равно числу сочетаний из 10 по 3, т.е. 120 способов.

Библиографическая справка

Термины «перестановки» и «размещения» впервые употребил Якоб Бернулли в книге «Искусство предположений».

Термин «сочетания» впервые встречается у Блеза Паскаля в 1665 году.



Особая примета
комбинаторных задач -
вопрос,
который начинался словами
«Сколькими
способами...?»»

Решение задач:

Задача №1: В соревнованиях участвуют 12 команд.

Сколько существует вариантов распределения призовых (I, II, III) мест?

Задача №2: Студенты Женя, Сергей, Коля, Наташа и Ольга побежали на перемене к теннисному столу, за которым уже шла игра. Сколькими способами подбежавшие студенты могут занять очередь для игры в настольный теннис?

Задача № 3: В 9 классе учатся 7 учеников, в 10 – 9, а в 11 – 8 учеников. Для работы на пришкольном участке надо выделить двух учеников из 9 класса, трех – из 10 класса и одного – из 11 класса. Сколько существует способов выбора учеников для работы на пришкольном участке?

Исторические сведения

- Комбинаторика как наука стала развиваться в XIII в. параллельно с возникновением теории вероятностей.
- Первые научные исследования по этой теме принадлежат итальянским ученым Дж. Кардано, Н. Чарталье (1499-1557), Г. Галилею (1564-1642) и французским ученым Б.Пискамо (1623-1662) и П. Ферма.
- Комбинаторику, как самостоятельный раздел математики, первым стал рассматривать немецкий ученый Г. Лейбниц в своей работе «Об искусстве комбинаторики», опубликованной в 1666г. Он также впервые ввел термин «Комбинаторика».

Исторические сведения

Лейбниц Готфрид Вильгельм



Дата рождения: **1 июля 1646 г.**

Место рождения: **Лейпциг, Германия**

Дата смерти: **14 ноября 1716 г.**

Место смерти: **Ганновер, Германия**

Школа/традиция: **рационализм**

Направление: **Европейская философия**

Основные интересы: **Метафизика,
эпистемология, наука, математика.**

Связь комбинаторики с другими областями математики:

алгебра,

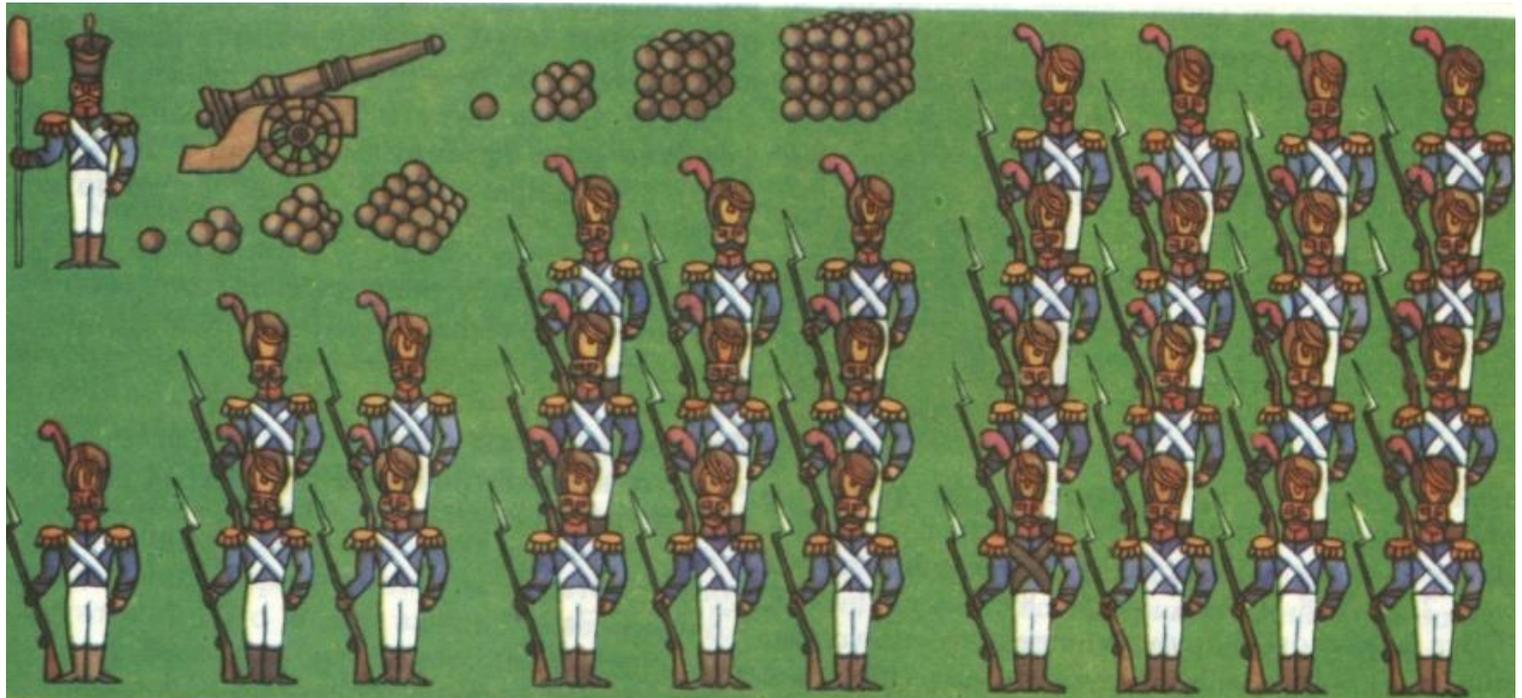
геометрия,

теория вероятностей.

Имеет широкий спектр применения
в информатике и статистической физике

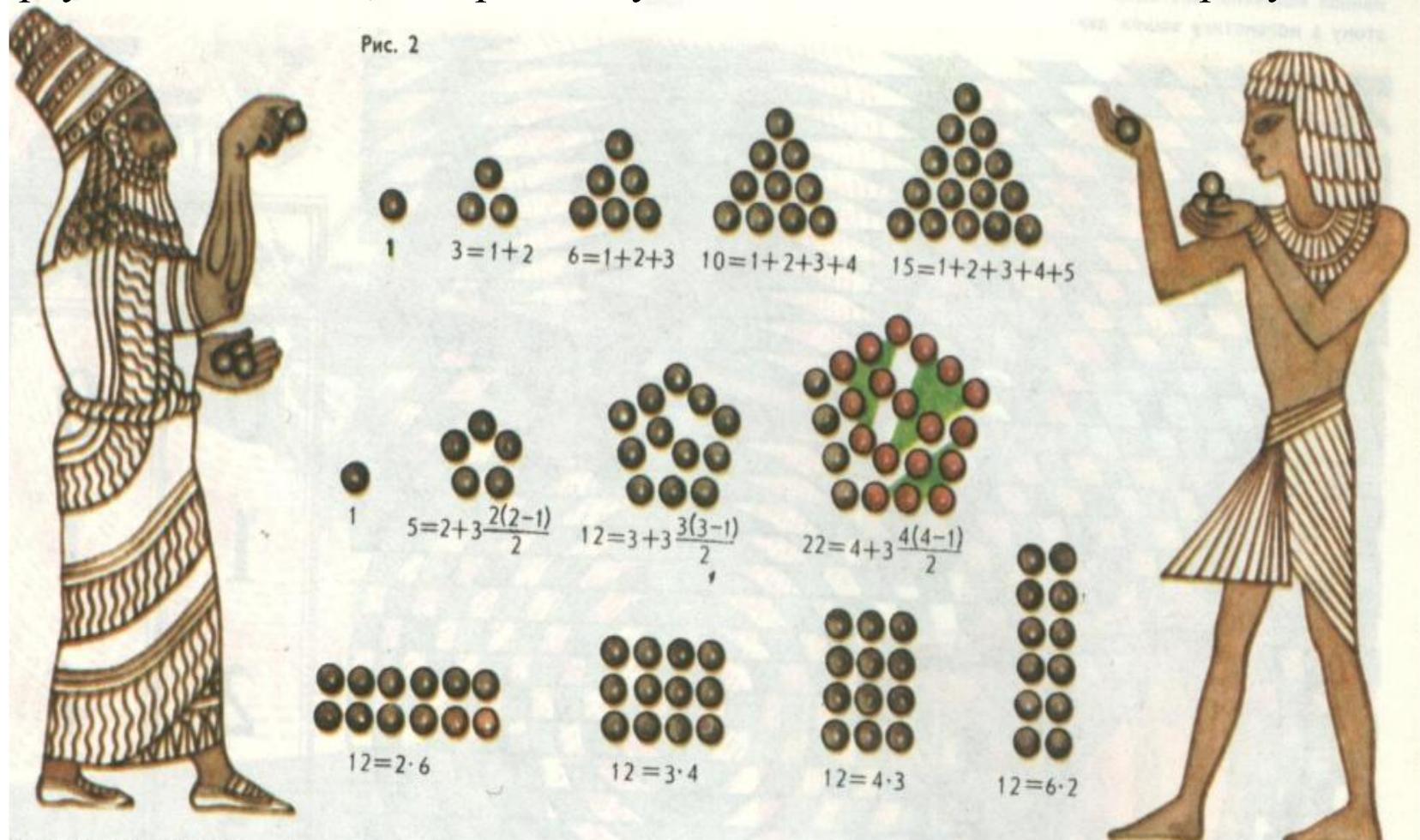
Фигурные числа

Солдаты стоят правильными рядами, образуя квадраты. Число солдат внутри такого квадрата легко подсчитать – нужно умножить их число вдоль горизонтальной стороны на число солдат вдоль вертикальной стороны (причем эти числа равны), и получим общее количество солдат внутри квадрата



Фигурные числа

В древности вычислители часто считали с помощью камешков и, естественно, отмечали случаи, когда камешки можно было сложить в виде правильной фигуры. Кроме квадратных чисел были известны и треугольные числа, которые получаются так как показано на рисунке.



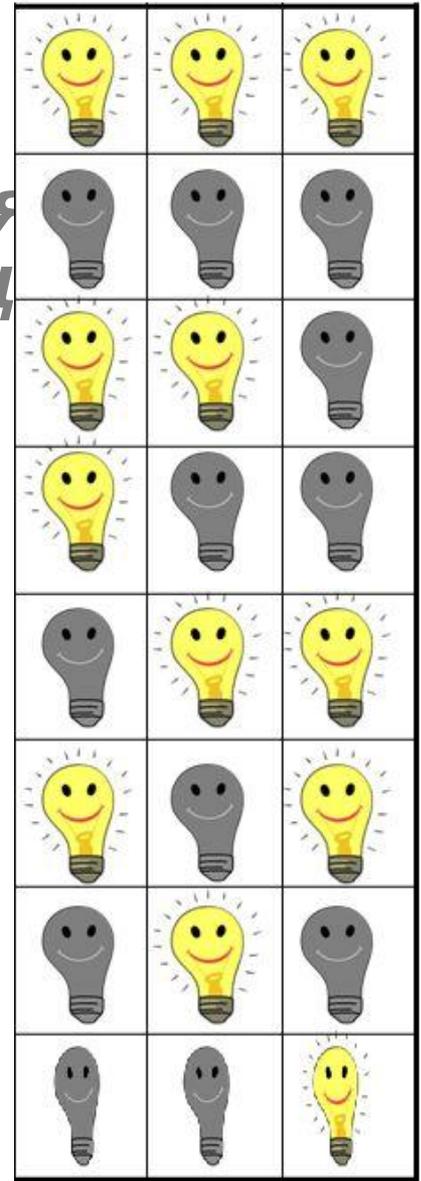
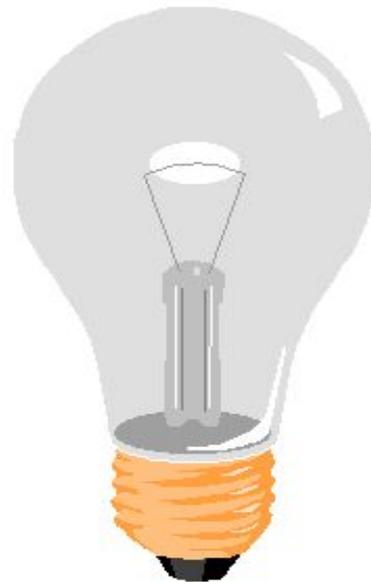
Комбинаторика в различных областях жизнедеятельности человека.

Литература

- ❖ Былины
- ❖ Сказки
- ❖ Басни

Электротехника

В коридоре висят три лампочки. Сколько имеется различных способов освещения коридора?

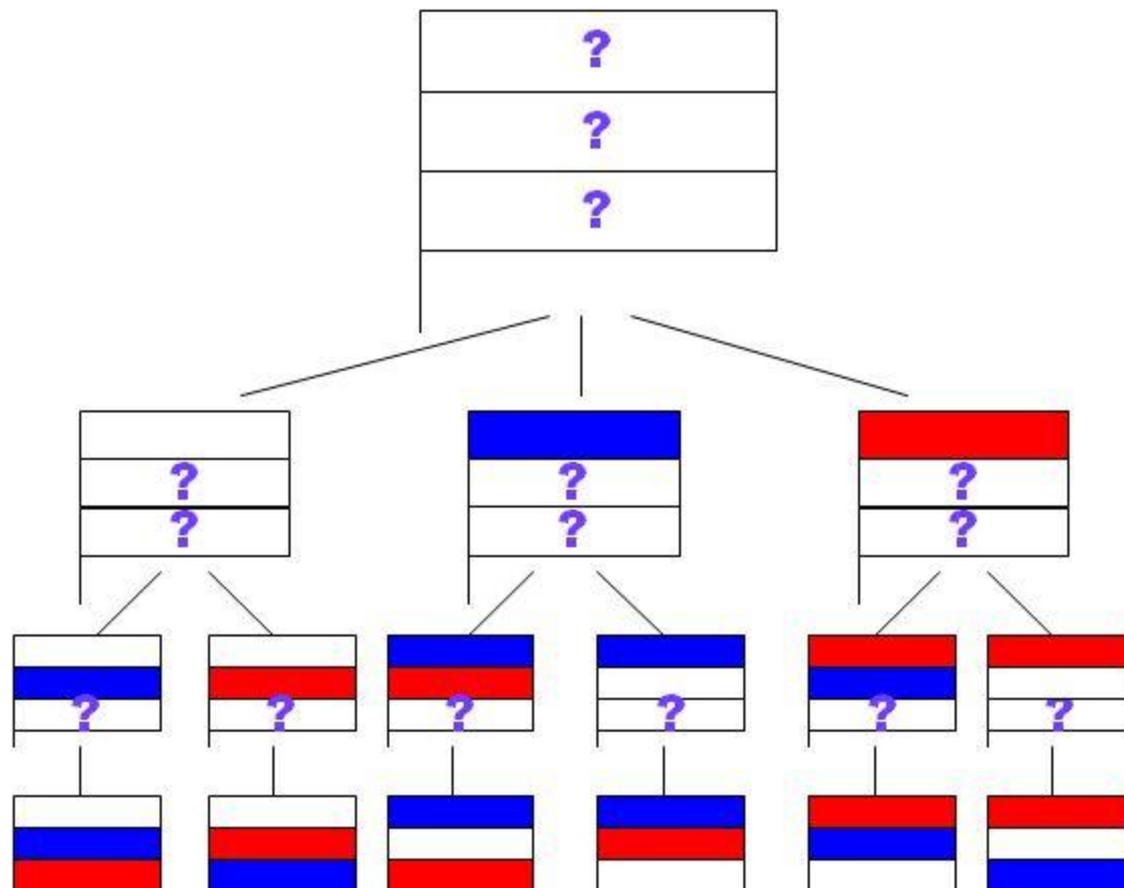


Государственная

СИМВОЛИКА



Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику, при условии, что у каждой страны свой отличный от других стран флаг?

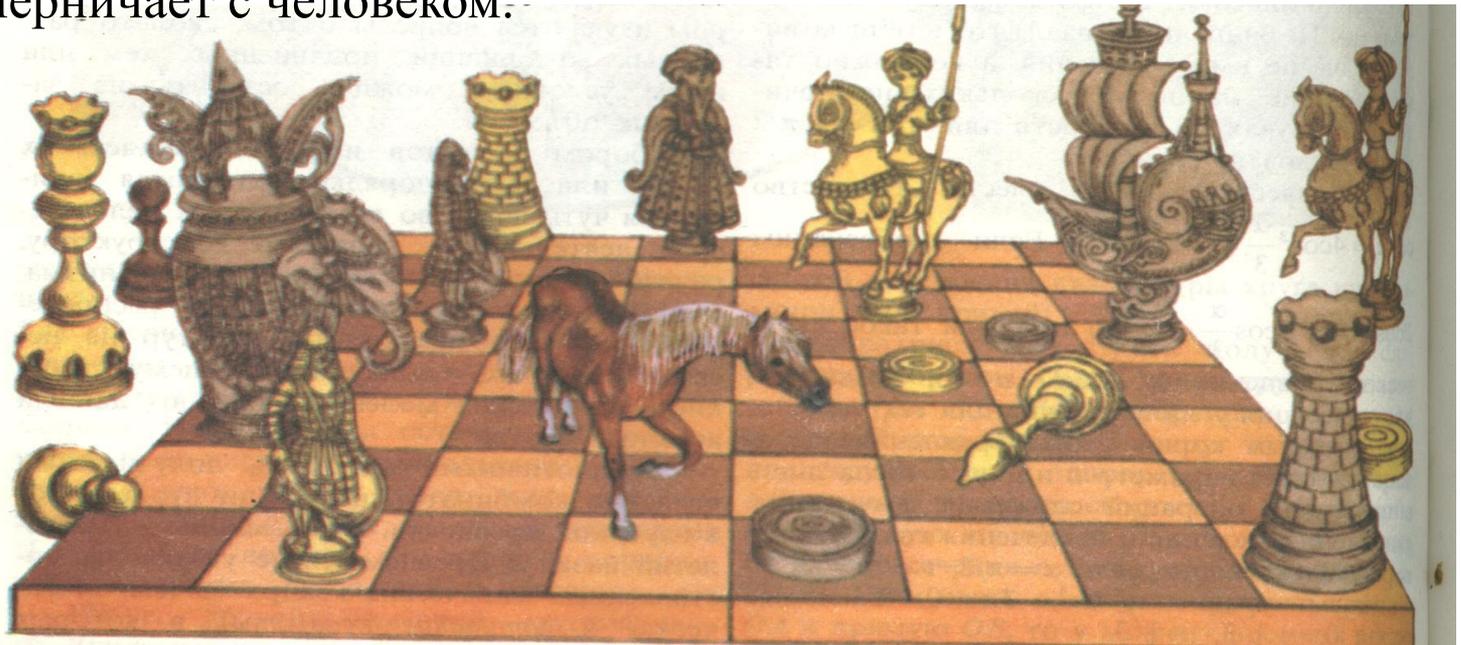


Ответ:6.

Игра Шахматы

Выдающиеся шахматисты Клод Шеннон и Михаил Ботвинник внесли огромный вклад в создание математической модели шахматной игры и способствовали прогрессу в интеллектуализации программ для нее.

Компьютерные шахматы — едва ли не самый убедительный пример за полвека развития информационных технологий, когда именно в интеллектуальной деятельности автомат успешно соперничает с человеком.



Игра Кубик Рубика



Необыкновенно популярной головоломкой стал кубик Рубика, изобретенный в 1975 году преподавателем архитектуры из Будапешта Эрне Рубиком для развития пространственного воображения у студентов.

Лучшее время, показанное на чемпионате мира 1982 г. по скоростной сборке кубика Рубика, составило всего 22,95 секунды.

Кубик Рубика служит не только развлечением, но и прекрасным наглядным пособием по комбинаторике.

Меню на завтрак

На завтрак Вова может выбрать: плюшку, бутерброд, пряник, или кекс, а запить он может: кофе, соком, кефиром. Сколько возможных вариантов завтрака?



ВЫВОД

- ✓ Комбинаторика имеет огромное значение в различных областях науки и производственной сферы.
- ✓ С комбинаторными величинами приходится иметь дело представителям многих специальностей: ученому – химику, биологу, конструктору, диспетчеру и т.п.
- ✓ Комбинаторика используется в литературе, математике, музыке, в различных играх (нарды, шашки, шахматы). В каждой из этих игр приходится рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывает тот, кто их лучше изучает, знает выигрышные комбинации и умеет избегать проигрышных.