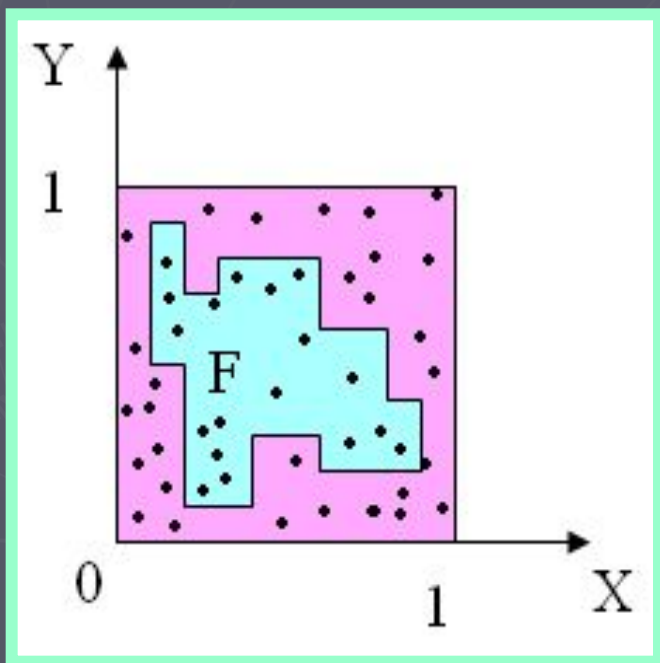


Метод Монте-Карло



Пример использования метода Монте-Карло при составлении информационной модели



F – плоская фигура с произвольной границей

S – площадь фигуры F (S - ?)

Будем считать, что F полностью расположена внутри единичного квадрата

Выберем в квадрате **N** случайных точек

N1 – количество точек, попавших в фигуру F

$$S = \lim_{N \rightarrow \infty} (N1/N)$$

Особенности метода Монте-Карло

1). Простая структура вычислительного алгоритма

составляется алгоритм для выполнения одного случайного действия и повторяется N раз, причем каждый опыт не зависит от остальных

2). Ошибки пропорциональны $\sqrt{(D/N)}$

D – некоторая постоянная

N – число испытаний

Задачи, которые решаются методом Монте-Карло

Во-первых

метод позволяет моделировать любой процесс, на протекание которого влияют случайные факторы

Во-вторых

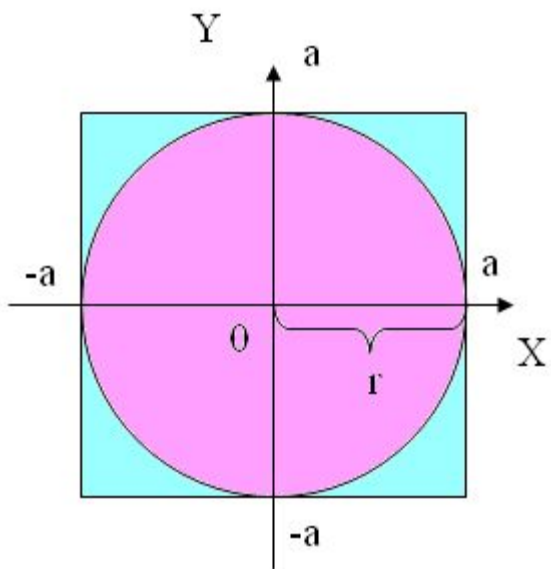
Для многих математических задач, не связанных с какими-либо случайностями можно искусственно придумать вероятностную модель, решающую эти задачи

Метод нахождения площади будет справедлив, если СЛУЧАЙНЫЕ точки будут располагаться РАВНОМЕРНО по всему квадрату

(1 этап) Постановка задачи

Задача: Дана геометрическая фигура неправильной формы. Вычислите ее площадь. Фигура задана своей границей. Результатом решения является площадь S этой фигуры.

(2 этап) Анализ объекта моделирования и построение информационной модели



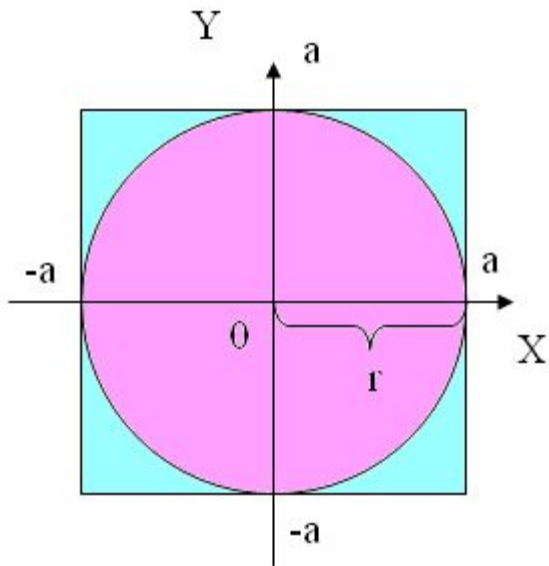
! Рассмотрим в качестве примера математическую модель нахождения площади круга радиуса r . Действовать будем по принципу первого примера. !

(2 этап) Анализ объекта моделирования и построение информационной модели

Шаг 1.

Примем $a=r$, где a – половина длины стороны квадрата, тогда S_1 (площадь квадрата) вычисляется по формуле

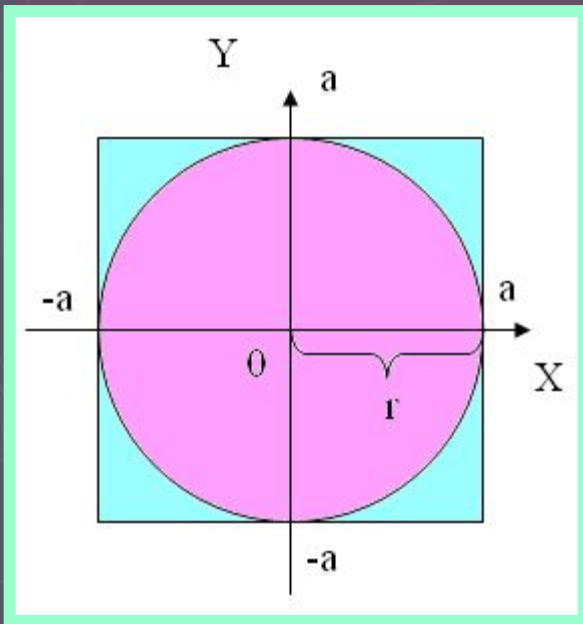
$$S_1 = 2 * a * 2 * a$$



(2 этап) Анализ объекта моделирования и построение информационной модели

Шаг 2.

Случайным образом выбираем точку, принадлежащую квадрату (задаем ее координаты, т. е. x и y)



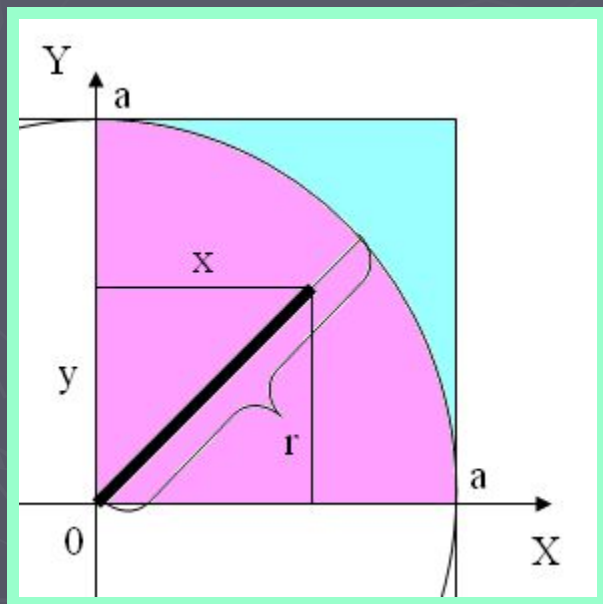
Точка принадлежит квадрату,
если

$$-a \leq x \leq a \text{ and } -a \leq y \leq a$$

Or

$$-r \leq x \leq r \text{ and } -r \leq y \leq r$$

(2 этап) Анализ объекта моделирования и построение информационной модели



Шаг 3.

Точка принадлежит кругу,
если справедливо неравен-
СТВО:

$$x^2 + y^2 \leq r^2$$

Or

$$x^2 + y^2 \leq a^2$$

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Исполнитель Basic – система

Шаг 1. Ввод данных:

Число точек n

Радиус круга r

.....
PRINT "Введите число бросаемых точек"

INPUT n PRINT "Введите радиус круга"

INPUT r
.....

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Шаг 2. Запрограммируем создание последовательности случайных чисел и выбор числа из этой последовательности.

.....
Randomize timer `создание последовательности
` случайных чисел

Let $x = (a - (-a)) * \text{rnd} + (-a)$

`выбор следующего случ. числа из диапазона от $-a$ до a
`и присваивание его значения переменной x

Let $y = (a - (-a)) * \text{rnd} + (-a)$

`выбор следующего случ. числа из диапазона от $-a$ до a
`и присваивание его значения переменной x

.....
Т.е. точка $(x; y)$ принадлежит квадрату со стороной $2a$

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Шаг 3. Совокупность команд, определяющих, принадлежит ли точка $M(x;y)$ фигуре, площадь которой уже найти, оформим в виде подпрограммы-функции **Belong%**

```
FUNCTION Belong%(x AS DOUBLE,  
                y ASDOYBLE,a AS DOUBLE)  
    LET Belong%=0  
    IF  $x*x+y*y \leq a*a$  THEN  
        Belong%=1  
    END IF  
END FUNCTION
```

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Шаг 4. Формирование случайным образом координат x и y , а так же вызов функции `Belong%` происходит в основной программе в цикле по i от 1 до n (количество точек). Если функция принимает значение 1 то переменная-счетчик m (в начале программы обнулен) увеличивается на 1

```
.....  
FOR i= 1 to n  
  LET x=2*a*rnd-a  
  LET y=2*a*rnd-a  
  IF Belong%((x),(y),(a))=1 then  
    LET m=m+1  
  END IF  
NEXT i  
.....
```

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Шаг 5. Подсчет результата, т.е $S = (m/n)*S1$. Как видно из формулы, для получения S необходимо знать чему равна $S1$ (площадь квадрата со стороной $a=r$). Как упоминалось выше, $S1=a^2*a^2$. Далее – вывод результатов.

```
.....  
LET S1=2*a*2*a  
LET S=(m/n)*S1  
PRINT "n=";n;"S=";S  
.....
```

(3-4 этапы) Алгоритмизация решения задачи и создание компьютерной модели

Комментарии:

- I** В данной задаче так же возможно провести подсчет времени, в течение которого выполнялись все действия программы. Это осуществляется следующим образом:
- 1) После запуска **RANDOMIZE TIMER** переменной **time1** присваивается значение **timer**
 - 2) После окончания работы цикла по **I** от 1 до **n** переменной **time2** присваивается значение **timer**
 - 3) Находится разница: Время счета $time2 - time1$
- II** Программу можно дополнить имитацией бросания точек в квадрат

(6-7 этапы) Вычислительный эксперимент. Анализ результатов эксперимента

Для проведения эксперимента возьмем радиус круга $r=1$. В этом случае площадь круга равна числу π

Результаты эксперимента:

N	100	200	...	100000	...
П	3,16	3,152	...	3,13836	...

Всё!

