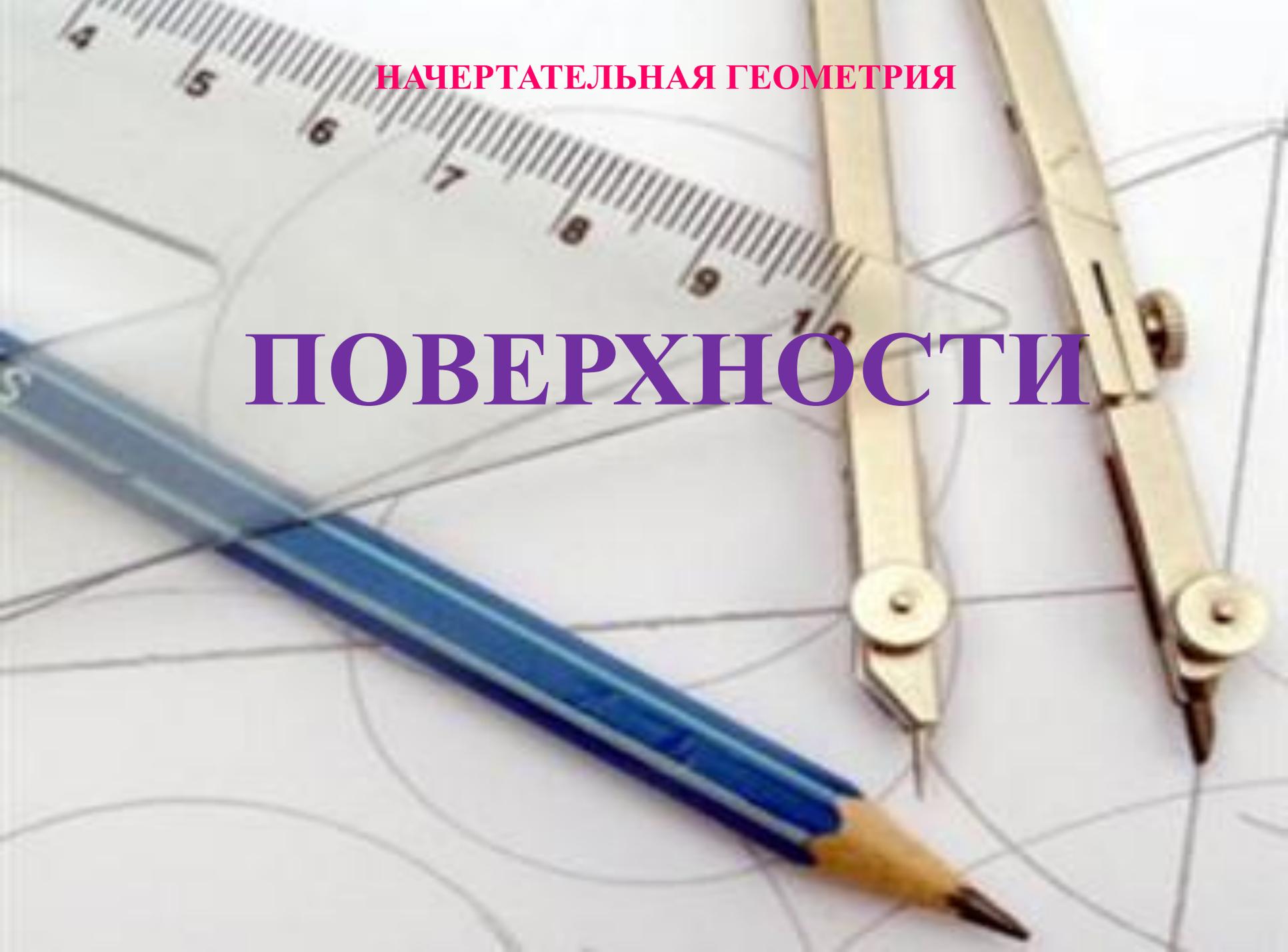


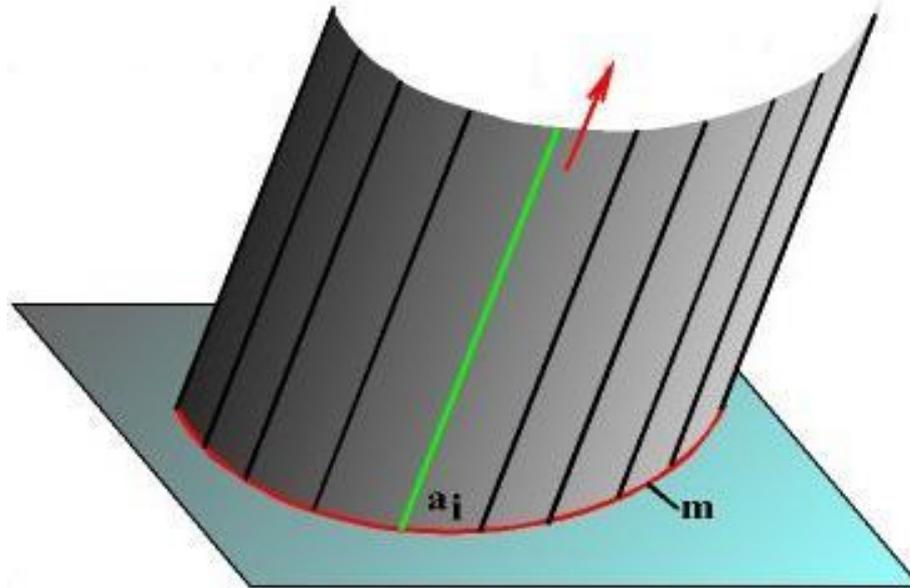
**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

**ПОВЕРХНОСТИ**



# ПОВЕРХНОСТИ

## основные понятия и определения



**ПОВЕРХНОСТЬ** – множество всех последовательных положений движущейся линии.

**ОБРАЗУЮЩАЯ** – линия, перемещающаяся в пространстве и образующая поверхность.

**НАПРАВЛЯЮЩАЯ** – траектория движения образующей.

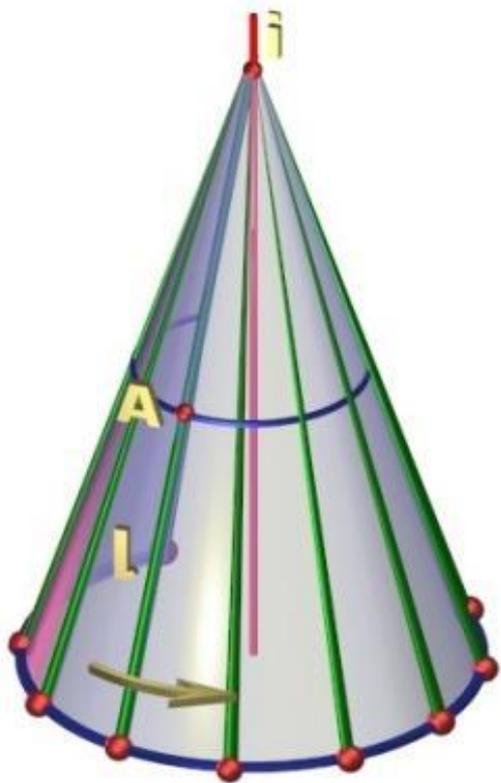
**ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ** – совокупность геометрических элементов, определяющих поверхность.

# ***КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ***

# ЛИНЕЙЧАТЫЕ И НЕЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

**ЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ** – это поверхности с прямолинейной образующей.

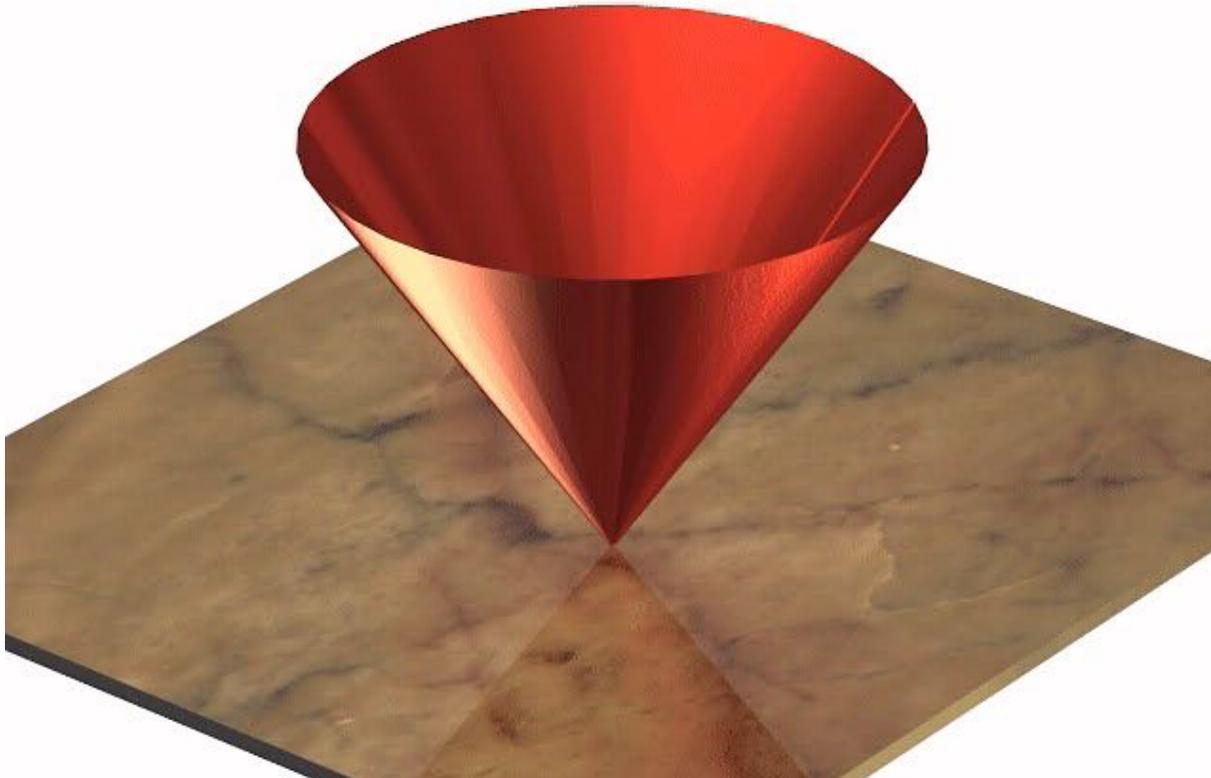
**НЕЛИНЕЙЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ** – это поверхности с криволинейной образующей.



# РАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ ПОВЕРХНОСТИ

**РАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ** называют поверхности, которые можно развернуть до совмещения с плоскостью без образования складок и разрывов.

## РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА



# **НЕРАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ ПОВЕРХНОСТИ**

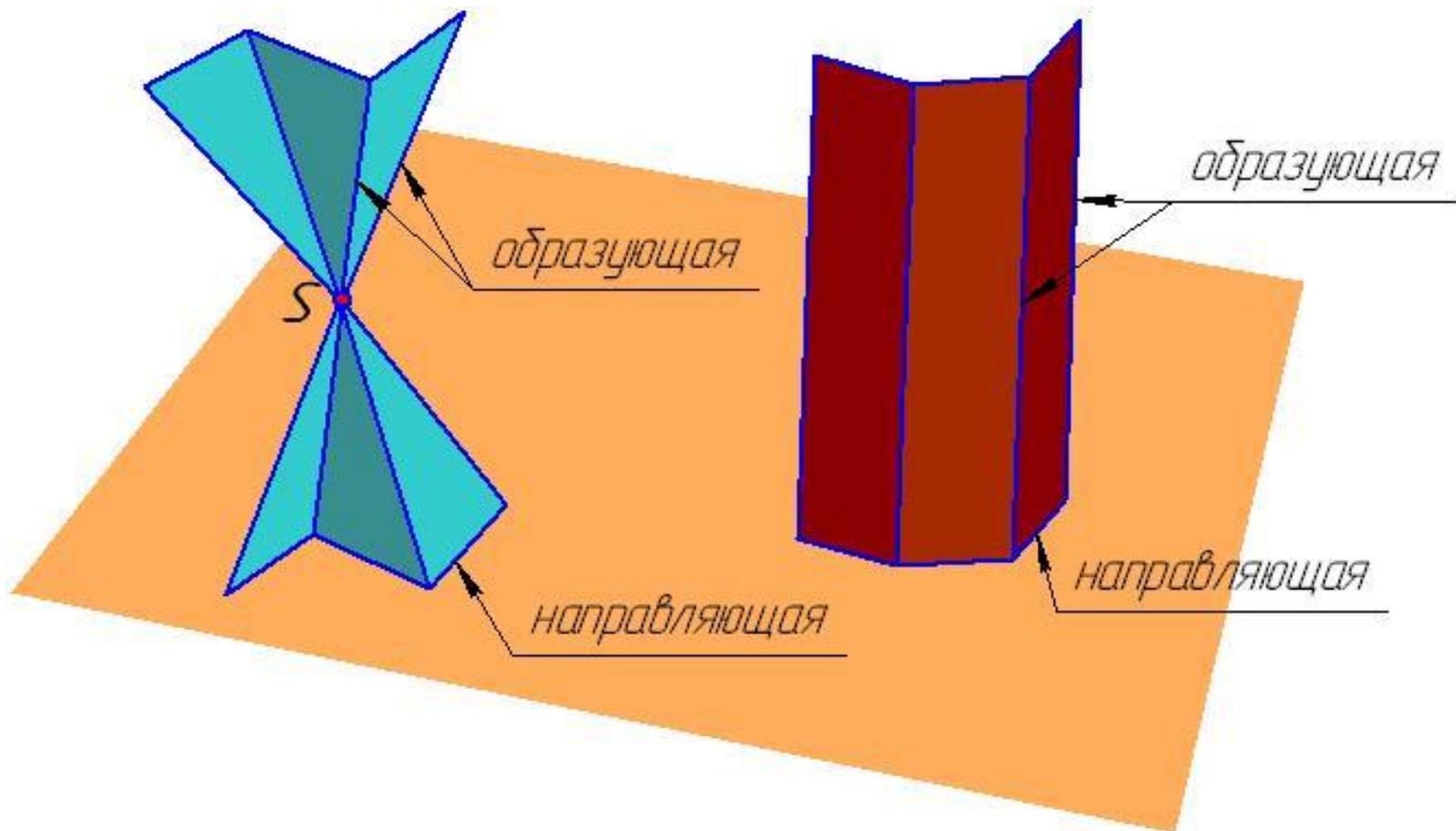
**НЕРАЗВЕРТЫВАЮЩИЕСЯ** называют поверхности, которые при совмещении с плоскостью образуют складки или разрывы.



# ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

## способы образования

**ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ** образованы движением прямолинейной образующей по ломаной направляющей.



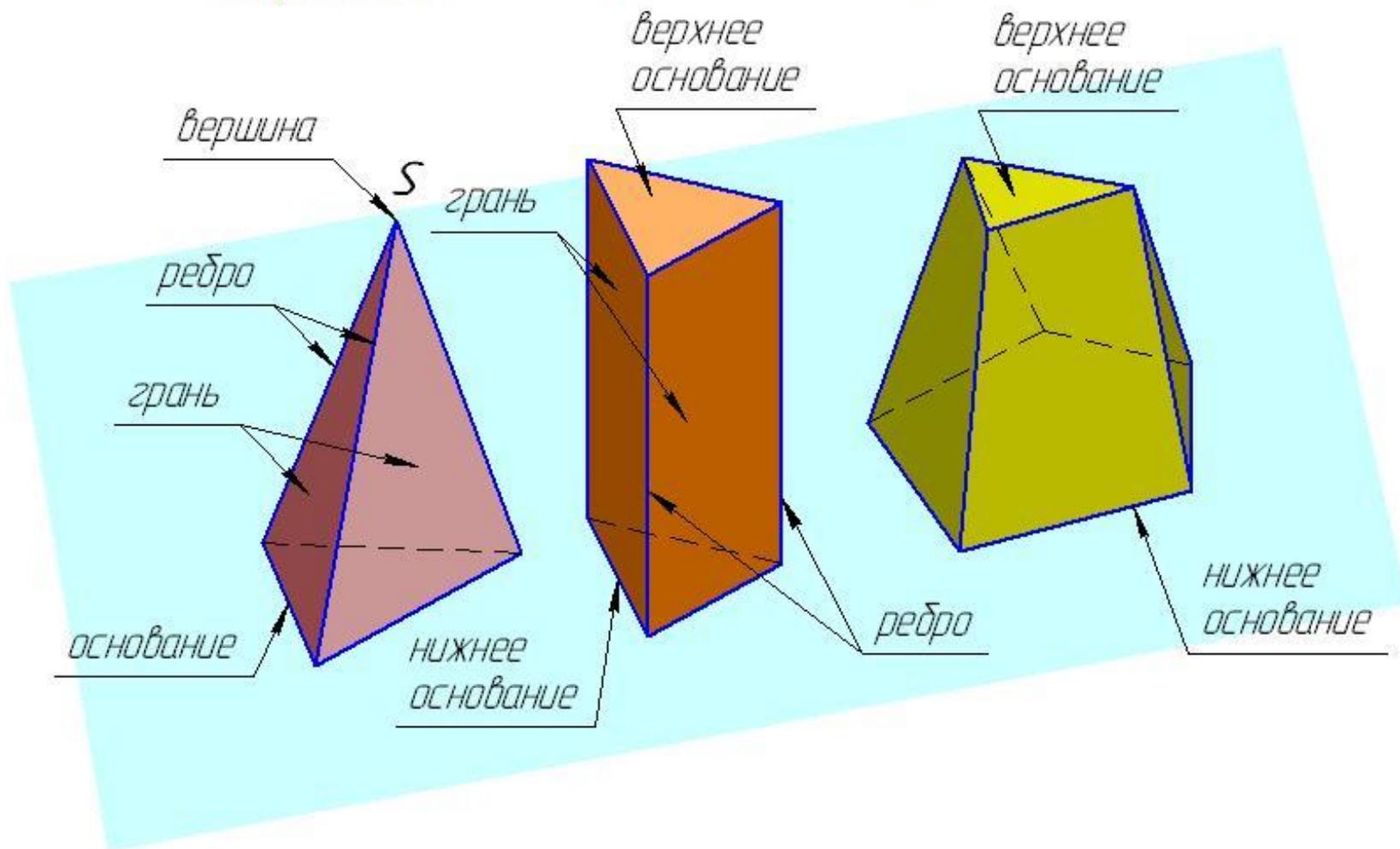
# ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

## элементы гранных поверхностей

*пирамида*

*призма*

*призматойд*

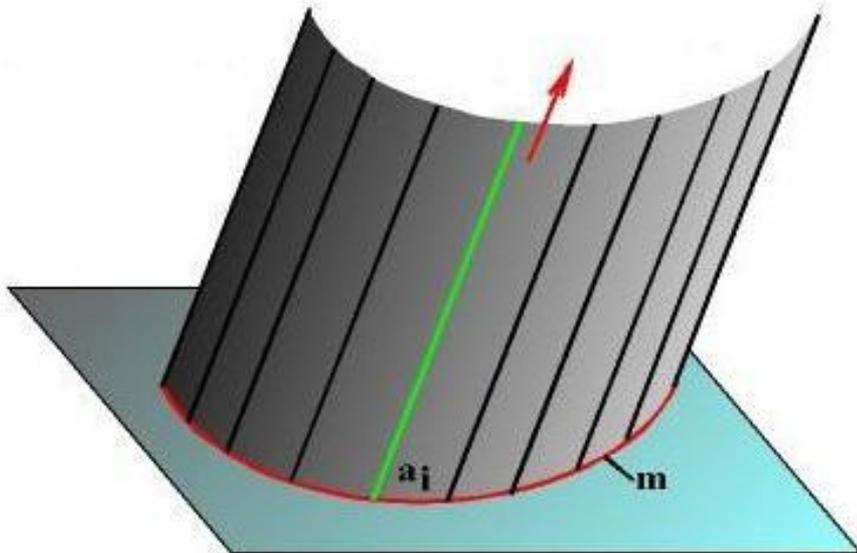


# ТОРСОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

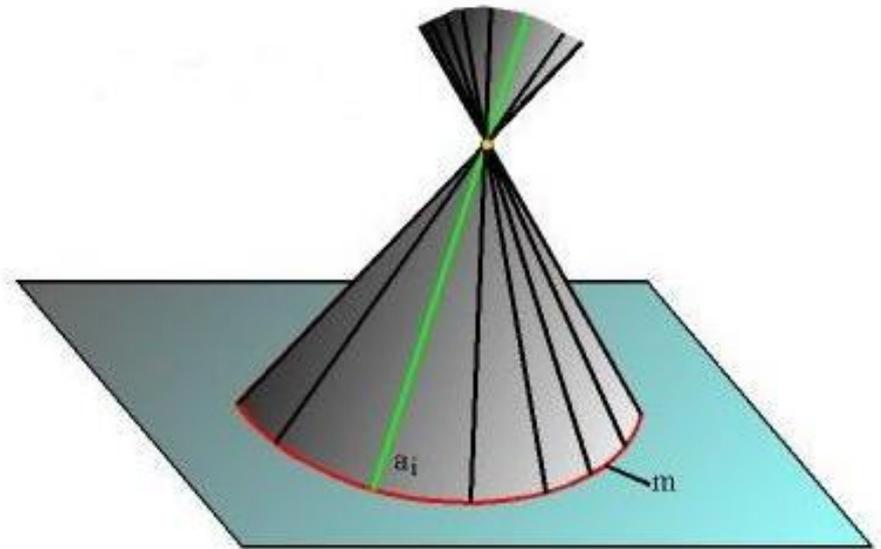
## способы образования

**ТОРСОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ** образованы движением прямолинейной образующей по криволинейной направляющей.

цилиндрическая  
поверхность

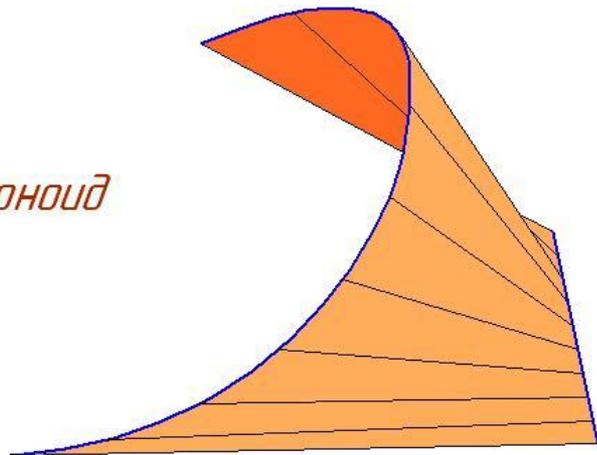


коническая  
поверхность

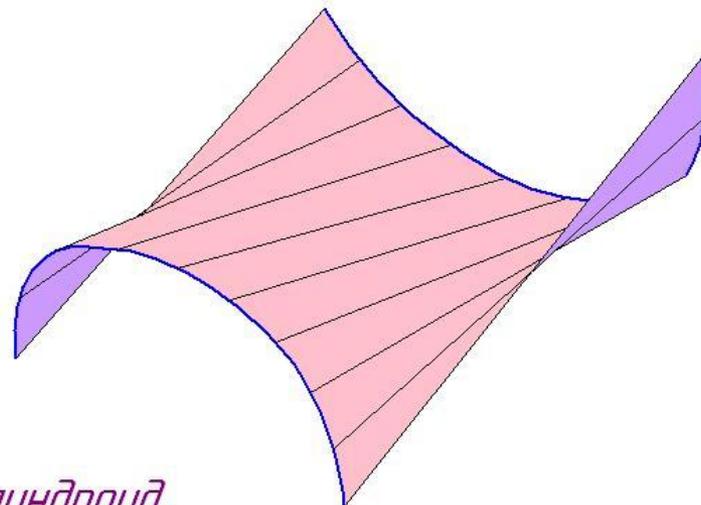


# ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ ПАРАЛЛЕЛИЗМА (поверхности Каталана)

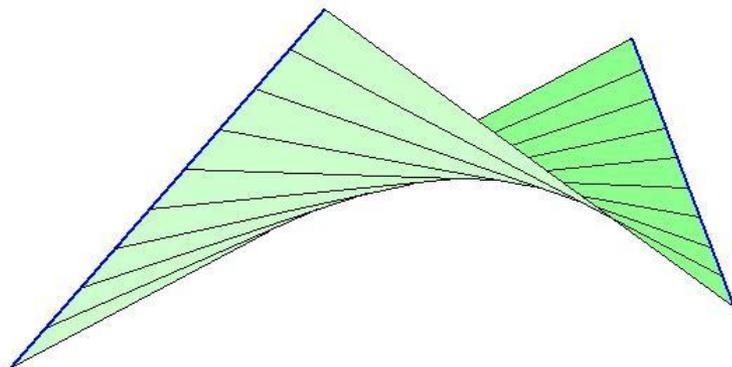
*коноид*



*цилиндроиd*

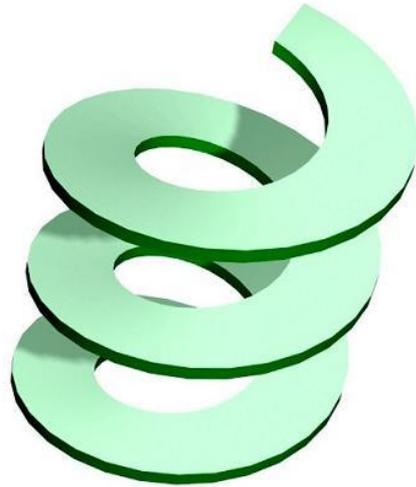
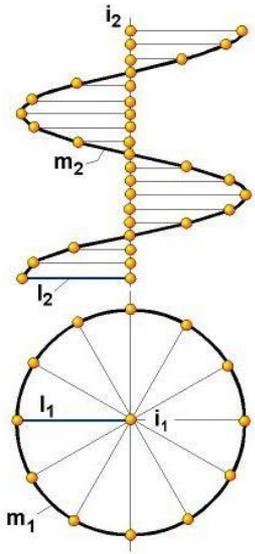


*КОСЯЯ ПЛОСКОСТЬ*



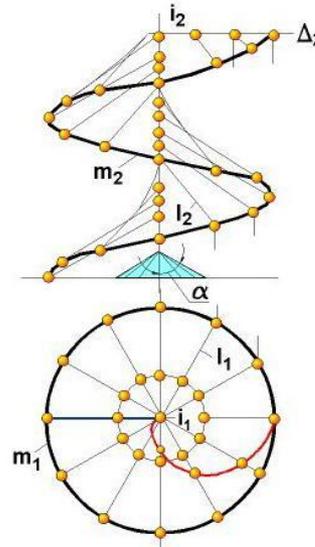
# ВИНТОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

**ВИНТОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ** образована при винтовом движении образующей.



*геликоид прямой*

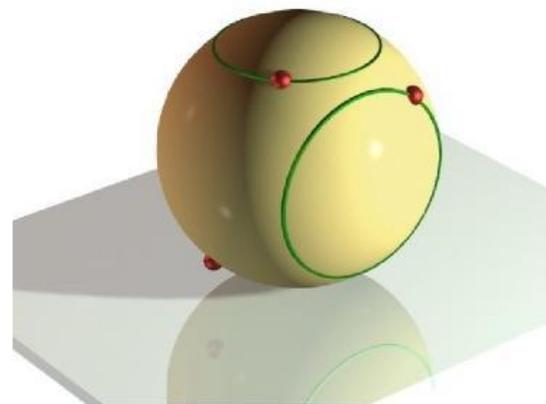
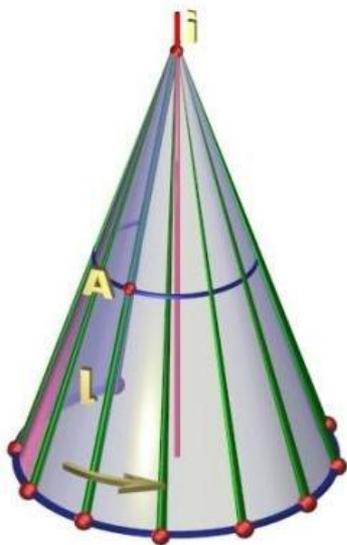
*геликоид наклонный*



# ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

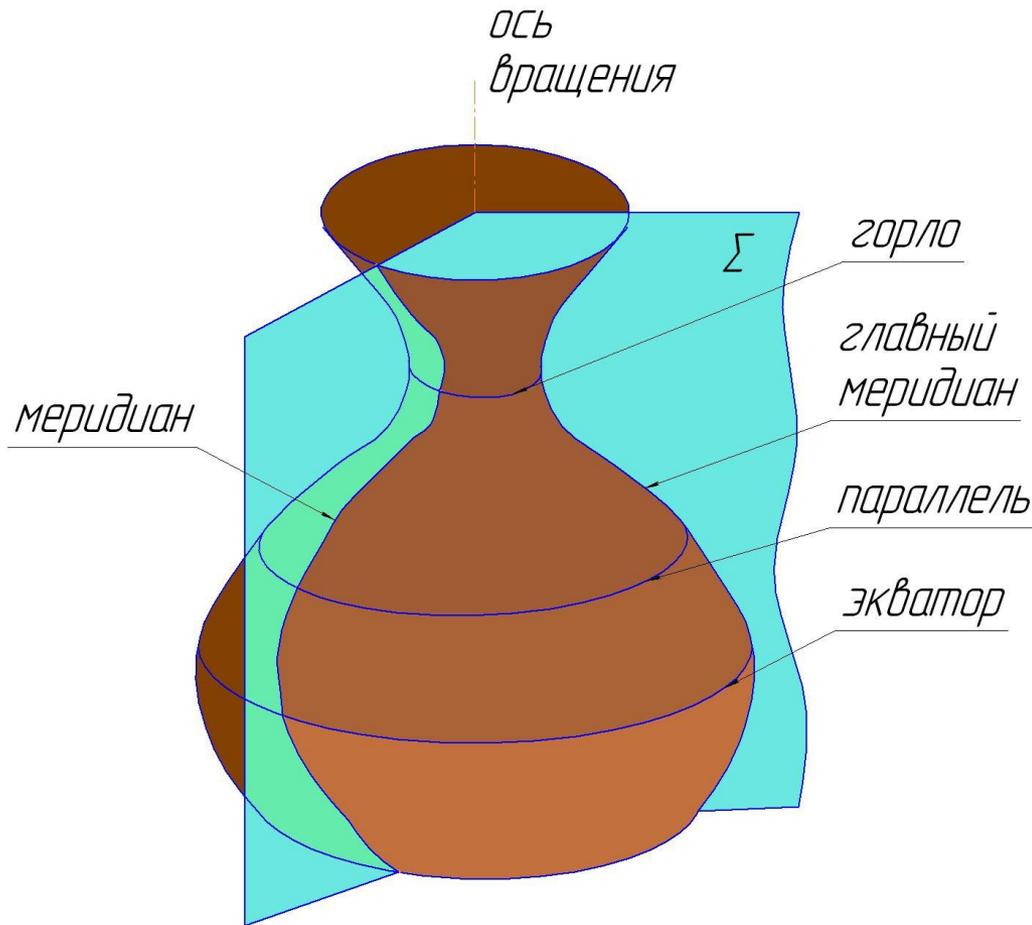
## способы образования

**ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ** – это поверхность, образованная вращением образующей вокруг неподвижной оси.



# ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

## основные элементы поверхностей вращения



**ПАРАЛЛЕЛЬ** – окружность, образованная вращением точки вокруг оси.

**ГОРЛО** – параллель наименьшего диаметра.

**ЭКВАТОР** – параллель наибольшего диаметра.

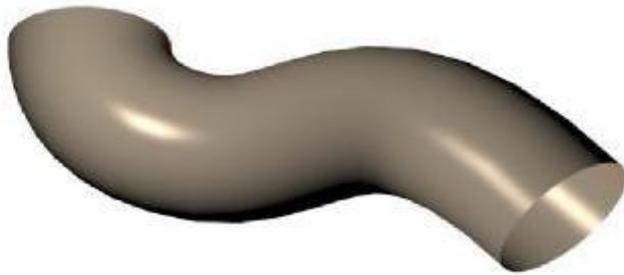
**МЕРИДИАН** – линия пересечения поверхности вращения с плоскостью, проходящей через ось вращения.

# ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

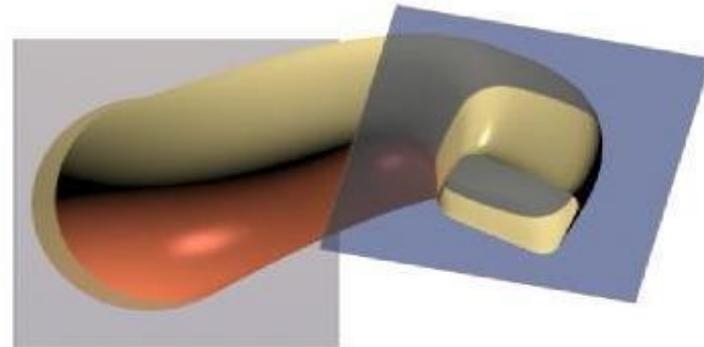
**ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ** образованы при движении произвольной кривой (окружности) вдоль направляющей.

**ТРУБЧАТАЯ ПОВЕРХНОСТЬ** образуется при движении окружности с постоянным радиусом.

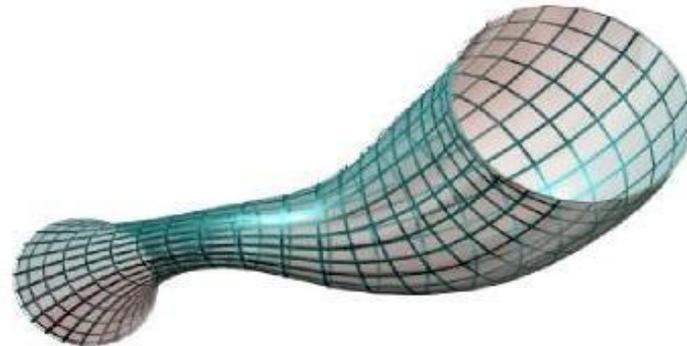
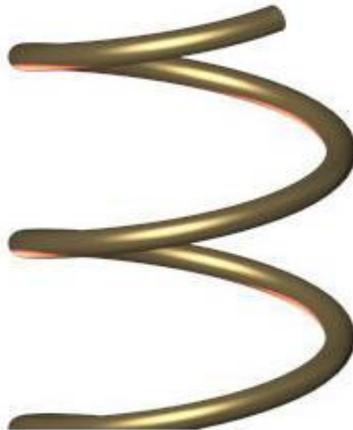
**КАНАЛОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ** образуется при движении замкнутой плоской кривой переменного вида.



Трубчатая поверхность



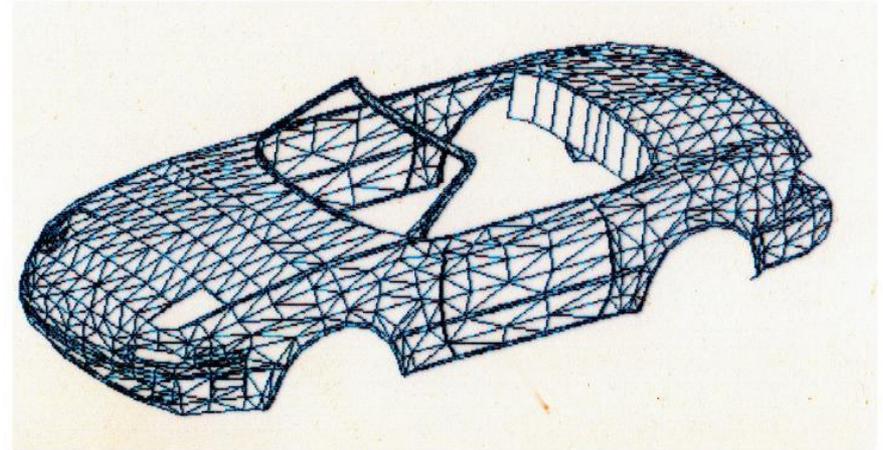
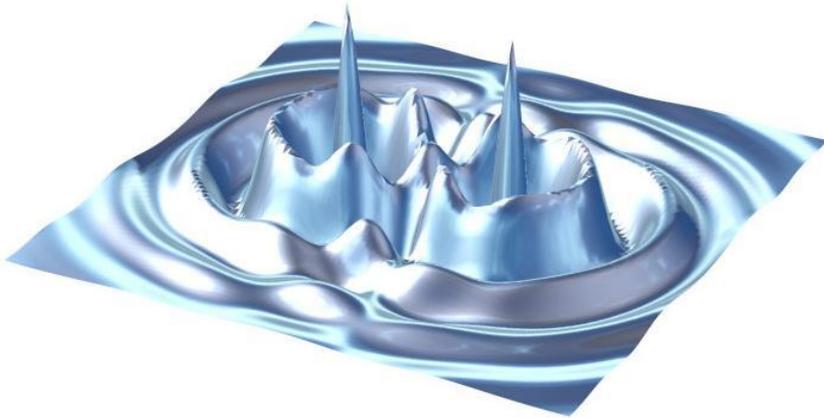
Каналовая поверхность



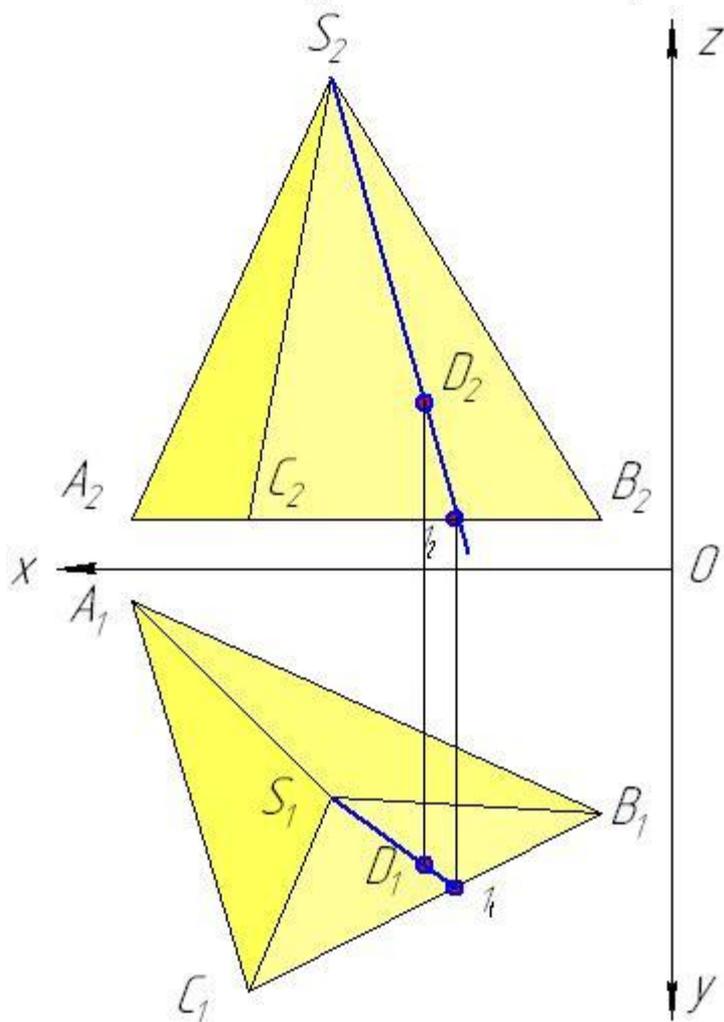
Циклическая поверхность

# ГРАФИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

**ГРАФИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ** задаются конечным множеством линий уровня, образующих каркас этих поверхностей.



# ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ



**Пример 1:** Построить горизонтальную проекцию точки  $D$ , принадлежащей поверхности треугольной пирамиды с вершиной  $S$ .

**Решение:** Из вершины  $S$  через точку  $D_2$  проведем образующую до пересечения с основанием.

$$[S_2 D_2] \circ I_2$$

$$L_2 \cap [B_2 C_2] \rightarrow 1_2$$

$$1_2 \rightarrow 1_1$$

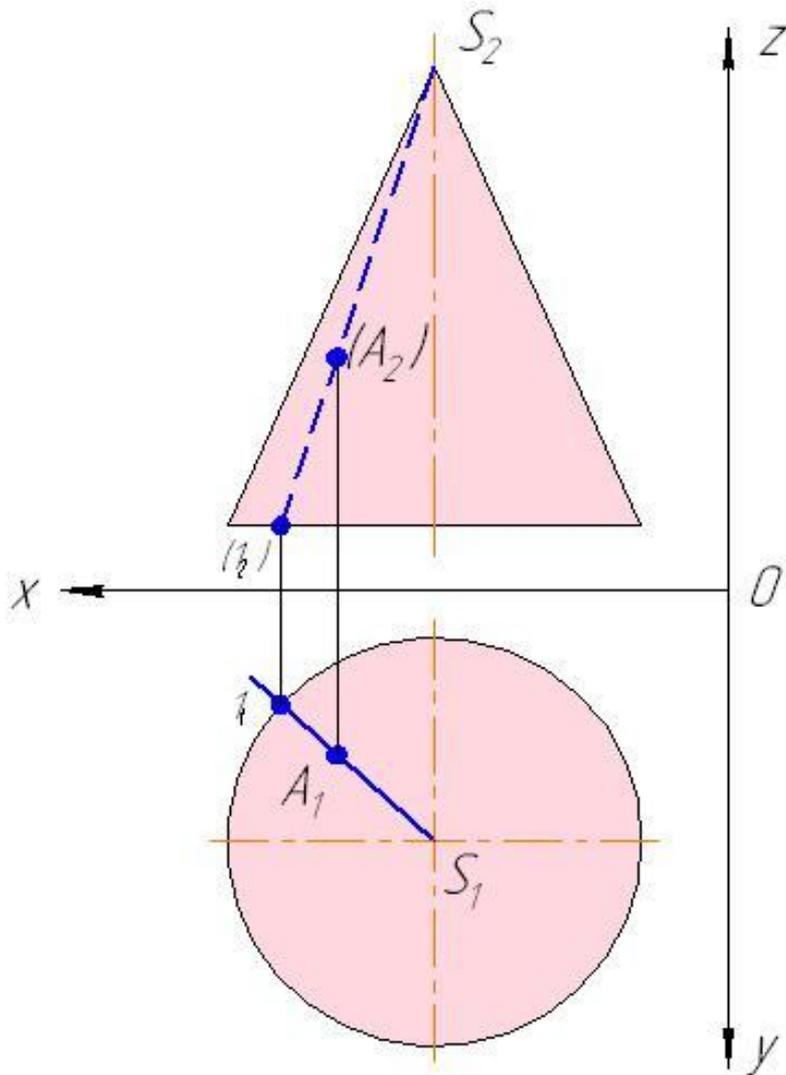
$$1_1 \circ [B_1 C_1]$$

Построим горизонтальную проекцию образующей  $I_1$  (соединим точки  $S_1$  и  $1_1$ )

$$D_2 \rightarrow D_1$$

$$D_1 \circ I_1$$

# ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ



Пример 2: Построить фронтальную проекцию точки  $A$ , принадлежащей поверхности прямого кругового конуса с вершиной  $S$ .

Решение: Проведем из вершины конуса через заданную проекцию точки  $A_1$  образующую  $I_1$  до пересечения с окружностью основания.

$1_1 \in I_1$

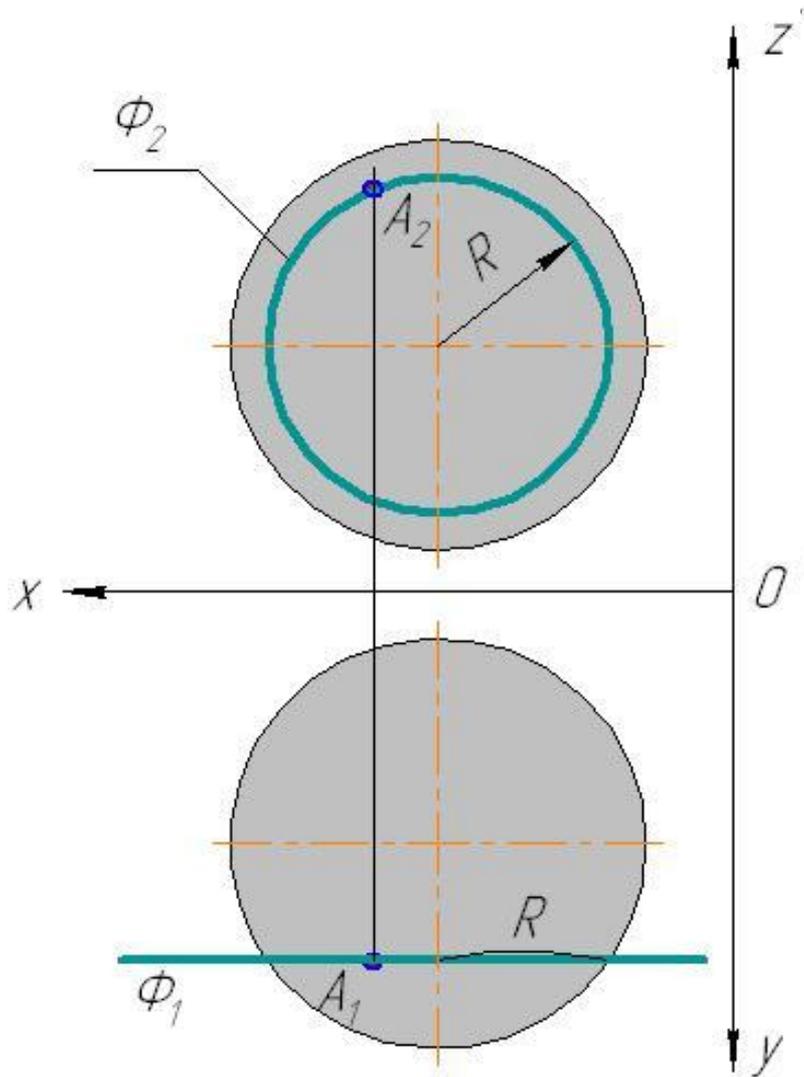
$1_1 \rightarrow (1_2)$

Построим фронтальную проекцию образующей  $I_2$  (соединим точки  $1_2$  и  $S_2$ )

$A_1 \rightarrow (A_2)$

$(A_2) \in (I_2)$

# ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ



Пример 3: Построить фронтальную проекцию точки  $A$ , принадлежащей поверхности сферы.

Решение: Заклучим точку  $A$  во фронтальную плоскость уровня  $\Phi$ .

$A \in \Phi$

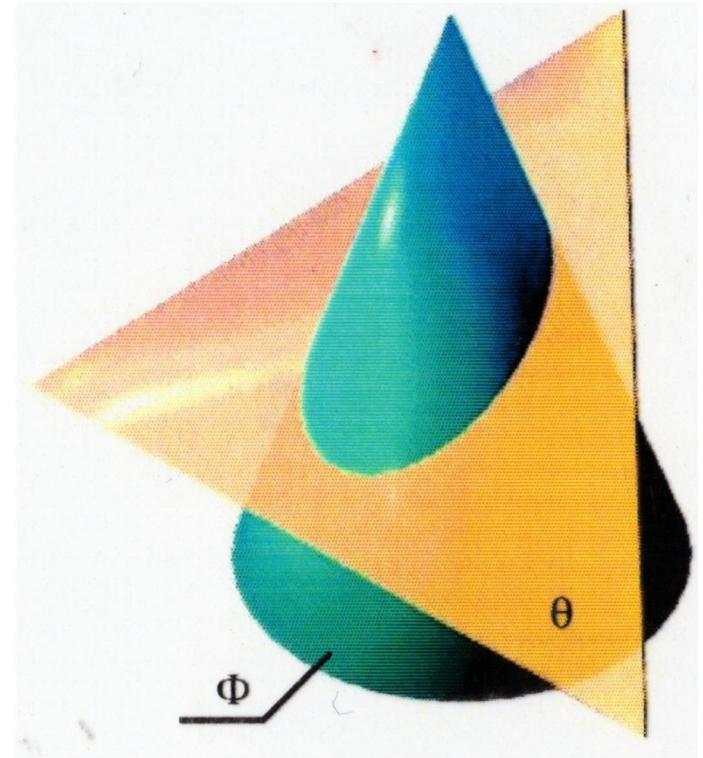
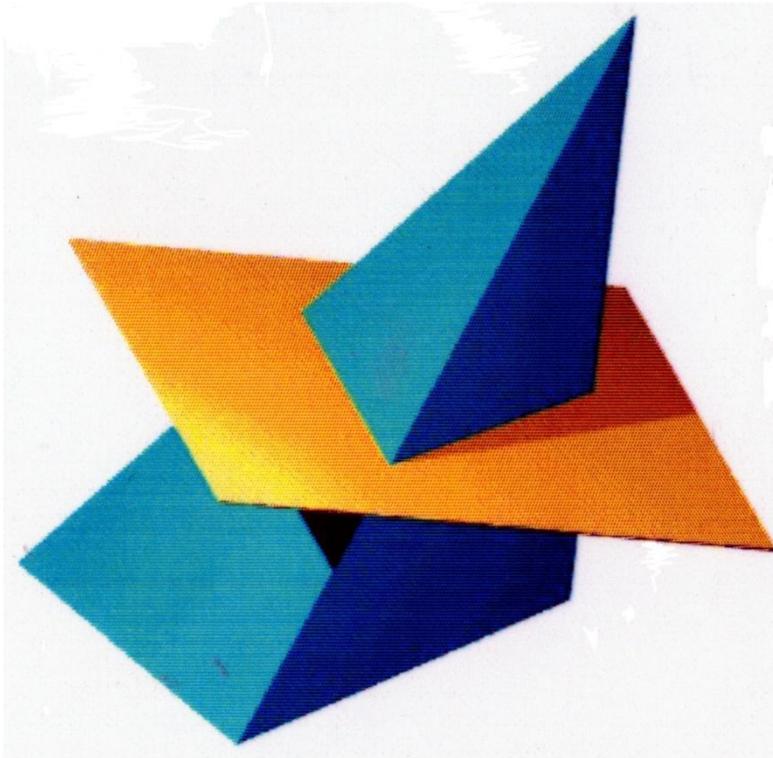
$\Phi \parallel \Pi_2$

Плоскость  $\Phi$  отсечет от поверхности сферы окружность радиуса  $R$ .

Построим фронтальную проекцию отсеченной окружности.

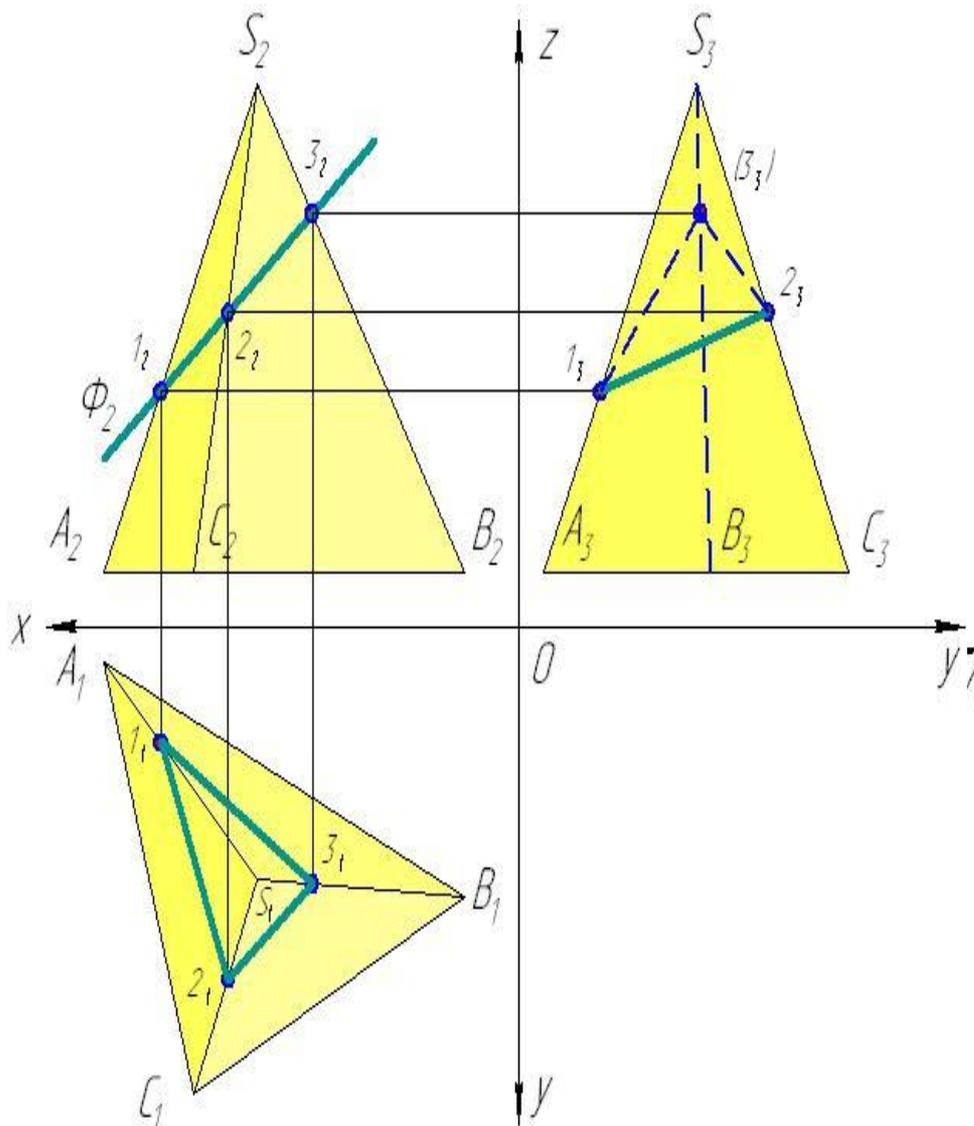
$A_1 \rightarrow A_2$

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ



**Форма линии пересечения** поверхности с плоскостью зависит от формы поверхности.

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ

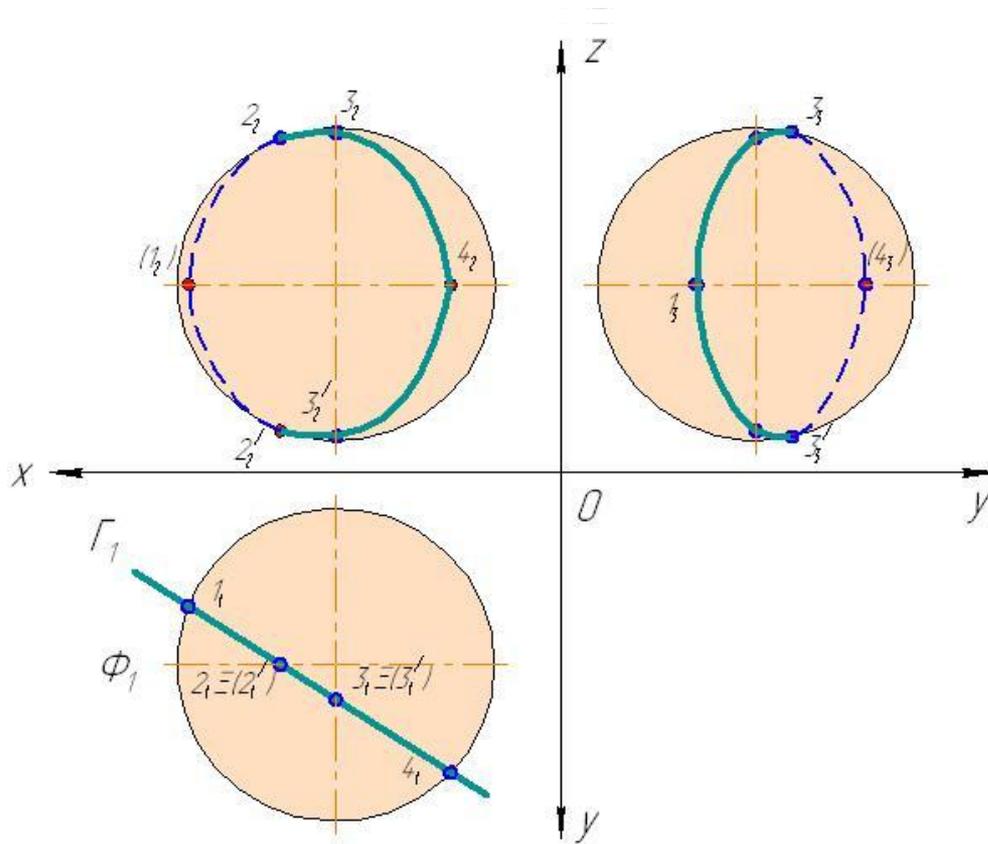


**Пример 4:** Построить линию пересечения треугольной пирамиды с фронтально-проецирующей плоскостью  $\Phi_2$ .

**Решение:**

1. Найдем опорные точки линии пересечения.  
 $1^\circ [AS]$ ,  $2^\circ [CS]$ ,  $3^\circ [BS]$
2. Найдем горизонтальные проекции опорных точек.  
 $1_2 \rightarrow 1_1$ ,  $2_2 \rightarrow 2_1$ ,  $3_2 \rightarrow 3_1$
3. Соединим полученные точки ломаной.
4. Аналогично построим профильную проекцию линии пересечения

# ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ



**Пример 5:** Построить линию пересечения поверхности сферы с горизонтально проецирующей плоскостью  $\Gamma$ .

**Решение:** 1. Найдем опорные точки линии пересечения.

2. Построим фронтальные проекции опорных точек  
 $1_1 \rightarrow 1_2$ ,  $2_1 \rightarrow 2_2$ ,  $(2'_1) \rightarrow 2'_2$ ,  
 $4_1 \rightarrow 4_2$   
 $3_1 \circ \Phi_1$ ,  $(3'_1) \circ \Phi_1$ ,  $\Phi \parallel \Pi_2$
3. Построим вспомогательную окружность радиусом  $R$ .
4. Спроецируем на эту окружность точки  $3_1 \rightarrow 3_2$ ,  $(3'_1) \rightarrow 3'_2$
5. Соединить лекальной кривой построенные точки, учитывая их видимость.
6. Аналогично строим профильную проекцию линии пересечения.

# СЕЧЕНИЕ ШАРА ПЛОСКОСТЯМИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

Пример 6: Построить недостающие проекции шара, усеченного плоскостями частного положения.

