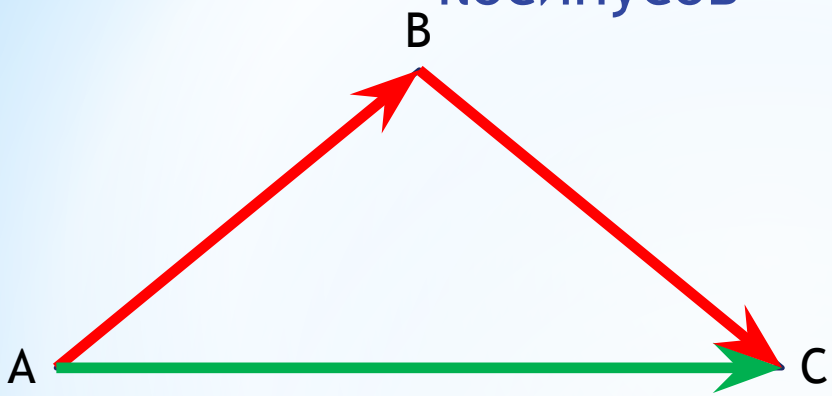
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

9 класс

Меньшикова М.В.
МБОУ «Гимназия №12»
г. Белгород

Теорема косинусов



$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \quad \Rightarrow$$

$$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$$

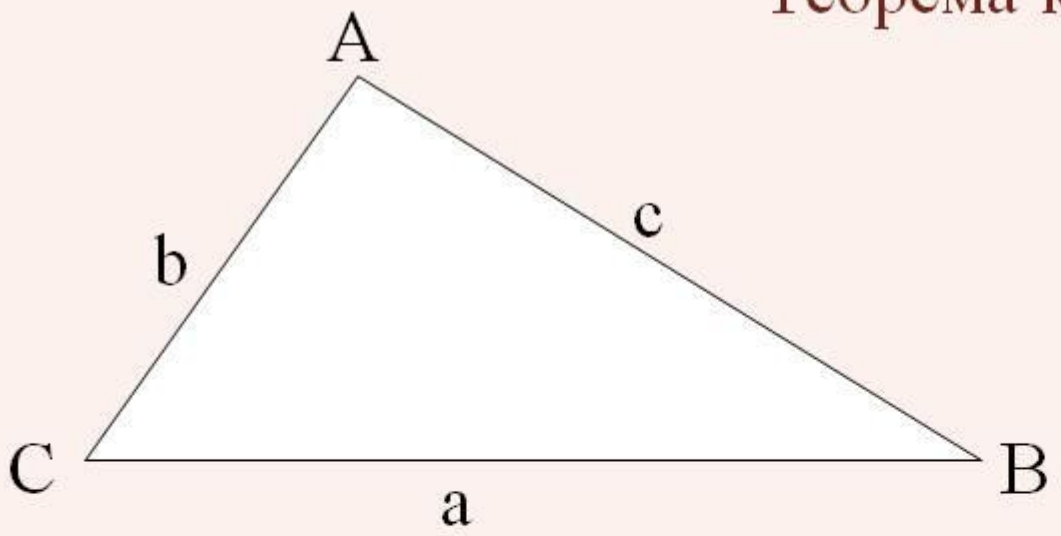
$$\overline{BC}^2 = (\overline{AC} - \overline{AB})^2$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 - 2\overline{AC} \cdot \overline{AB} + \overline{AB}^2$$

$$\left.\begin{aligned} \overline{BC}^2 &= |\overline{BC}|^2 = BC^2 \\ \overline{AC}^2 &= |\overline{AC}|^2 = AC^2 \\ \overline{AB}^2 &= |\overline{AB}|^2 = AB^2 \\ \overline{AB} \cdot \overline{AC} &= |\overline{AC}| \cdot |\overline{AB}| \cos\angle BAC = AC \cdot AB \cos\angle BAC \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$BC^2 = AC^2 - 2AC \cdot AB \cos\angle BAC + AB$$

Теорема косинусов:



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

Следствие.

- Если α – тупой $a^2=b^2+c^2+2bc\cos\alpha$

$$a^2>b^2+c^2$$

Если α – прямой $a^2= b^2+c^2+2bc\cdot 0$

$$a^2= b^2+c^2$$ (теорема Пифагора)

Если α – острый $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

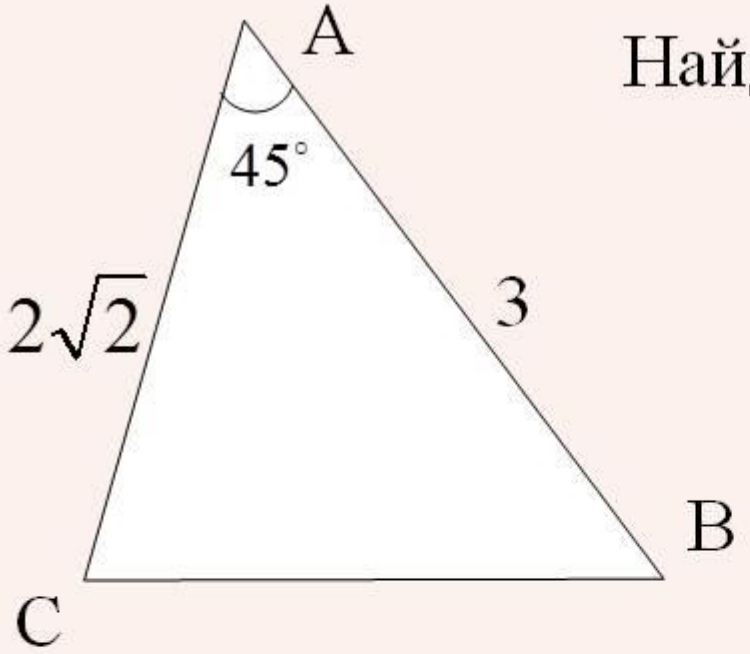
$$a^2<b^2+c^2$$

Замечание:

$a^2>b^2+c^2 \Rightarrow$ треугольник тупоугольный.

$a^2= b^2+c^2 \Rightarrow$ треугольник прямоугольный

$a^2<b^2+c^2 \Rightarrow$ треугольник остроугольный

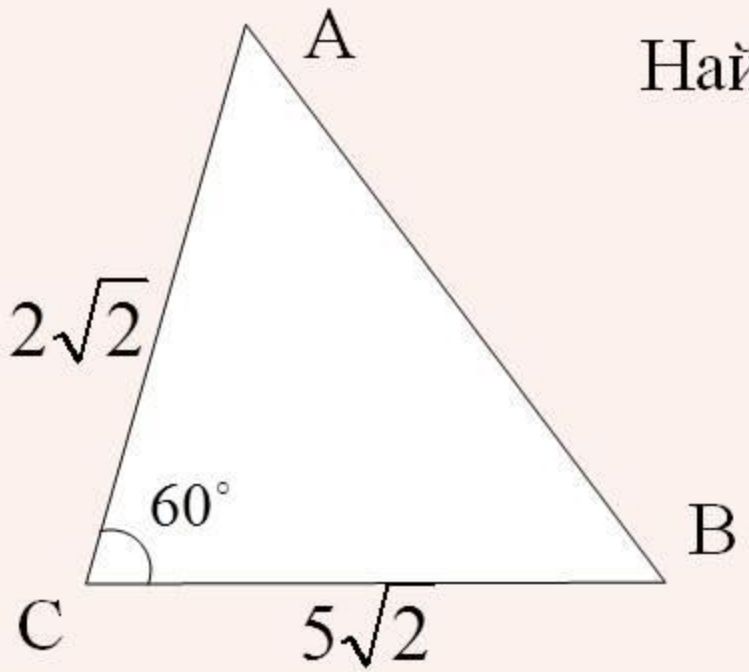


Найдите длину стороны BC.

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$$

$$BC^2 = (2\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 3 \cos 45^\circ$$

$$BC^2 = 5 \Rightarrow BC = \sqrt{5}$$



Найдите длину стороны AB.

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cos C$$

AB $=\sqrt{38}$