

Исполнитель «Калькулятор»



«Подсчитать количество вариантов...»

«Оптимально распределить...»

«Найти оптимальный маршрут...»

Назначение

- динамическое программирование – это способ решения сложных задач путем сведения их к более простым задачам того же типа
- с помощью динамического программирования решаются задачи, которые требуют полного перебора вариантов:
 - «подсчитайте количество вариантов...»
 - «как оптимально распределить...»
 - «найдите оптимальный маршрут...»

Задача

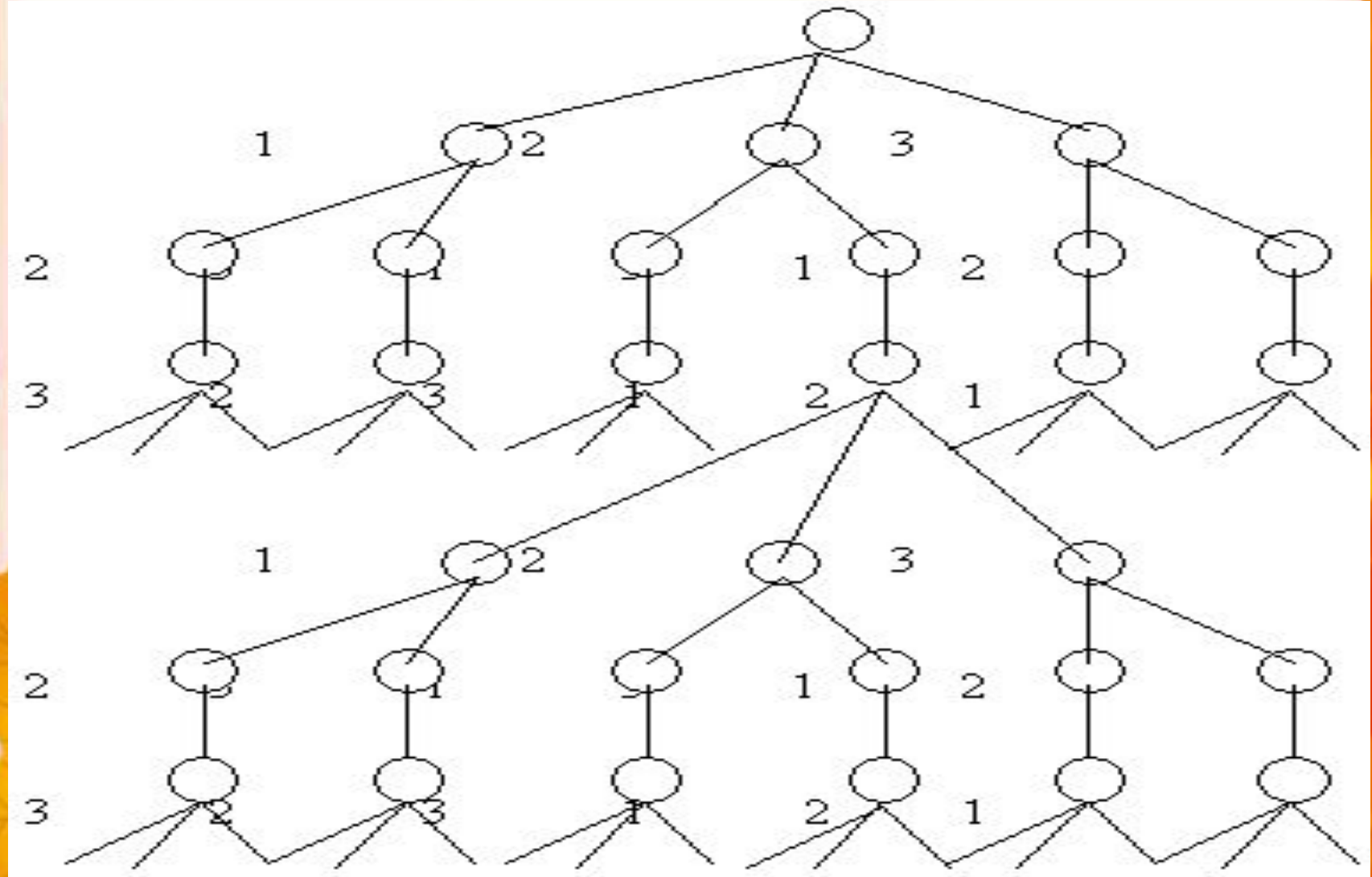
У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 2**
- 2. умножь на 3**

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 25?



Решение (1 способ, составление графа)



Решение

1. прибавь 2

2. умножь на 3



$3=1+2$; $3=1*3$; $7=5+2$; $7=1*7$; 3 а в 5 $11=9+2$; $11=3*3$
Всего 2 пути + Всего 2 пути + Всего 4 пути + Всего 4 пути

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 |
| 1 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 6 | 8 | 8 | 8 |

$15=13+2$; $15=5*3$
В 13 – 4 пути, в 5 - 2 пути = 6

$19=17+2$; а в 17 – 6 путей

$21=19+2$; $21=7*3$,
 $17=15+2$; а в 15 – 6 путей + в 7 – 2 пути = 8

$23=21+2$; а в 21 – 8 путей $25=23+2$; а в 23 – 8 путей

Ответ: 8

Задание 1:

- *Исполнитель Май4 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя*
- *три команды, которым присвоены номера:*
- **1. прибавь 1**
- **2. прибавь 2**
- **3. прибавь 4**
- *Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает это число на 2, а третья – на 4. Программа для исполнителя Май4 – это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 21 преобразуют в число 30?*

Решение

(2 способ, составление таблицы)

- заметим, что при выполнении любой из команд число увеличивается (не может уменьшаться)
- все числа, меньшие начального числа 21, с помощью этого исполнителя получить нельзя, для них количество программ будет равно 0
- для начального числа 21 количество программ равно 1: существует только одна пустая программа, не содержащая ни одной команды;
- теперь рассмотрим общий случай решения

$$K_1, K_2, \dots, K_{N-1}$$

- любое число $N > 21$ могло быть получено одной из трёх операций сложения соответственно из чисел $N-1$, $N-2$ и $N-4$, поэтому

$$K_N = K_{N-1} + K_{N-2} + K_{N-4}$$

Решение

1. прибавь 1
2. прибавь 2
3. прибавь 4



| N | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 1 | 2 | 3 | 6 | 10 | 18 | 31 | 55 | 96 |

Ответ: 96

Задание 2

У исполнителя Утроитель две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 1**
- 2. умножь на 3**

Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – утраивает его.

Программа для Утроителя – это последовательность команд.

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 20?

Решение

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 7 | 9 | 9 | 9 | 12 | 12 | 12 |

Заметим, что количество вариантов меняется только в тех столбцах, где N делится на 3, поэтому из всей таблицы можно оставить только эти столбцы:

| N | 1 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 |
|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 12 | 15 |

заданное число 20 попадает в последний интервал (от 18 до 21), поэтому ...

ответ – 12

Задание 3

- У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:
 - **1. прибавь 1**
 - **2. увеличь вторую с конца цифру на 1**
- Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – увеличивает на 1 число десятков. Если перед выполнением команды 2 вторая с конца цифра равна 9, она не изменяется. Программа для Калькулятора – это последовательность команд.
- Сколько есть программ, которые число 15 преобразуют в число 28?

Решение

увеличение числа десятков на 1 (то есть, фактически командой «+10») – для всех чисел, больших или равных 25; например, число 24 не может быть получено этой командой ($14 + 10 = 24$), потому что число 14 меньше, чем начальное значение 15

| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |



Ответ: 5

Решение

| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 7 | 9 | 9 | 9 | 12 | 12 | 12 |

Заметим, что количество вариантов меняется только в тех столбцах, где N делится на 3, поэтому из всей таблицы можно оставить только эти столбцы:

| N | 1 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 |
|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | 9 | 12 | 15 |

заданное число 20 попадает в последний интервал (от 18 до 21), поэтому ...

Ответ – 12