

# Исполнитель «Калькулятор»



«Подсчитать количество вариантов...»

«Оптимально распределить...»

«Найти оптимальный маршрут...»

# Назначение

- динамическое программирование – это способ решения сложных задач путем сведения их к более простым задачам того же типа
- с помощью динамического программирования решаются задачи, которые требуют полного перебора вариантов:
  - «подсчитайте количество вариантов...»
  - «как оптимально распределить...»
  - «найдите оптимальный маршрут...»

# Задача

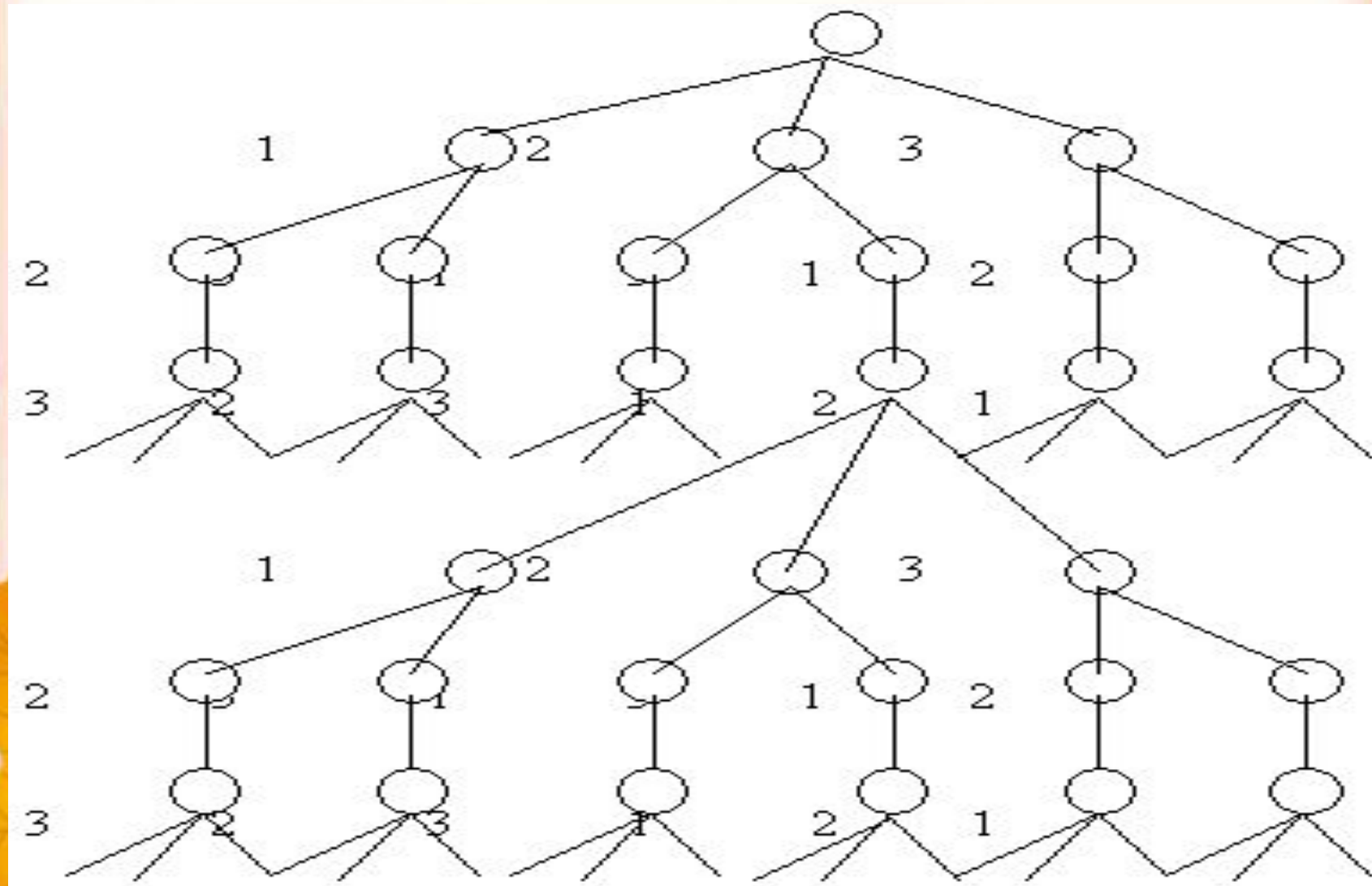
У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 2
2. умножь на 3

Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 25?



# Решение (1 способ, составление графа)





# Решение

1. прибавь 2

2. умножь на 3



$3=1+2$ ;  $3=1*3$ ;  $7=5+2$ ;  $3$  а в  $5$   $11=9+2$ ;  $13=11+2$ ; а в  $11$   
Всего 2 пути + Всего 2 пути + Всего 4 пути + Всего 4 пути

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
1	2	2	2	4	4	4	6	6	6	8	8	8

$15=13+2$ ;  $15=5*3$   
В 13 – 4 пути, в 5 - 2 пути = 6

$19=17+2$ ; а в 17 – 6  
путей

$21=19+2$ ;  $21=7*3$ ,  
 $17=15+2$ ; а в 15 – 6  
В 19 – 6 путей + в 7 – 2 пути =  
8

$23=21+2$ ; а в 21 – 8  
путей       $25=23+2$ ; а в 23 – 8  
путей

**Ответ: 8**

# Задание 1:

- *Исполнитель Май4 преобразует число, записанное на экране. У исполнителя*
- *три команды, которым присвоены номера:*
- **1. прибавь 1**
- **2. прибавь 2**
- **3. прибавь 4**
- *Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая увеличивает это число на 2, а третья – на 4. Программа для исполнителя Май4 – это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 21 преобразуют в число 30?*

# Решение (2 способ, составление таблицы)

- заметим, что при выполнении любой из команд число увеличивается (не может уменьшаться)
- все числа, меньшие начального числа 21, с помощью этого исполнителя получить нельзя, для них количество программ будет равно 0
- для начального числа 21 количество программ равно 1: существует только одна пустая программа, не содержащая ни одной команды;
- теперь рассмотрим общий случай решения

$$K_1, K_2, \dots, K_{N-1}$$

- любое число  $N > 21$  могло быть получено одной из трёх операций сложения соответственно из чисел  $N-1$ ,  $N-2$  и  $N-4$ , поэтому

$$K_N = K_{N-1} + K_{N-2} + K_{N-4}$$

# Решение

1. прибавь 1
2. прибавь 2
3. прибавь 4



N	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	1	1	2	3	6	10	18	31	55	96

**Ответ: 96**



## Задание 2

*У исполнителя Утроитель две команды, которым присвоены номера:*

- 1. прибавь 1**
- 2. умножь на 3**

*Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – утраивает его.*

*Программа для Утроителя – это последовательность команд.*

*Сколько есть программ, которые число 1 преобразуют в число 20?*

# Решение

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1	1	2	2	2	3	3	3	5	5	5	7	7	7	9	9	9	12	12	12

**Заметим, что количество вариантов меняется только в тех столбцах, где N делится на 3, поэтому из всей таблицы можно оставить только эти столбцы:**

N	1	3	6	9	12	15	18	21
	1	2	3	5	7	9	12	15

**заданное число 20 попадает в последний интервал (от 18 до 21), поэтому ...**

**ответ – 12**

# Задание 3

- У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:
  - **1. прибавь 1**
  - **2. увеличь вторую с конца цифру на 1**
- Первая из них увеличивает число на экране на 1, вторая – увеличивает на 1 число десятков. Если перед выполнением команды 2 вторая с конца цифра равна 9, она не изменяется. Программа для Калькулятора – это последовательность команд.
- Сколько есть программ, которые число 15 преобразуют в число 28?

# Решение

увеличение числа десятков на 1 (то есть, фактически командой «+10») – для всех чисел, больших или равных 25; например, число 24 не может быть получено этой командой ( $14 + 10 = 24$ ), потому что число 14 меньше, чем начальное значение 15

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5



**Ответ: 5**



# Решение

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1	1	2	2	2	3	3	3	5	5	5	7	7	7	9	9	9	12	12	12

**Заметим, что количество вариантов меняется только в тех столбцах, где N делится на 3, поэтому из всей таблицы можно оставить только эти столбцы:**

N	1	3	6	9	12	15	18	21
	1	2	3	5	7	9	12	15

**заданное число 20 попадает в последний интервал (от 18 до 21), поэтому ...**

**Ответ – 12**