Показательная функция, ее свойства и график

Функцию вида $y = a^x$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, называют показательной функцией.

Свойства

Возрастает	Убывает
Непрерывна	Непрерывна

Область определения D(y)
Область значения E(y)

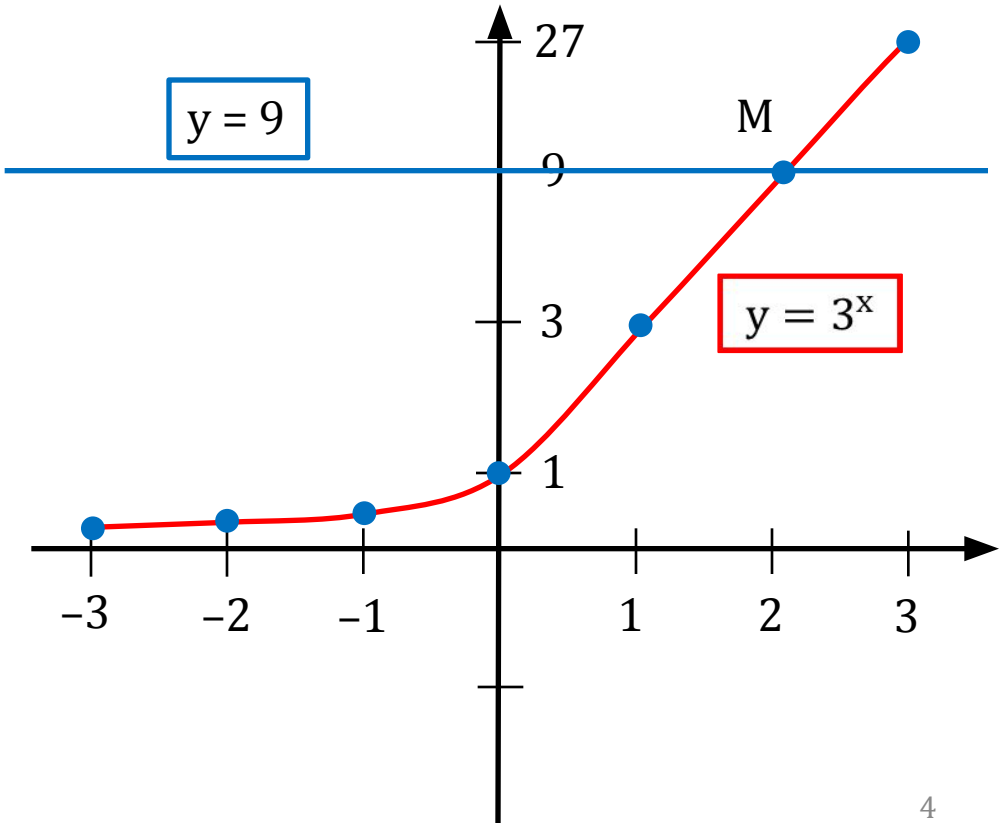
Пример 1. Решите уравнение $3^x = 9$.

Решение.

M (2; 9);

x = 2;

Ответ: x = 2.



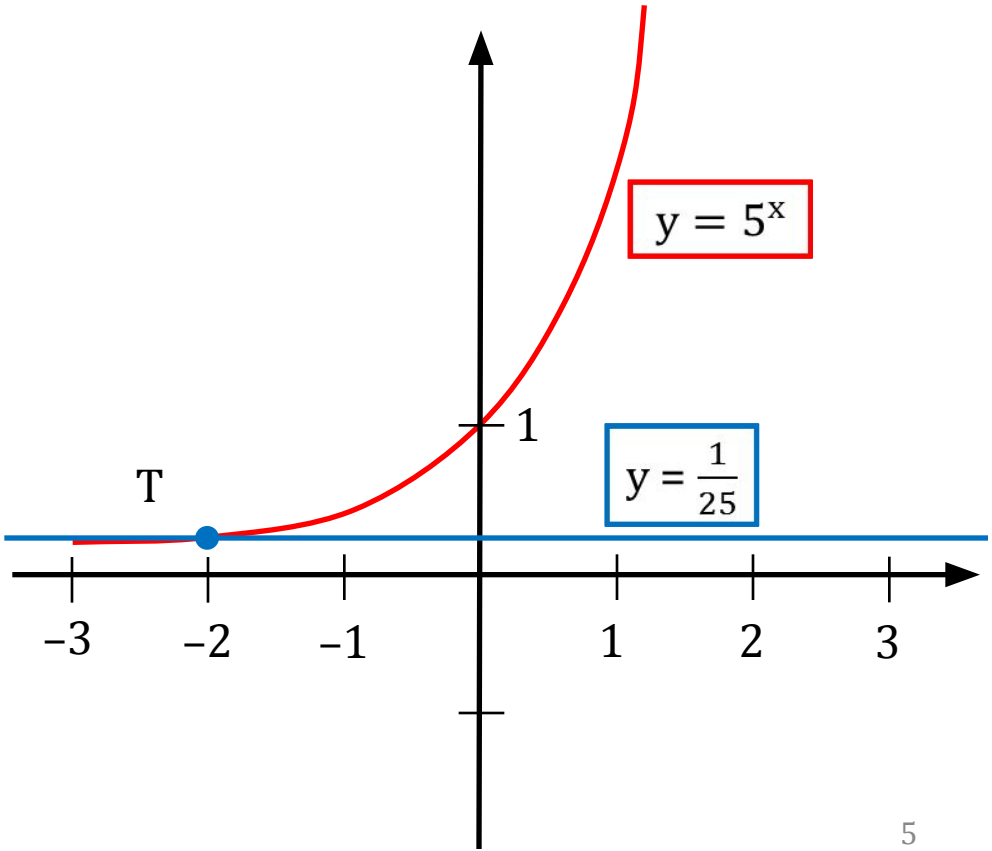
Пример 2. Решите уравнение $5^x = \frac{1}{25}$.

Решение.

$T\left(-2; \frac{1}{25}\right)$;

$x = -2$;

Ответ: $x = -2$.

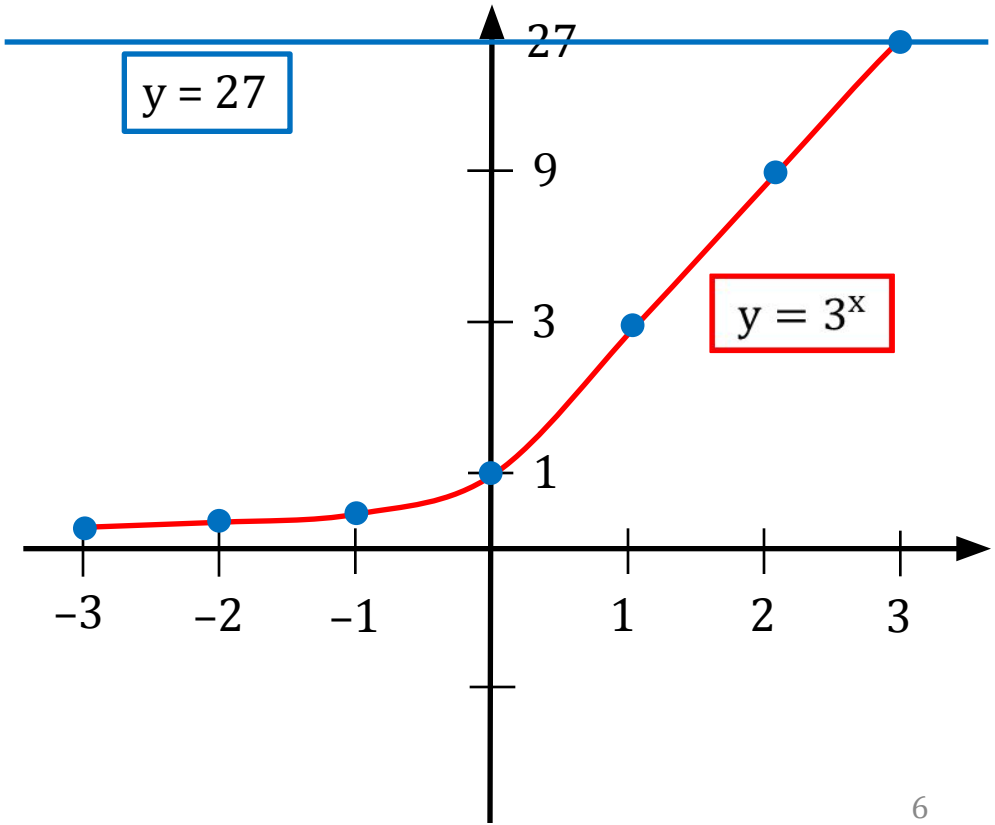


Пример 3. Решите неравенство $3^x < 27$.

Решение.

$x \in (-\infty; 3)$;

Ответ: $x \in (-\infty; 3)$.



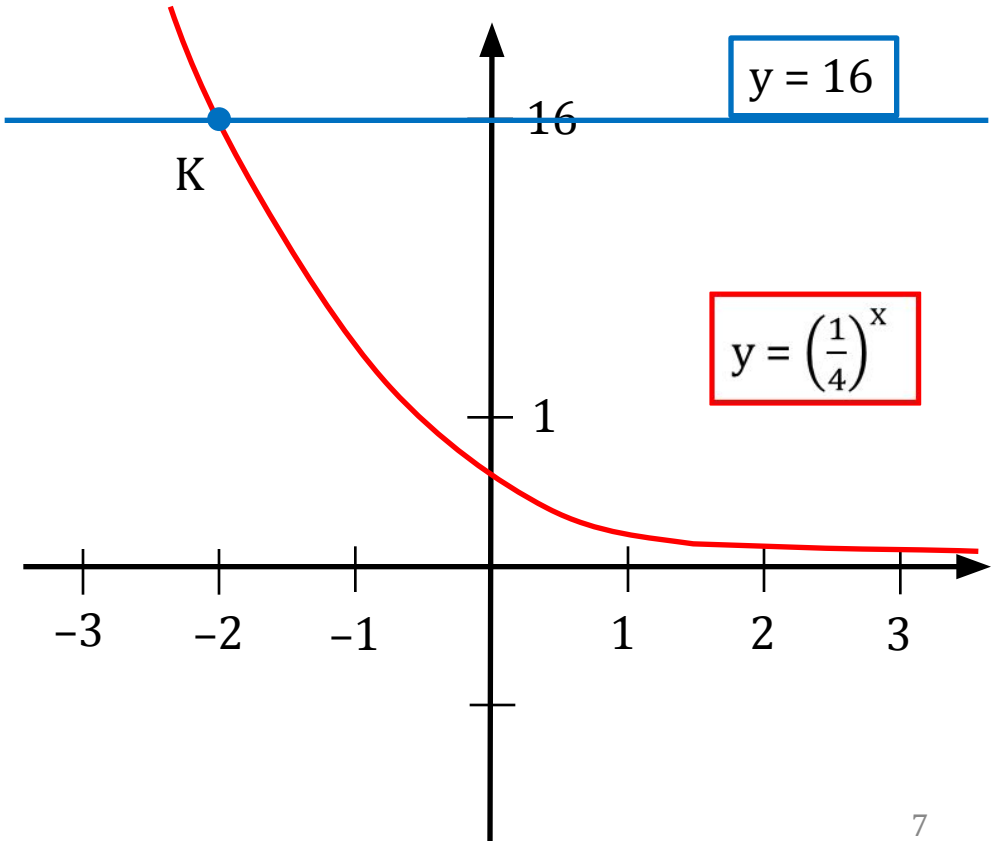
Пример 4. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^x < 16$.

Решение.

К (–2; 16);

$x \in (-2;+\infty)$;

Ответ: $x \in (-2;+\infty)$.

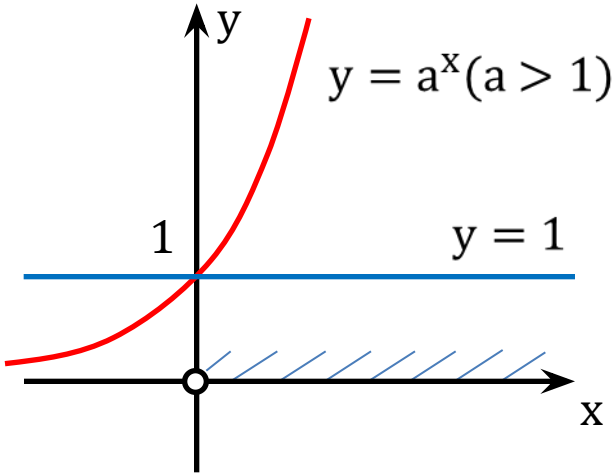


Теорема 1.

Если $a > 1$, то равенство $a^m = a^n$ справедливо тогда и только тогда, когда $m = n$.

Теорема 2.

Если $a > 1$, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > 0$, неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < 0$.

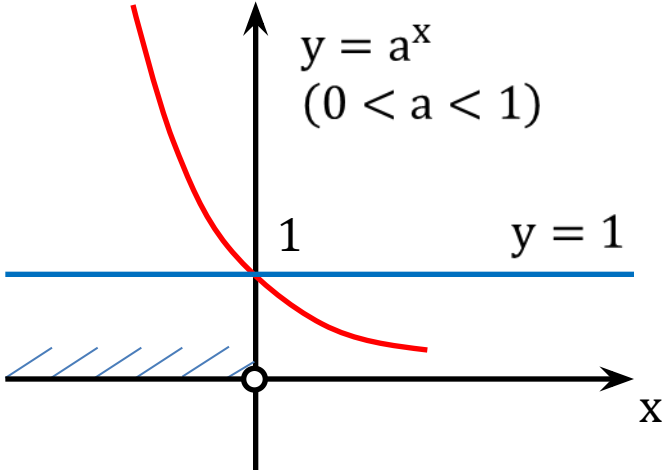


Теорема 3.

Если $0 < a < 1$, то равенство $a^m = a^n$ справедливо тогда и только тогда, когда $m = n$.

Теорема 4.

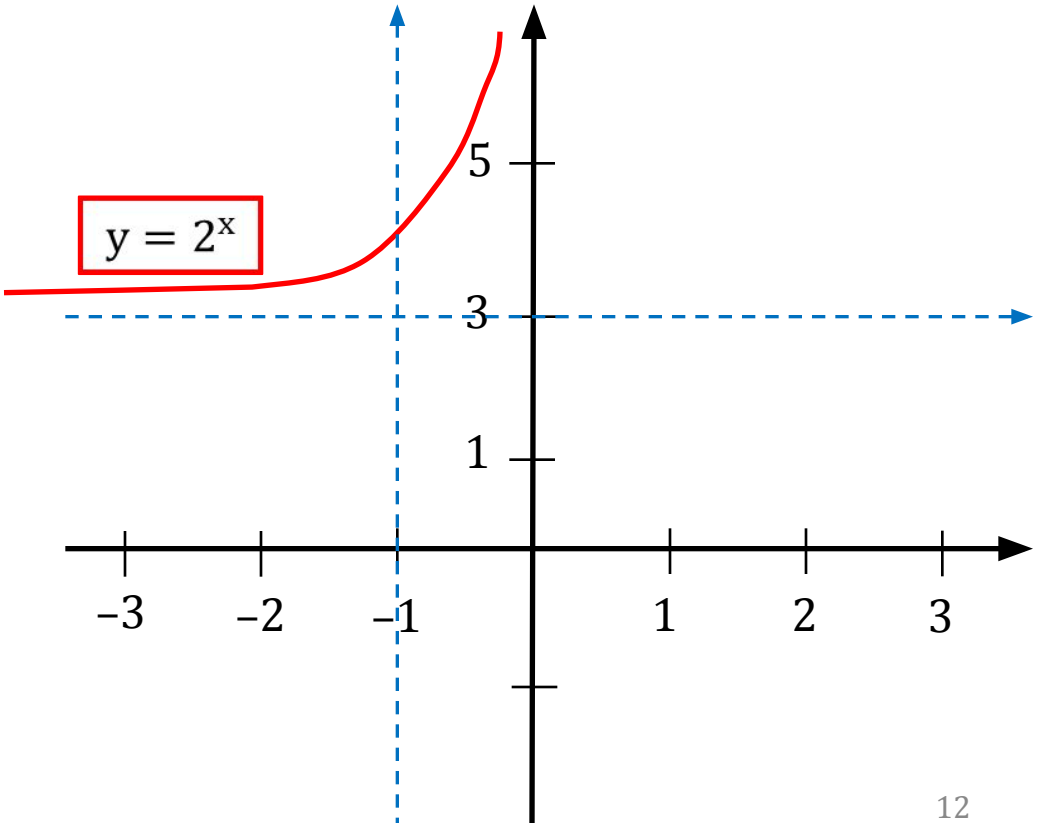
Если $0 < a < 1$, то неравенство $a^x > 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x < 0$, неравенство $a^x < 1$ справедливо тогда и только тогда, когда $x > 0$.



Пример 5. Построить график функции $y = 2 \cdot 2^x + 3$.

Решение.

$$y = 2 \cdot 2^x + 3 = 2^{x+1} + 3.$$



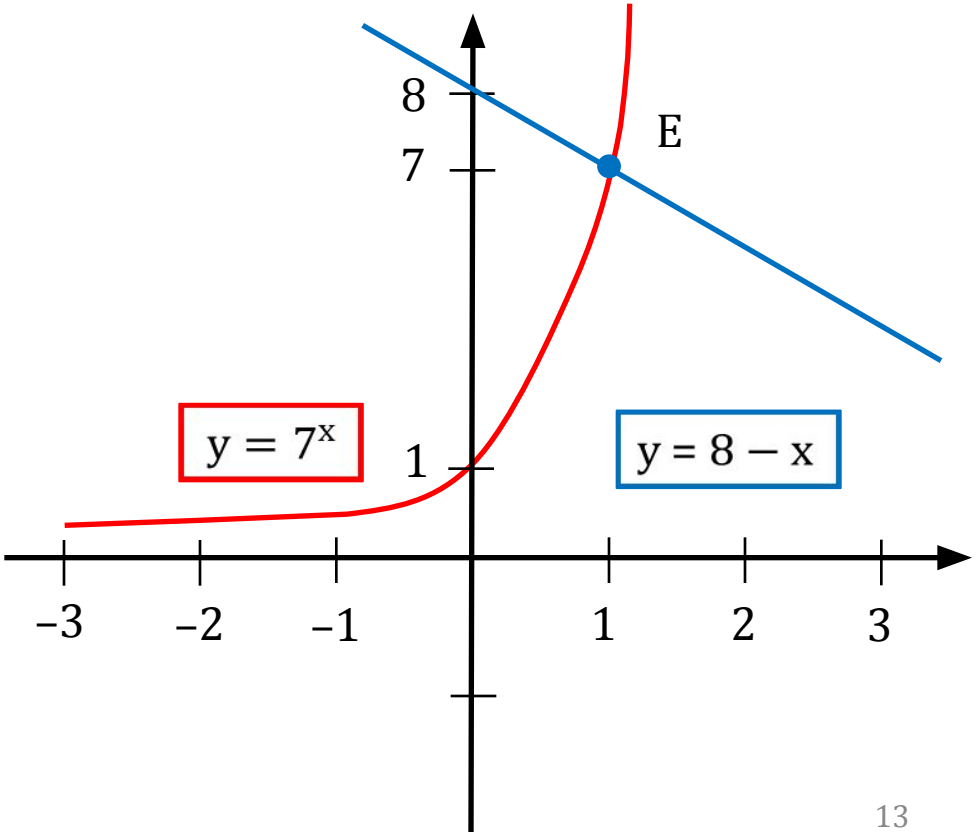
Пример 6. Решите уравнение $7^x = 8 - x$.

Решение.

E (1; 7);

x = 1;

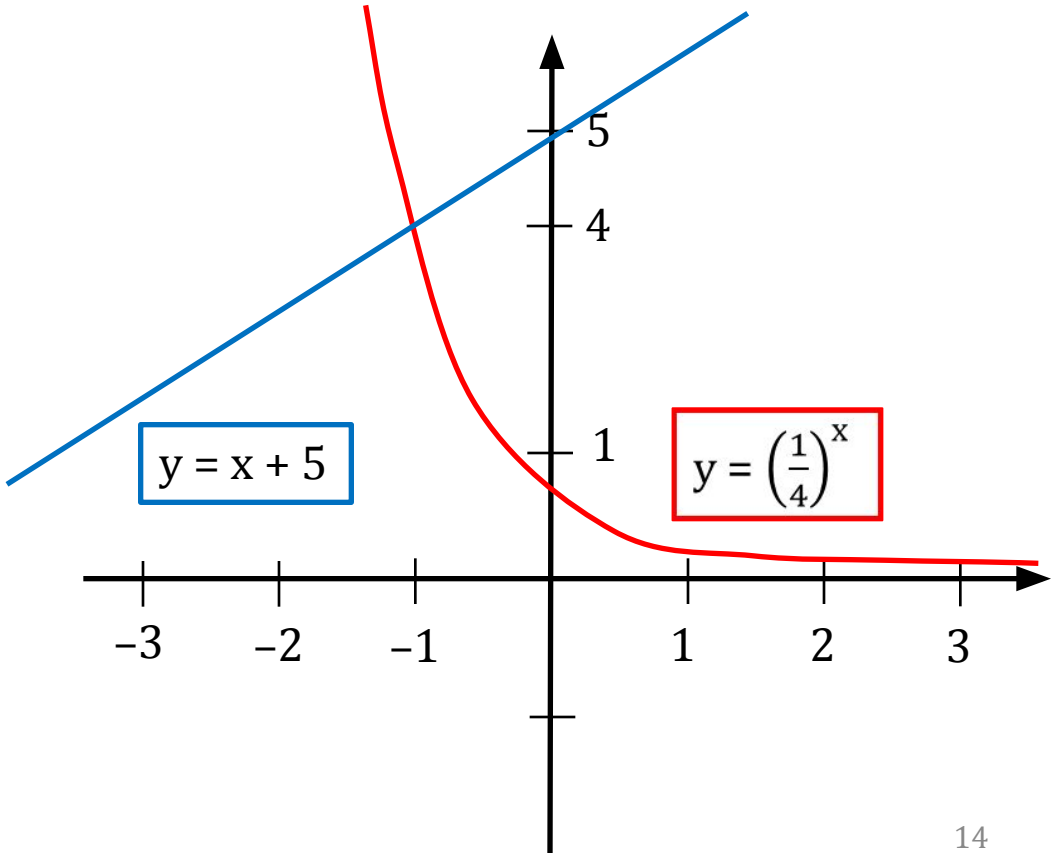
Ответ: x = 1.



Пример 7. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^x < x + 5$.

Решение.

$x \in (-1; +\infty)$;



Ответ: $x \in (-1; +\infty)$.