Создание модели решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Крамера

Задача. *Дана система уравнений. Найти значения корней* ***x*** *и* ***y***.

$$\begin{cases} 9{,}21x - 5{,}41y = 34{,}1436 \\ 17{,}39x - 11{,}56y = 47{,}0372 \end{cases}$$

Перейдём к общему виду системы и обозначим коэффициенты системы как элементы прямоугольной матрицы a[1..2,1..3]

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9{,}21 & -5{,}41 & 34{,}1436 \\ 17{,}39 & -11{,}56 & 47{,}0372 \end{pmatrix}$$

Метод Крамера основан на вычислении определителя матрицы.

$$\begin{pmatrix} a_{11}a_{12}a_{13} \\ a_{21}a_{22}a_{23} \end{pmatrix}$$

Построим и вычислим главный определитель матрицы а

$$D = \begin{vmatrix} a_{11}a_{12} \\ a_{21}a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Построим и вычислим первый вспомогательный определитель

$$D_x = \begin{vmatrix} a_{13}a_{12} \\ a_{23}a_{22} \end{vmatrix} = a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23} \qquad x = \frac{D_x}{D}$$

Построим и вычислим второй вспомогательный определитель

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11}a_{13} \\ a_{21}a_{23} \end{vmatrix} = a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21} \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

Для доказательства формул выполним следующие преобразования:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases} \begin{vmatrix} \times a_{22} \\ \times a_{12} \end{vmatrix} \qquad \begin{cases} a_{11}a_{22}x + a_{12}a_{22}y = a_{13}a_{22} \\ a_{21}a_{12}x + a_{22}a_{12}y = a_{23}a_{12} \end{cases}$$

вычтем второе уравнение из первого:

$$a_{11}a_{22}x + a_{12}a_{22}y - a_{21}a_{12}x - a_{22}a_{12}y = a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}$$

$$x(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}$$

$$x = \frac{a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{D_x}{D}$$

Аналогичные преобразования выполним для вычисления корня y.

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases} \left|\begin{matrix} \times a_{21} \\ \times a_{11} \end{matrix}\right. \qquad \begin{cases} a_{11}a_{21}x + a_{12}a_{21}y = a_{13}a_{21} \\ a_{21}a_{11}x + a_{22}a_{11}y = a_{23}a_{11} \end{cases}$$

вычтем первое уравнение из второго:

$$a_{21}a_{11}x + a_{22}a_{11}y - a_{11}a_{21}x - a_{12}a_{21}y = a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}$$

$$y(a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}) = a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}$$

$$y = \frac{a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}}{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}} \qquad \Rightarrow \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

Составим алгоритм решения.

Описать необходимые переменные.

1. Начало
2. Ввести значения матрицы с клавиатуры
3. Вычислить D.
4. ЕСЛИ D=0

   ТО 5. Вывести сообщение «Нет корней».

   ИНАЧЕ 6. Вычислить D_x

   7. Вычислить x
   8. Вычислить D_y
   9. Вычислить y
   10. Вывести значения корней на экран.
11. Конец.

Самостоятельно составьте программу на языке TurboPascal.
С её помощью найдите корни двух следующих систем уравнений:

$$\begin{cases} 9{,}21x - 5{,}41y = 34{,}1436 \\ 17{,}39x - 11{,}56y = 47{,}0372 \end{cases}$$

$$\textit{Ответ}: \quad x = 11{,}32 \quad y = 12{,}96$$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 6x - 12y = 2 \end{cases}$$

$$\textit{Ответ}: \quad \textit{Нет} \quad \textit{решений}$$

Предъявите результаты учителю.

```
Program Kramer;
Var a:array [1..2,1..3] of real;
        I,J:integer;   D,Dx,Dy,x,y:real;
Begin
      For I:=1 to 2 do
      For J:=1 to 3 do
            begin
            write ('a[',I,',',J,']','=');
            readln (a[I,J]);
           end;
 D:=a[1,1]*a[2,2]-a[2,1]*a[1,2];
 if    D=0    then    write (‘Нет решений ')
         else      begin
                        Dx:=a[1,3]*a[2,2]-a[2,3]*a[1,2];
                        Dy:=a[1,1]*a[2,3]-a[2,1]*a[1,3];
                        x:=Dx/D;
                        y:=Dy/D;
                        Writeln('x=',x:5:2, 'y=',y:5:2);
                   end;
 End.
```