

**Создание модели  
решения системы двух  
уравнений  
с двумя  
неизвестными  
методом Крамера**

**Задача.** Дана система уравнений. Найти значения корней  $x$  и  $y$ .

$$\begin{cases} 9,21x - 5,41y = 34,1436 \\ 17,39x - 11,56y = 47,0372 \end{cases}$$

Перейдём к общему виду системы и обозначим коэффициенты системы как элементы прямоугольной матрицы  $a[1..2,1..3]$

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9,21 & -5,41 & 34,1436 \\ 17,39 & -11,56 & 47,0372 \end{pmatrix}$$

# Метод Крамера основан на вычислении определителя матрицы.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

Построим и вычислим главный определитель матрицы  $a$

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Построим и вычислим первый вспомогательный определитель

$$D_x = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{12} \\ a_{23} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23} \quad x = \frac{D_x}{D}$$

Построим и вычислим второй вспомогательный определитель

$$D_y = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21} \quad y = \frac{D_y}{D}$$

Для доказательства формул выполним следующие преобразования:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases} \begin{array}{l} \times a_{22} \\ \times a_{12} \end{array} \quad \begin{cases} a_{11}a_{22}x + a_{12}a_{22}y = a_{13}a_{22} \\ a_{21}a_{12}x + a_{22}a_{12}y = a_{23}a_{12} \end{cases}$$

*вычтем второе уравнение из первого:*

$$a_{11}a_{22}x + a_{12}a_{22}y - a_{21}a_{12}x - a_{22}a_{12}y = a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}$$

$$x(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}) = a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}$$

$$x = \frac{a_{13}a_{22} - a_{23}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{D_x}{D}$$

Аналогичные преобразования выполним для вычисления корня  $y$ .

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = a_{13} \\ a_{21}x + a_{22}y = a_{23} \end{cases} \begin{array}{l} \times a_{21} \\ \times a_{11} \end{array} \quad \begin{cases} a_{11}a_{21}x + a_{12}a_{21}y = a_{13}a_{21} \\ a_{21}a_{11}x + a_{22}a_{11}y = a_{23}a_{11} \end{cases}$$

*вычтем первое уравнение из второго:*

$$a_{21}a_{11}x + a_{22}a_{11}y - a_{11}a_{21}x - a_{12}a_{21}y = a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}$$

$$y(a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}) = a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}$$

$$y = \frac{a_{23}a_{11} - a_{13}a_{21}}{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{D_y}{D}$$

## Составим алгоритм решения.

Описать необходимые переменные.

1. Начало
2. Ввести значения матрицы с клавиатуры
3. Вычислить  $D$ .
4. ЕСЛИ  $D=0$   
ТО 5. Вывести сообщение «Нет корней».  
ИНАЧЕ 6. Вычислить  $D_x$ 
  7. Вычислить  $x$
  8. Вычислить  $D_y$
  9. Вычислить  $y$
  10. Вывести значения корней на экран.
11. Конец.

Самостоятельно составьте программу на языке TurboPascal.

С её помощью найдите корни двух следующих систем уравнений:

$$\begin{cases} 9,21x - 5,41y = 34,1436 \\ 17,39x - 11,56y = 47,0372 \end{cases}$$

*Ответ:*  $x = 11,32$      $y = 12,96$

$$\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ 6x - 12y = 2 \end{cases}$$

*Ответ:* Нет решений

Предъявите результаты учителю.

```

Program Kramer;
Var a:array [1..2,1..3] of real;
        I,J:integer; D,Dx,Dy,x,y:real;
Begin
    For I:=1 to 2 do
        For J:=1 to 3 do
            begin
                write ('a['I,',',J,'],'=' );
                readln (a[I,J]);
            end;
    D:=a[1,1]*a[2,2]-a[2,1]*a[1,2];
    if D=0 then write ('Нет решений ')
        else begin
            Dx:=a[1,3]*a[2,2]-a[2,3]*a[1,2];
            Dy:=a[1,1]*a[2,3]-a[2,1]*a[1,3];
            x:=Dx/D;
            y:=Dy/D;
            Writeln('x=',x:5:2, 'y=',y:5:2);
        end;
End.

```