

ЗАДАЧИ ПОТОКИ И СЕТИ

ДИСТАЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ

ЗАНЯТИЕ №5

(выполнить 6 заданий)

ЗАДАНИЕ №1

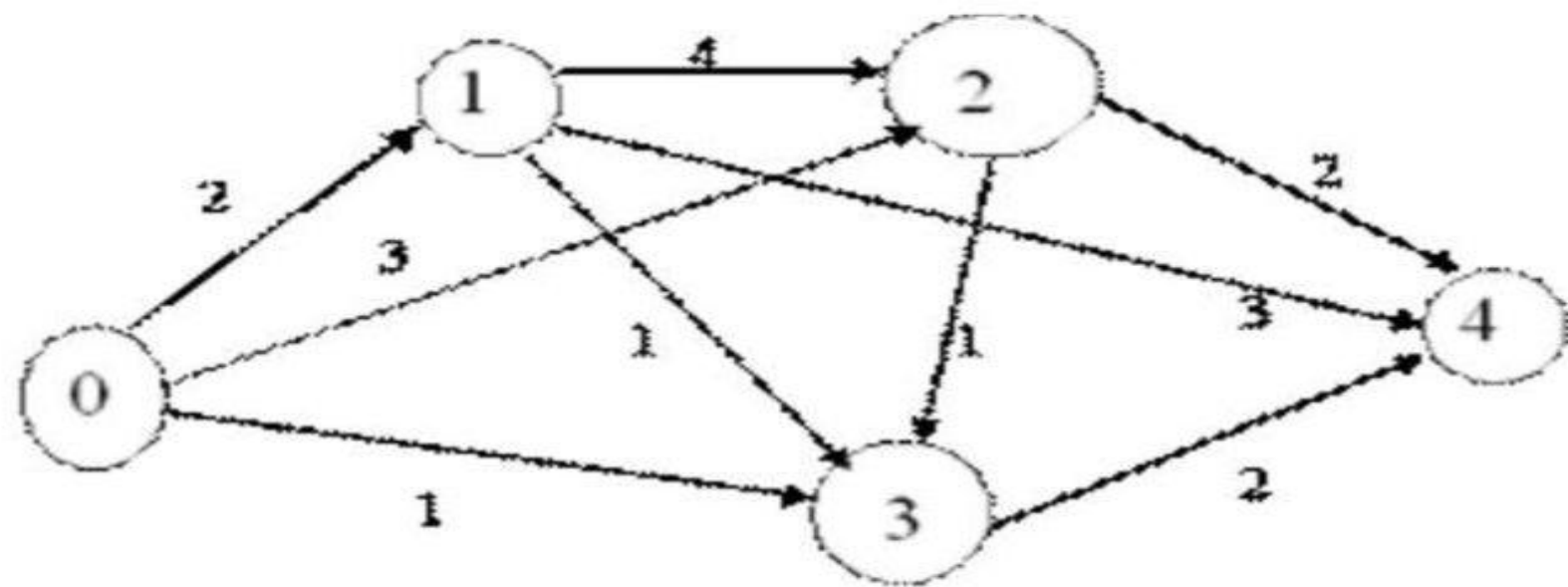
Разрезом называют множество дуг, удаление которых из сети приводит к «разрыву» всех путей, ведущих из s в t .

Пропускная способность разреза – это суммарная пропускная способность дуг, его составляющих.

!!! Найти разрезы в примере 1

Пример 1

Дадим формулировку задачи о максимальном потоке в терминах линейного программирования. Пусть X_{KM} - объем перевозок из пункта K в пункт M . $K = 0, 1, 2, 3$, $M = 1, 2, 3, 4$, причем перевозки возможны лишь в пункт с большим номером. Значит, всего имеется 9 переменных X_{KM} , а именно, X_{01} , X_{02} , X_{03} , X_{12} , X_{13} , X_{14} , X_{23} , X_{24} , X_{34} .



$s=0$
 $t=4$

ЗАДАНИЕ №2

Теорема Л. Форда и Д. Фалкерсона:

Величина каждого потока из s в t не превосходит пропускной способности минимального разреза, разделяющего s и t , причем поток, достигающий этого значения, существует.

(Величина максимального потока в транспортной сети равна величине минимального разреза в ней)

!!! Найти минимальный разрез в примере 1

С алгоритмической точки зрения эта теорема малопродуктивна.

Генерация всех подмножеств дуг и проверка, является ли очередное подмножество разрезом — «лобовое решение», приводит к высокой сложности алгоритма.

Кроме того, данный факт не помогает найти способ распределения максимального потока по дугам.

Алгоритм Форда-Фалкерсона

«Техника меток» Л. Форда и Д. Фалкерсона заключается в последовательном (итерационном, поиском в ширину) построении максимального потока путем поиска на каждом шаге **увеличивающей цепи**, то есть пути, по которому можно увеличить поток.

При этом узлы (вершины графа) специальным образом помечаются. Отсюда и возник термин «метка».

Алгоритм Форда-Фалкерсона

Что представляет из себя метка вершины?

- первая цифра в метке – это номер вершины, из которой идет поток в данную вершину;
- вторая цифра в метке – численное значение потока, который можно передать в данную вершину.

Алгоритм Форда-Фалкерсона

На каждом шаге алгоритма вершины сети могут находиться в одном из трех состояний:

- вершина не имеет метки;
- вершине присвоена метка, и она не просмотрена, т. е. не все смежные с ней вершины обработаны;
- вершине присвоена метка, и она просмотрена.

Алгоритм Форда-Фалкерсона

Как только вершина-сток становится помеченной, это говорит о том, что очередная увеличивающая поток цепочка найдена, итоговый суммарный поток необходимо увеличить на величину потока найденной цепочки, и перейти к следующему шагу алгоритма.

Алгоритм Форда-Фалкерсона

Дуга $e=(u, v)$ сети является допустимой дугой из u в v относительно потока f , если

- $e=(u, v)$ и $f(e) < c(e)$ (дуги первого типа, **прямые**);
- $e=(v, u)$ и $f(e) > 0$ (дуги второго типа, **обратные**).

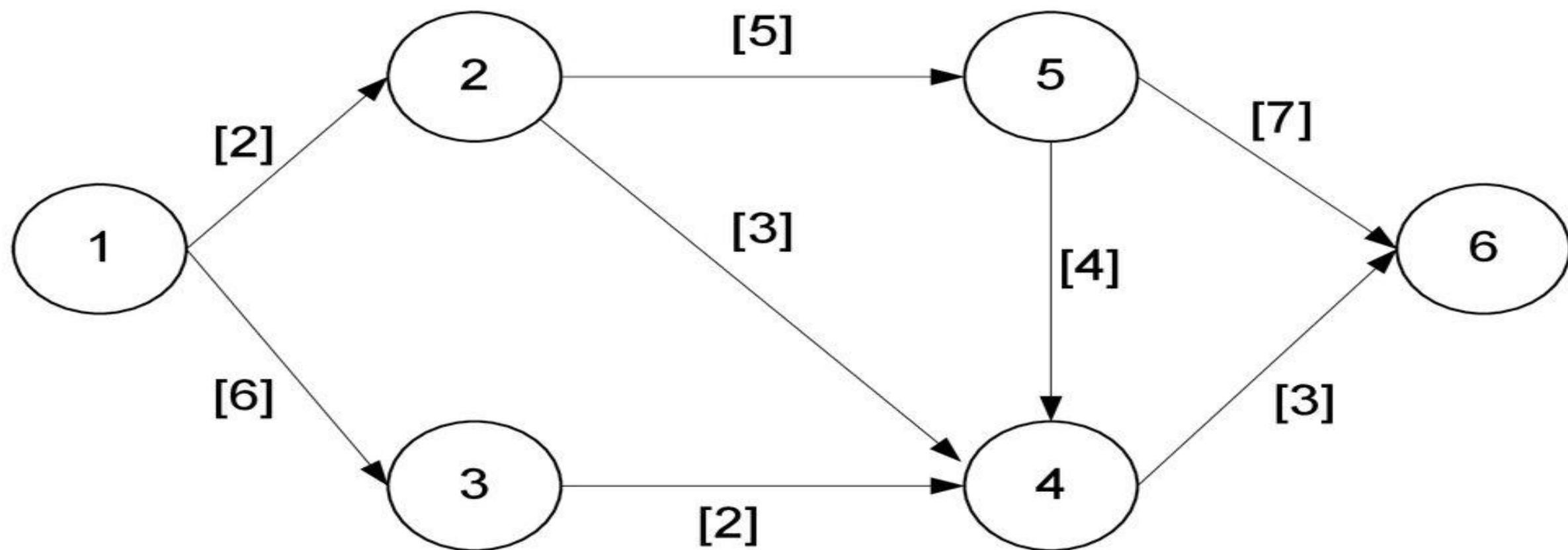
Второе условие говорит о том, что допустимыми являются и дуги, входящие в вершину u , по которым «уже пропущен ненулевой поток».

Пример 2

$s=1$

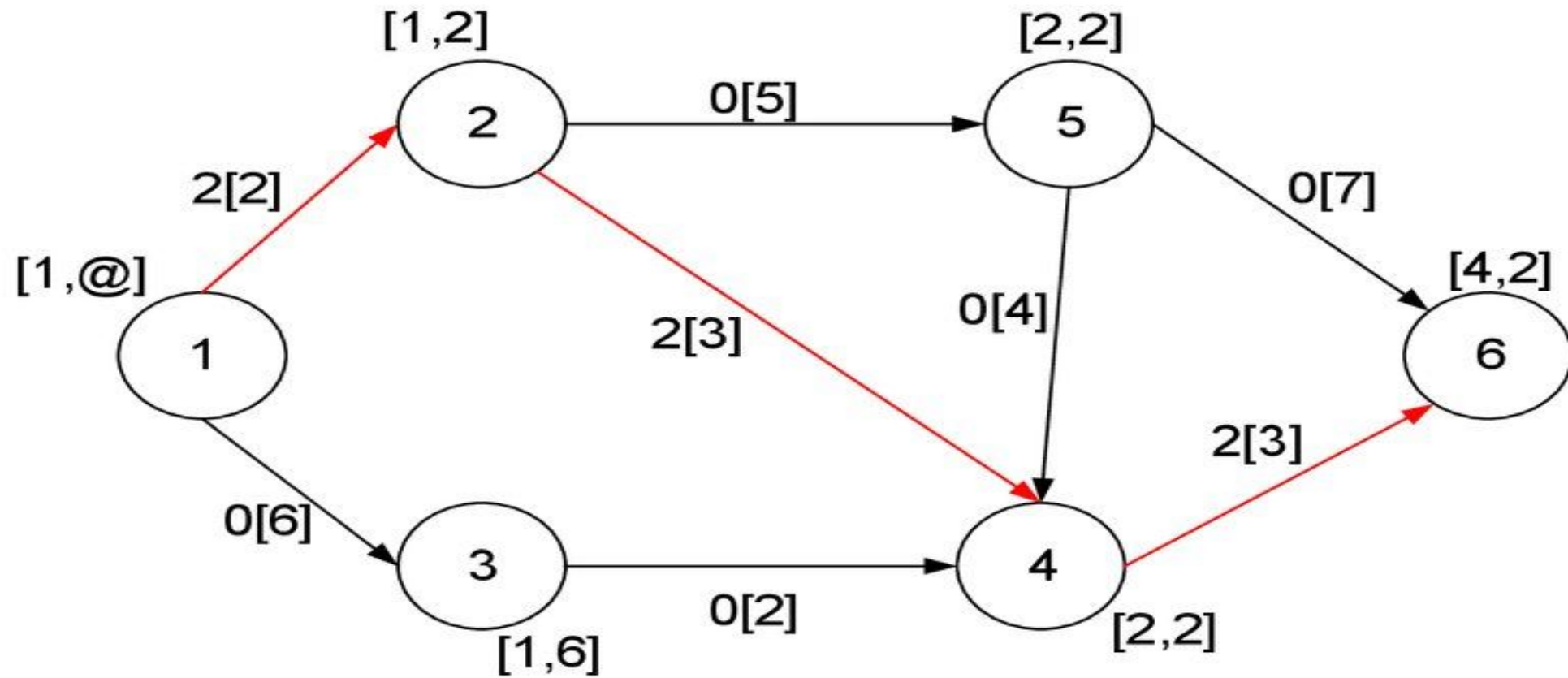
$t=6$

Найдите минимальный разрез



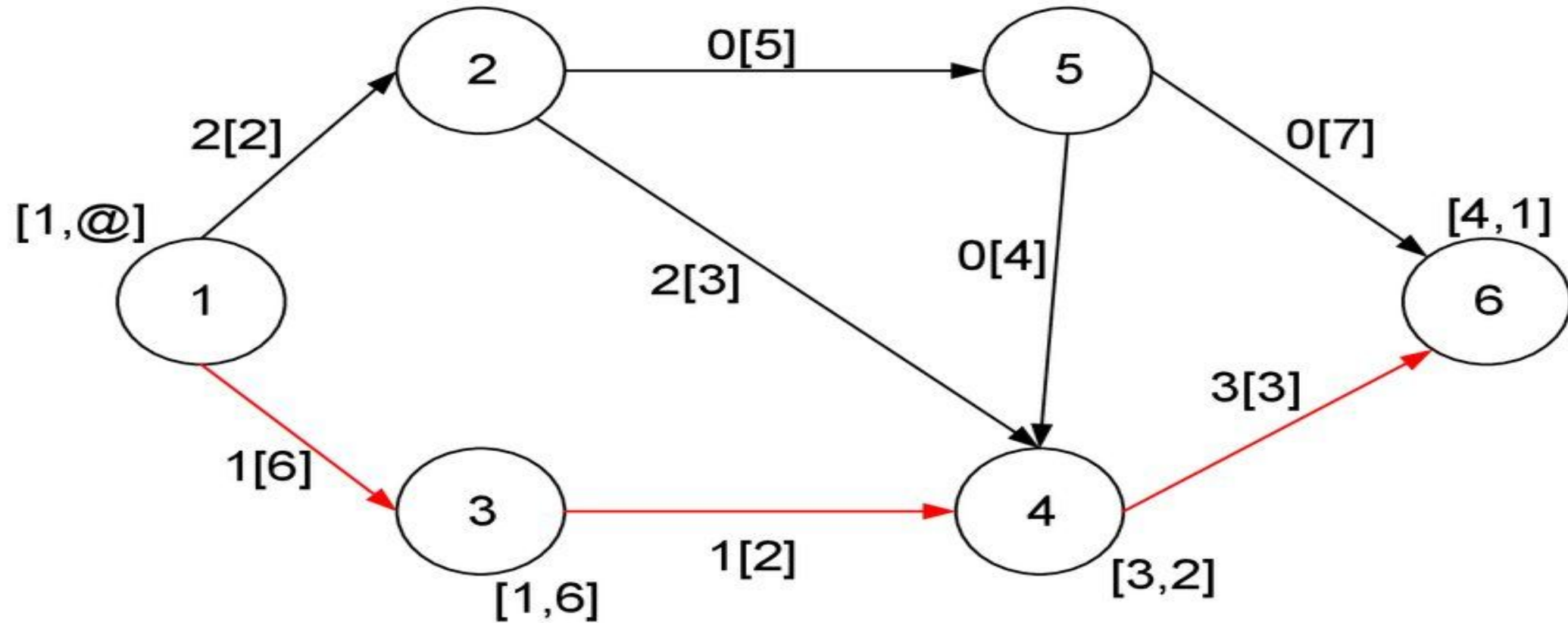
Алгоритм Форда-Фалкерсона

Шаг 1



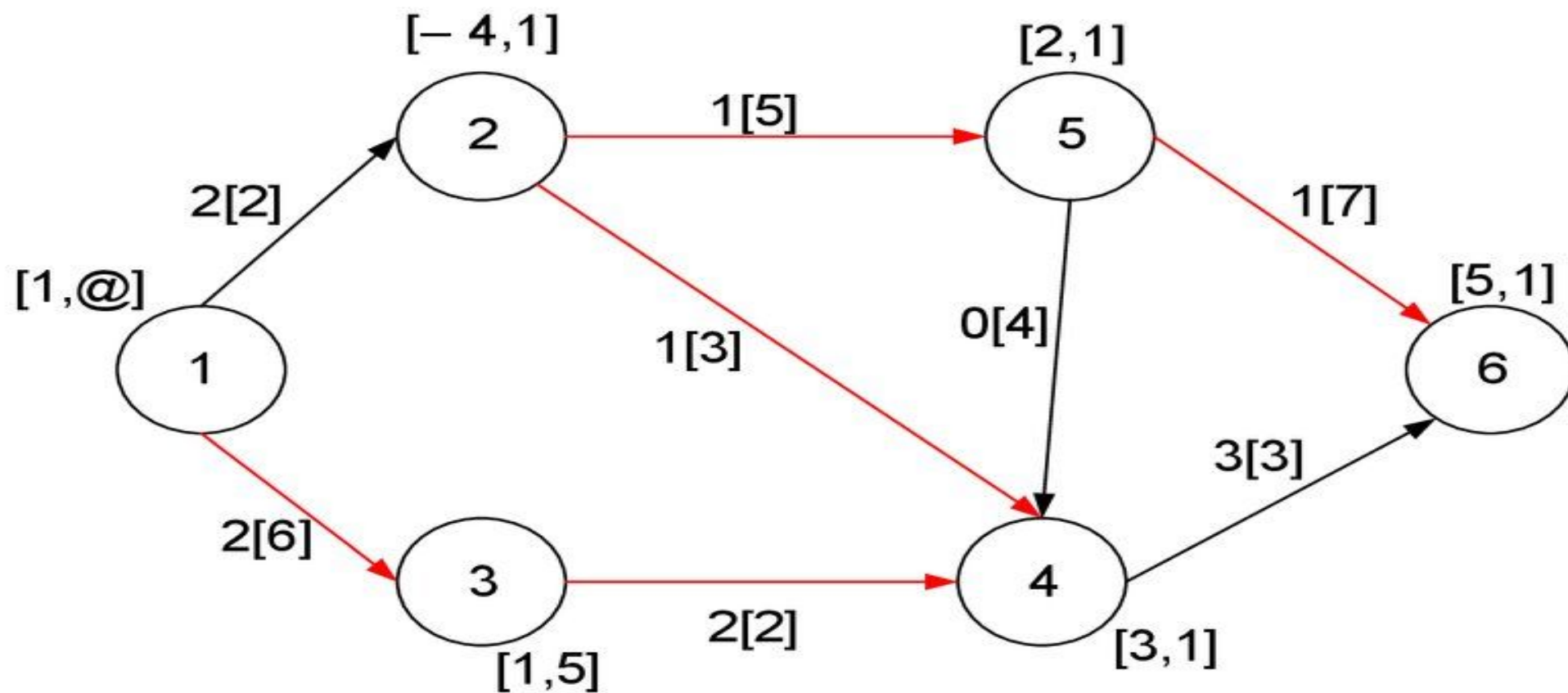
Алгоритм Форда-Фалкерсона

Шаг 2



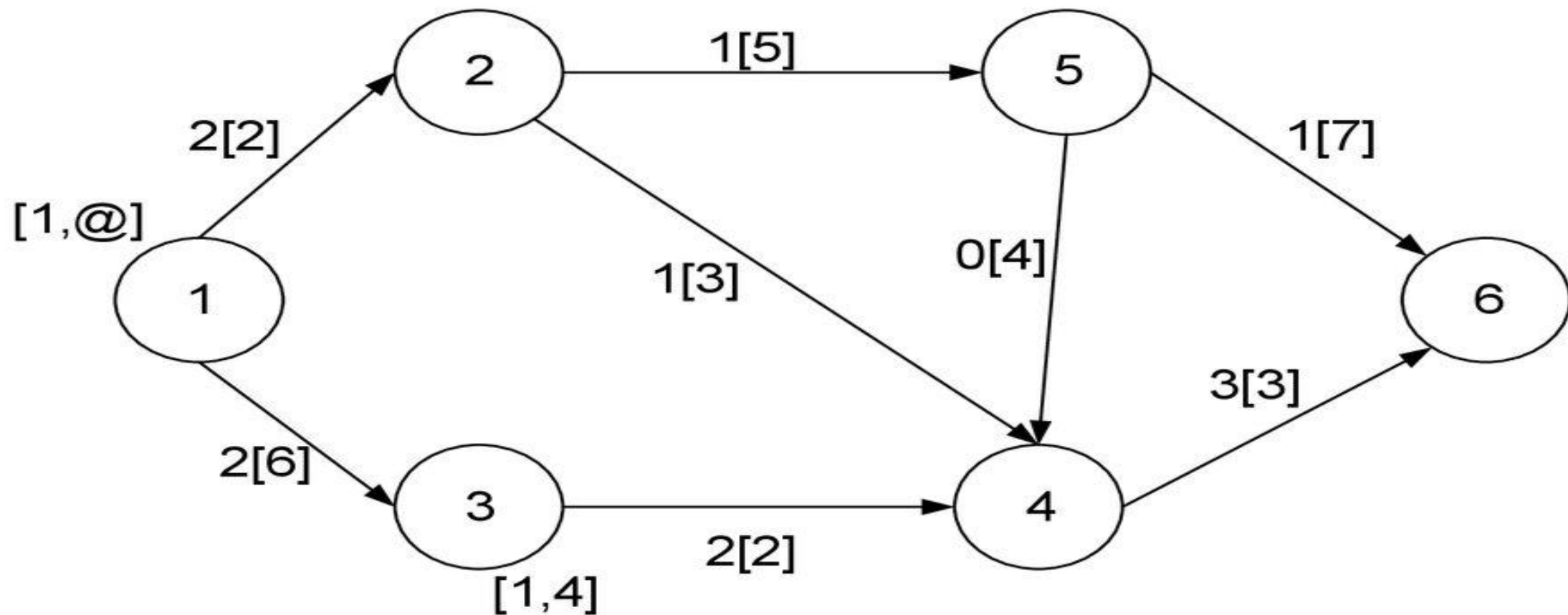
Алгоритм Форда-Фалкерсона

Шаг 3



Алгоритм Форда-Фалкерсона

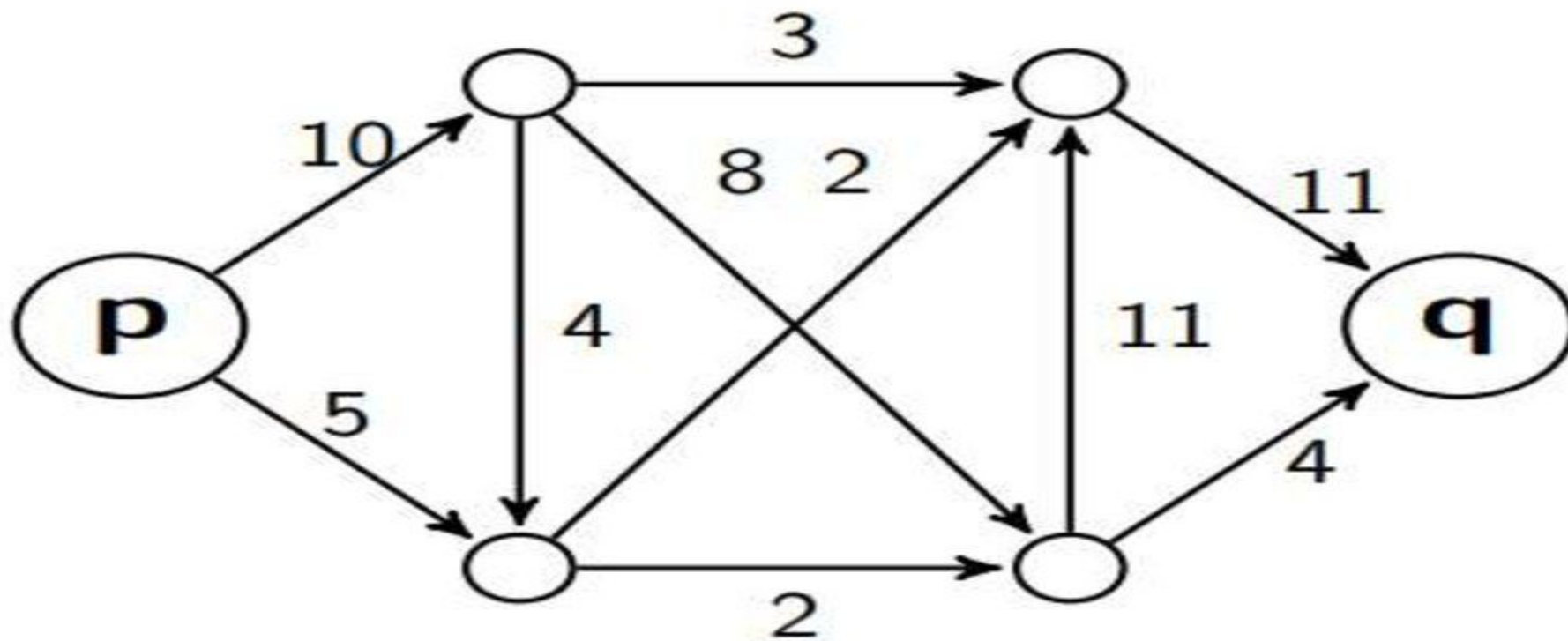
Шаг 4



ЗАДАНИЕ №3

Задача 1

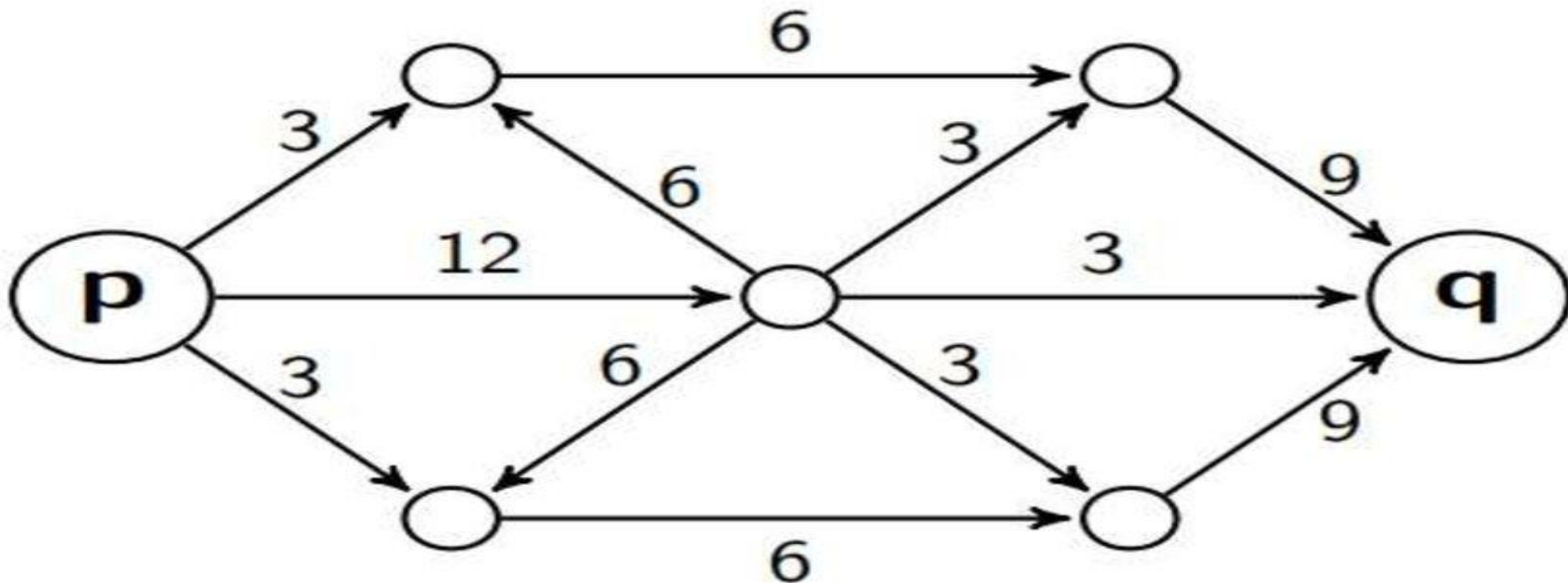
Найти и построить максимальный поток в транспортной сети



ЗАДАНИЕ №4

Задача 2

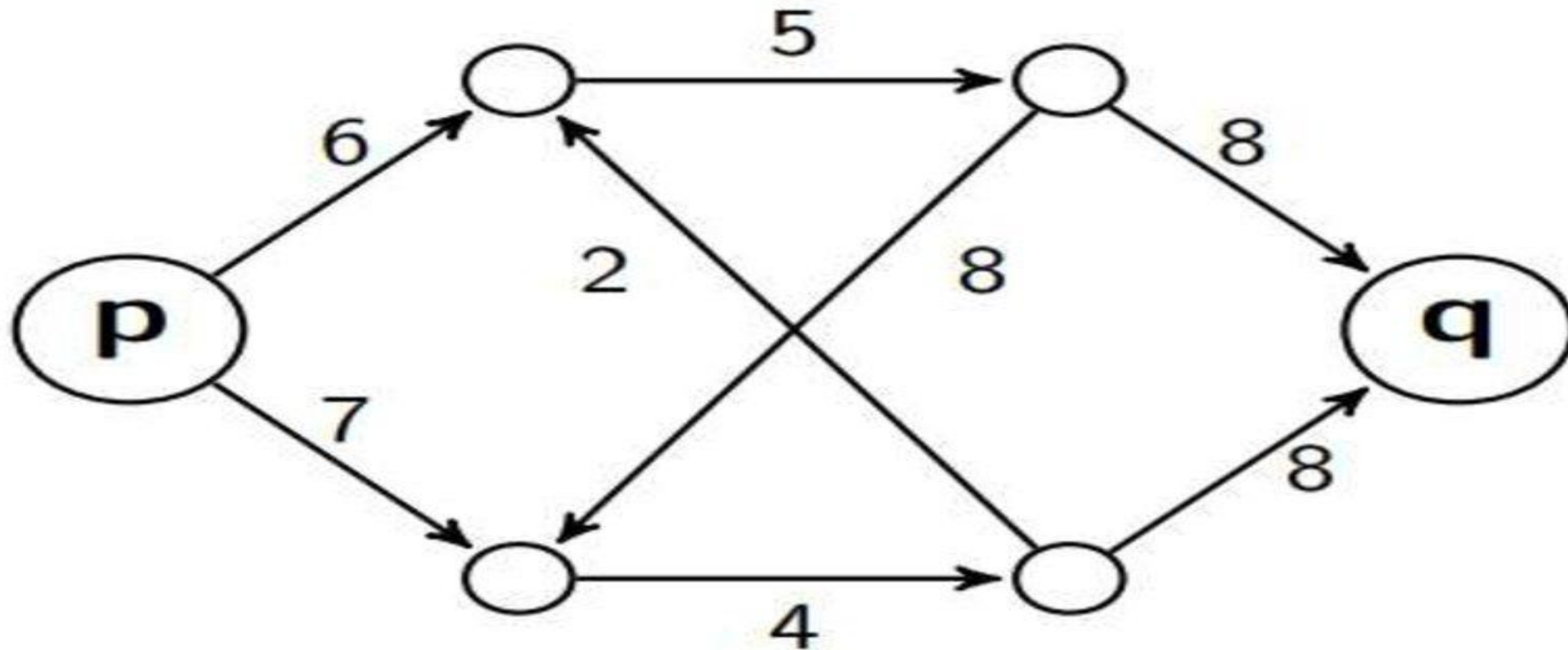
Найти и построить максимальный поток в транспортной сети



ЗАДАНИЕ №5

Задача 3

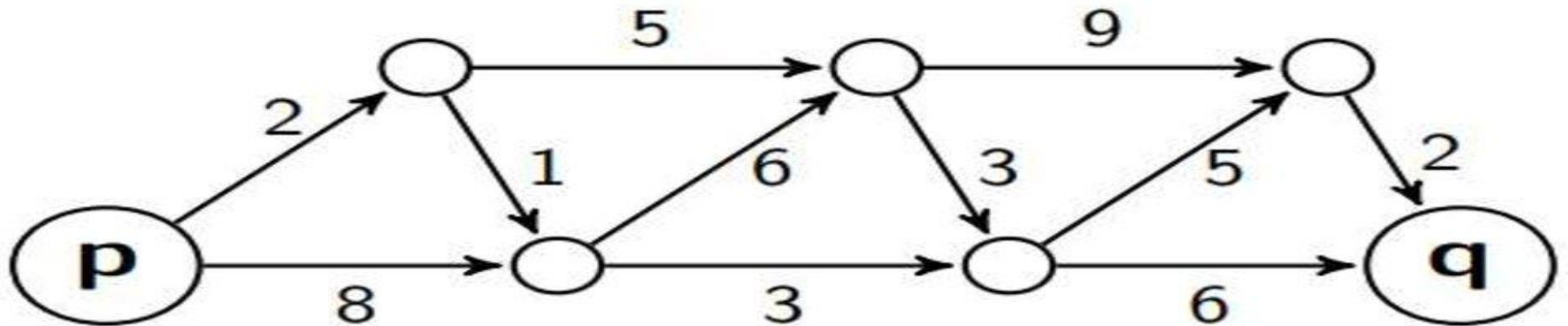
Найти и построить максимальный поток в транспортной сети



ЗАДАНИЕ №6

Задача 4

Найти и построить максимальный поток в транспортной сети



ЗАДАНИЕ №6

Задача 5

Найти и построить максимальный поток в транспортной сети

