# ЗАДАЧИ ПОТОКИ И СЕТИ

ДИСТАЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ ЗАНЯТИЕ №5

(выполнить 6 заданий)

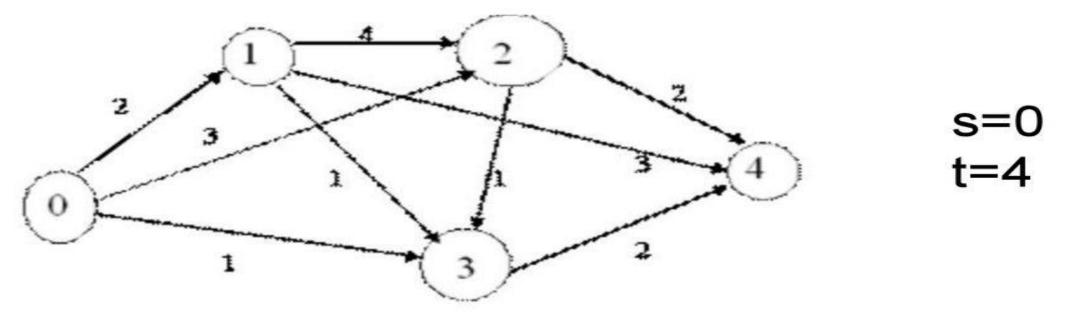
**Разрезом** называют множество дуг, удаление которых из сети приводит к «разрыву» <u>всех</u> путей, ведущих из s в t.

Пропускная способность разреза — это суммарная пропускная способность дуг, его составляющих.

!!! Найти разрезы в примере 1

## Пример 1

Дадим формулировку задачи о максимальном потоке в терминах линейного программирования. Пусть  $X_{\text{KM}}$  - объем перевозок из пункта К в пункт М. К = 0,1,2,3, М = 1,2,3,4, причем перевозки возможны лишь в пункт с большим номером. Значит, всего имеется 9 переменных  $X_{\text{KM}}$ , а именно,  $X_{01}$ ,  $X_{02}$ ,  $X_{03}$ ,  $X_{12}$ ,  $X_{13}$ ,  $X_{14}$ ,  $X_{23}$ ,  $X_{24}$ ,  $X_{34}$ .



#### Теорема Л. Форда и Д. Фалкерсона:

Величина каждого потока из s в t не превосходит пропускной способности минимального разреза, разделяющего s и t, причем поток, достигающий этого значения, существует.

(Величина максимального потока в транспортной сети равна величине минимального разреза в ней)

!!! Найти минимальный разрез в примере 1

С алгоритмической точки зрения эта теорема малопродуктивна.

Генерация всех подмножеств дуг и проверка, является ли очередное подмножество разрезом — «лобовое решение», приводит к высокой сложности алгоритма.

Кроме того, данный факт не помогает найти способ распределения максимального потока по дугам.

«Техника меток» Л. Форда и Д. Фалкерсона заключается в последовательном (итерационном, поиском в ширину) построении максимального потока путем поиска на каждом шаге увеличивающей цепи, то есть пути, по которому можно увеличить поток.

При этом узлы (вершины графа) специальным образом помечаются. Отсюда и возник термин «метка».

Что представляет из себя метка вершины?

- первая цифра в метке это номер вершины, из которой идет поток в данную вершину;
- вторая цифра в метке численное значение потока, который можно передать в данную вершину.

На каждом шаге алгоритма вершины сети могут находиться в одном из трех состояний:

- вершина не имеет метки;
- вершине присвоена метка, и она не просмотрена, т. е. не все смежные с ней вершины обработаны;
- вершине присвоена метка, и она просмотрена.

Как только вершина-сток становится помеченной, это говорит о том, что очередная увеличивающая поток цепочка найдена, итоговый суммарный поток необходимо увеличить на величину потока найденной цепочки, и перейти к следующему шагу алгоритма.

Дуга e=(u, v) сети является допустимой дугой из u в v относительно потока f, если

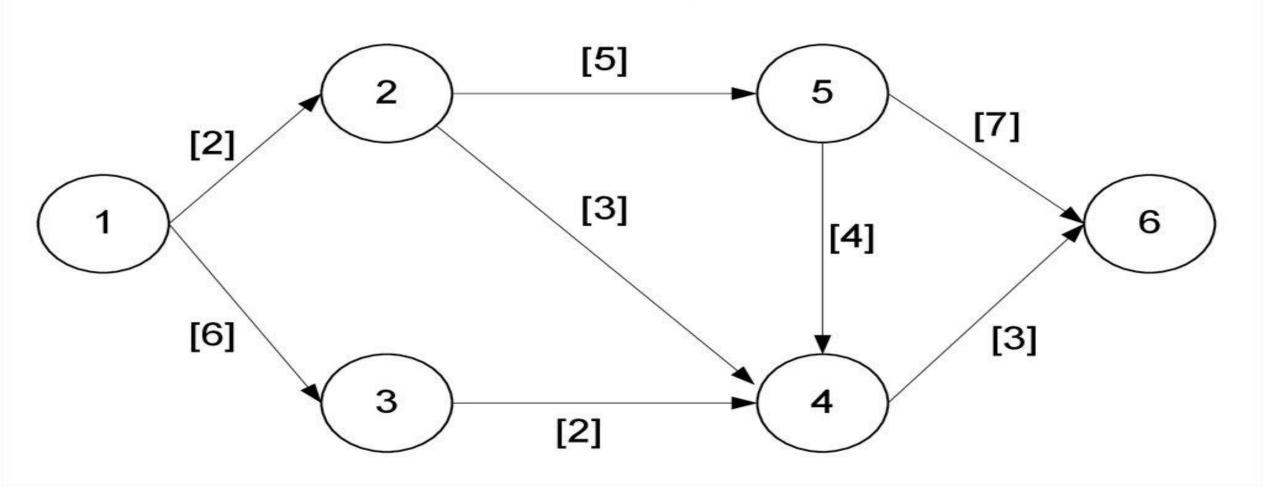
- e=(u, v) и f(e)<c(e) (дуги первого типа, прямые);
- e=(v, u) и f(e)>0 (дуги второго типа, **обратные**).

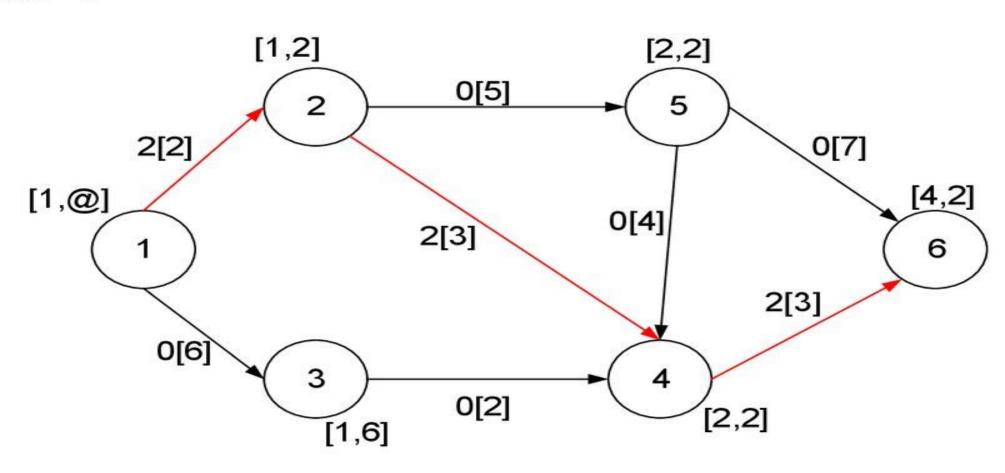
Второе условие говорит о том, что допустимыми являются и дуги, <u>входящие</u> в вершину и, по которым «уже пропущен ненулевой поток».

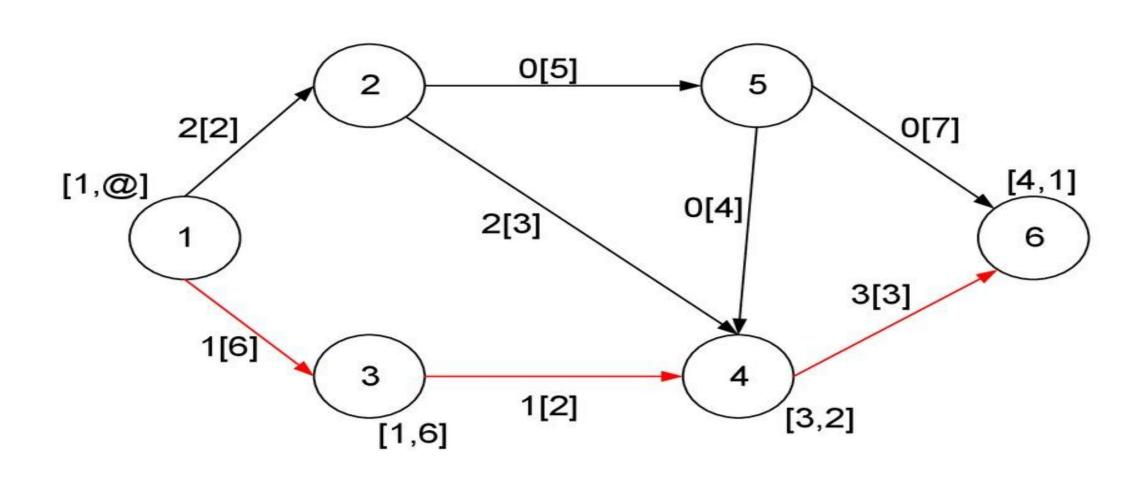
### Пример 2

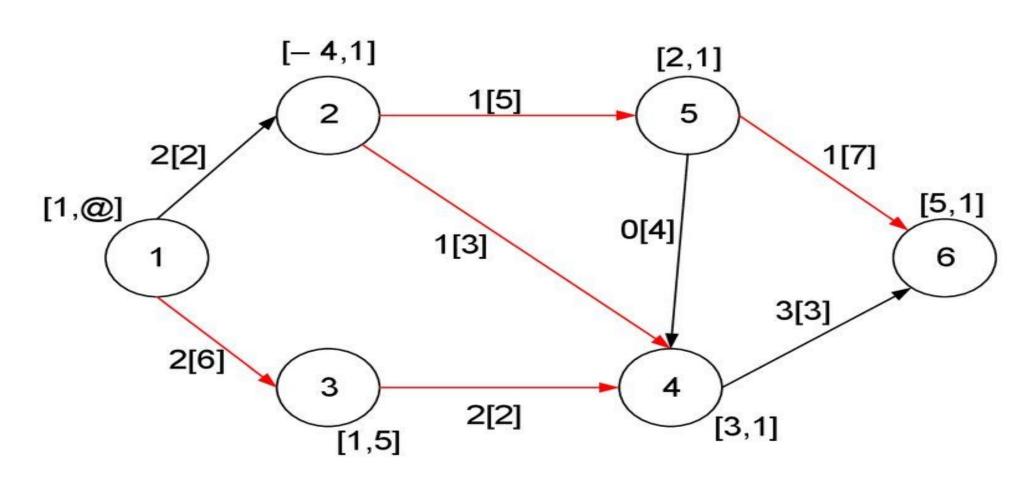
s=1 t=6

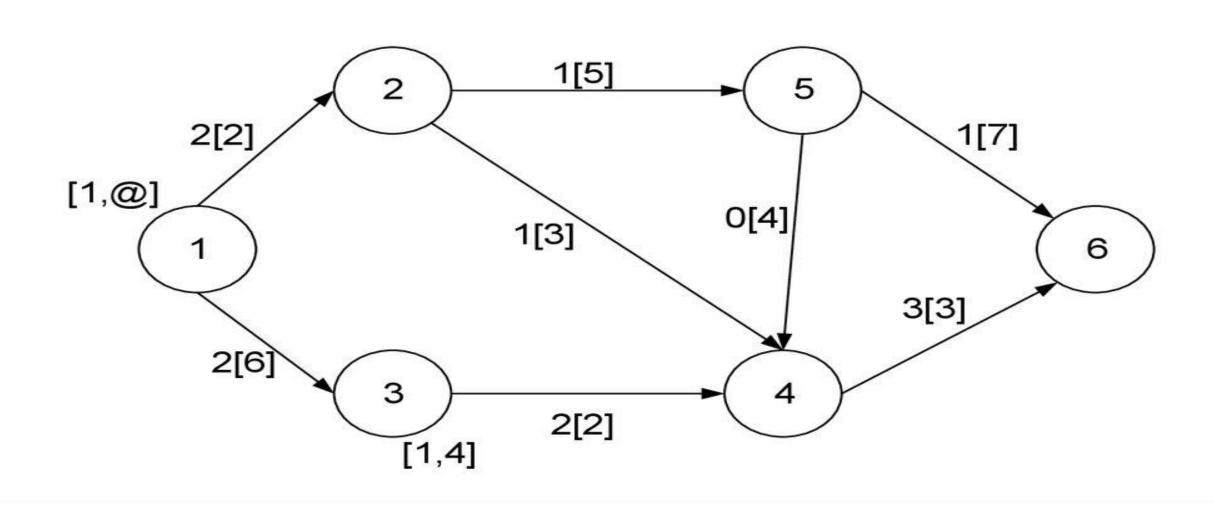
Найдите минимальный разрез



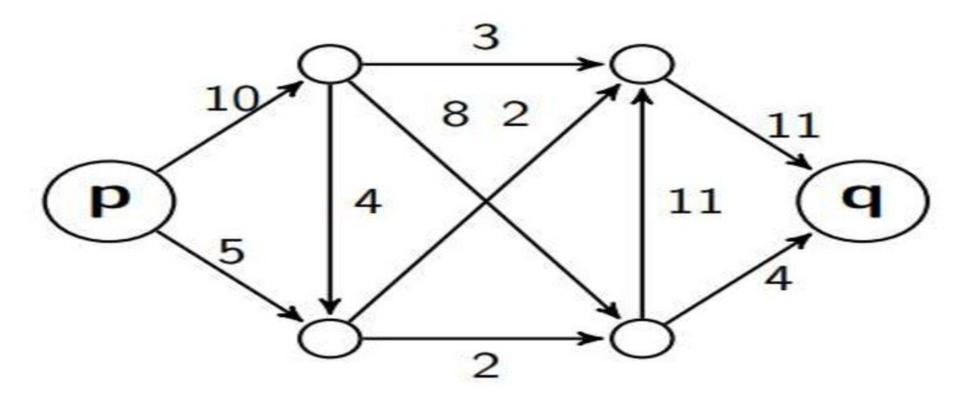




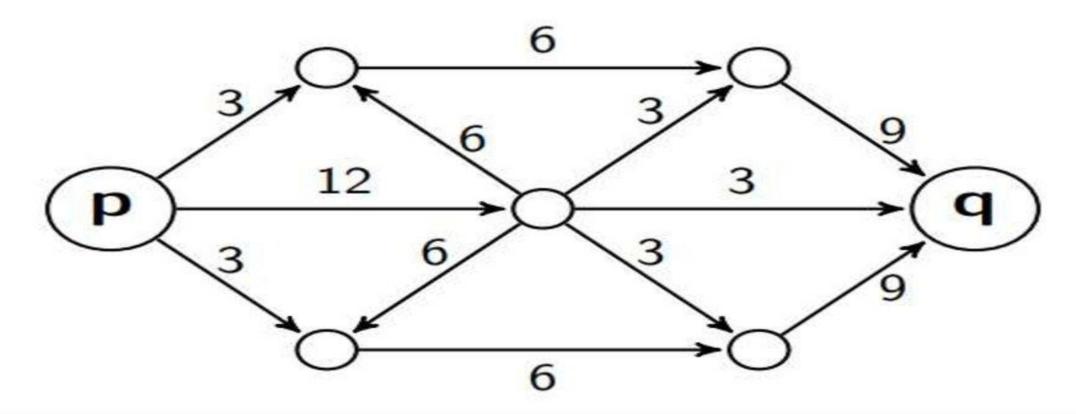




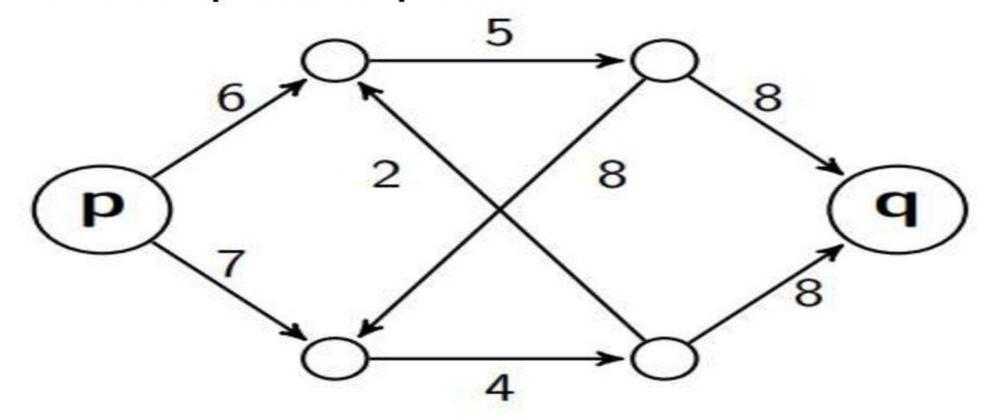
Задача 1



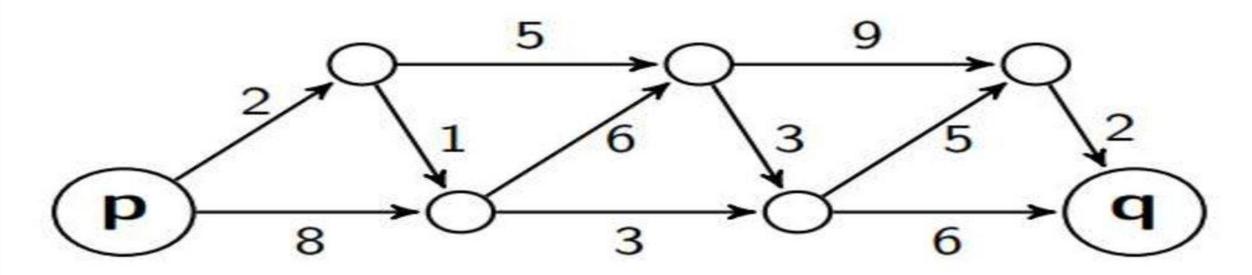
Задача 2



Задача 3



Задача 4



#### Задача 5

