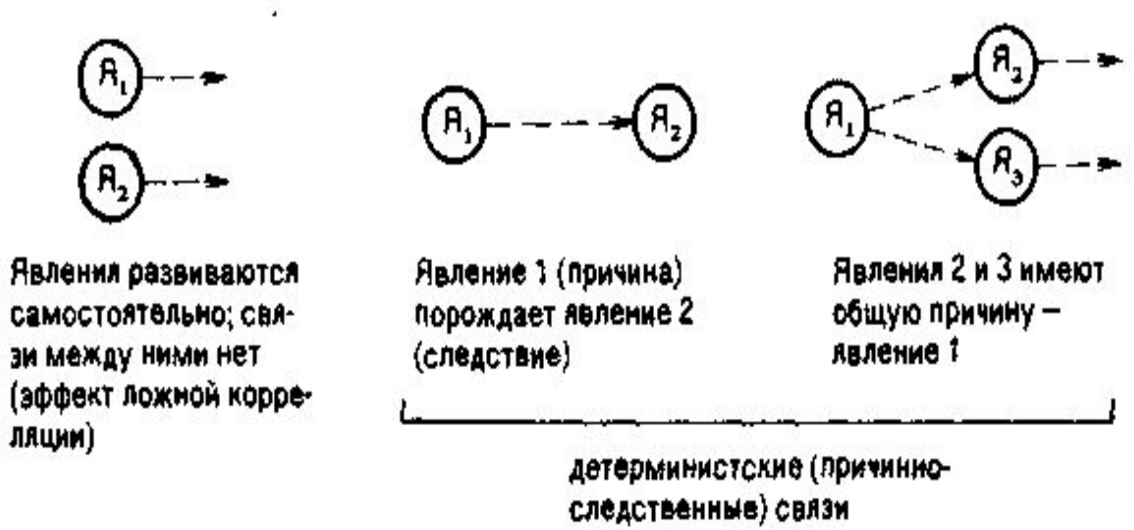
Тема: Элементы теории моделирования и анализа факторных систем

1. Общие положения
2. Детерминированные модели факторного анализа
3. Стохастические модели факторного анализа

Виды взаимосвязи между явлениями



- Количественная характеристика взаимосвязанных явлений осуществляется с помощью признаков (показателей).

Признаки, характеризующие причину, называются *факторными* (независимыми, экзогенными); признаки, характеризующие следствие, называются *результативными* (зависимыми).

Совокупность факторных и результативных признаков, связанных одной причинно-следственной связью, называется *факторной* системой.

Модель факторной системы — это математическая формула, выражающая реальные связи между анализируемыми явлениями:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

где y - результативный признак;

x_i - факторные признаки.

Процесс построения аналитического выражения зависимости называется процессом моделирования изучаемого явления.

Существуют два типа связей, которые подвергаются исследованию в процессе факторного анализа: **функциональные и стохастические**.

Связь называется ***функциональной,*** или жестко детерминированной, если каждому значению факторного признака соответствует вполне определенное неслучайное значение результативного признака.

- Например. Факторный анализ рентабельности капитала банка, (по Дюпону), отражающей зависимость рентабельности капитала от рентабельности активов и структуры, источников средств, согласно которой:

$$ROE = \frac{П'}{СК} = \frac{П'}{А} * \frac{А}{СК} = \frac{П'}{Д} * \frac{Д}{А} * \frac{А}{СК},$$

Второй вариант модифицированной формулы Дюпона, позволяющий оценить влияние на рентабельность капитала эффективности управления налогами (П'/П), маржи прибыли (П/Д), доходности активов (Д/А) и структуры источников средств, характеризующейся мультипликатором капитала (А/СК):

$$ROE = \frac{П'}{СК} = \frac{П'}{П} * \frac{П}{Д} * \frac{Д}{А} * \frac{А}{СК},$$

Предложенную четырехфакторную мультипликативную модель рентабельности капитала можно представить как зависимость обобщающего показателя от факторов (x, y, z, *g*): *ROE*= x*y*z* *g*. Расчет влияния этих факторов на изменение рентабельности капитала рекомендуется проводить с использованием метода цепных подстановок.

Тогда:

$$\Delta ROE(x) = (x_1 - x_0) * y_0 * z_0 * g_0;$$

$$\Delta ROE(y) = x_1 * (y_1 - y_0) * z_0 * g_0;$$

$$\Delta ROE(z) = x_1 * y_1 * (z_1 - z_0) * g_0;$$

$$\Delta ROE(g) = x_1 * y_1 * z_1 * (g_1 - g_0);$$

$$\Delta ROE = \Delta ROE(x) + \Delta ROE(y) + \Delta ROE(z) + \Delta ROE(g).$$

где $\Delta ROE, \Delta ROE(x), \Delta ROE(y), \Delta ROE(z), \Delta ROE(g)$ - влияние факторов (общее, фактора x, y, z, g

Связь называется ***стохастической*** (вероятностной), если каждому значению факторного признака соответствует множество значений результативного признака, т. е. определенное статистическое распределение. Примером такой зависимости могут служить регрессионные уравнения, применяемые, например, при расчете бета-коэффициентов для анализа портфельных инвестиций.

Интерпретация рассмотренных связей (*функциональной и стохастической)* с позиции поведения системы:

Система называется жестко детерминированной, если при заданных начальных условиях она переходит в единственное, определенное состояние.

Система называется вероятностной, если при одних и тех же начальных условиях она может переходить в различные состояния, имеющие разные вероятности.

Рассмотренные связи могут быть прямыми и обратными. В первом случае рост (убывание) факторного признака влечет за собой рост (убывание) результативного признака. Во втором случае рост (убывание) факторного признака влечет за собой убывание (рост) результативного признака.

При изучении связей в финансовом анализе решается несколько **задач:**

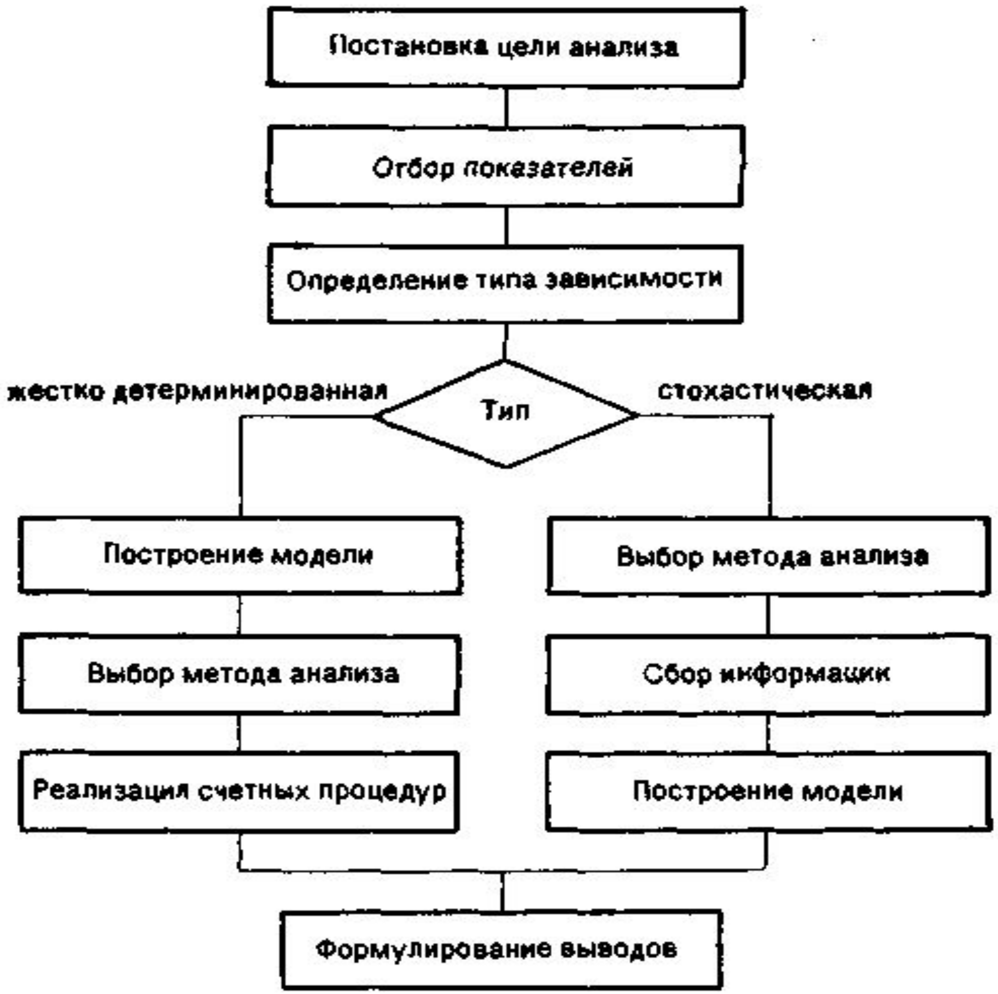
- установление факта наличия или отсутствия связи между анализируемыми показателями;
- измерение тесноты связи;
- установление неслучайного характера выявленных связей;
- количественная оценка влияния изменения факторов на изменение результативного показателя;
- выделение наиболее значимых факторов, определяющих поведение результативного показателя.

В зависимости от вида анализа эти задачи решаются с помо щью различных приемов:

а) жестко детерминированные связи - балансовый метод, прием цепных подстановок, интегральный метод и др.;

б) стохастические связи — корреляционный анализ, ковариационный анализ, метод главных компонент и др.

Укрупненная схема факторного анализа



2. Детерминированные модели факторного анализа

Особенности:

1. Модель полностью замыкается на ту систему факторов, которые поддаются объединению в данную модель. Границей составления такой модели является длина непрерывной цепи прямых связей.
2. Данный подход не позволяет разделить результаты влияния одновременно действующих факторов, которые не поддаются объединению в одной модели. Таким образом, исследователь условно абстрагируется от действия других факторов, а все изменения результативного показателя полностью приписываются влиянию факторов, включенных в модель.
3. Детерминированный анализ может выполняться для единичного объекта в отсутствие совокупности наблюдений.

Модели детерминированного анализа

1. Аддитивная модель

$$y = \sum_{j=1}^{n} x_i = x + x_2 + \cdots + x_n.$$

2. Мультипликативная модель

$$y = \prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 * x_2 * \cdots * x_{n.}$$

3. Кратная модель

$$y = \frac{x_1}{x_2}, \; y = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{x_{i+1}}, \; y = \frac{x_i}{\sum_{i=2}^{n} x_i}, \; y = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{m} x_i}.$$

где y – результативный показатель (исходная факторная система);

x_i- факторы (факторные показатели).

Последовательность выполняемых процедур при детерминированном факторном анализе:

- ✔ построение экономически обоснованной (с позиции факторного анализа) детерминированной факторной модели;
- ✔ выбор приема факторного анализа и подготовка условий для его выполнения;
- ✔ реализация счетных процедур анализа модели, включая проверку;
- ✔ формулирование выводов и рекомендаций по результатам анализа.

Правила построения многофакторных мультипликативных моделей (МММ):

1. Модель должна быть экономически обоснована, т. е. место фактора в модели должно соответствовать его экономической роли в формировании результативного признака.
2. Модель целесообразно строить из двухфакторной полной модели путем последовательного расчленения факторов (как правило, качественных) на составляющие; при очередном расширении модели необходимо следить за соблюдением связи «причина — следствие».
3. Модель должна быть такой, чтобы факторы можно было укрупнять (свертка модели) и слева направо, и справа налево, а произведение двух любых стоящих рядом факторов давало бы экономически понятный фактор более высокого порядка.
4. Построение неполной модели в большинстве случаев рекомендуется начинать с построения и последующей легализации соответствующей полной модели.
5. При написании формулы, факторы в модели рекомендуется располагать в порядке их замены слева направо.

3. Стохастические модели факторного анализа

В факторном анализе эти модели используются по трем основным причинам:

- необходимо изучить влияние факторов, по которым нельзя построить жестко детерминированную факторную модель (на пример, уровень финансового левериджа);
- необходимо изучить влияние факторов, которые не поддаются объединению в одной и той же жестко детерминированной модели;
- необходимо изучить влияние сложных факторов, которые не могут быть выражены одним количественным показателем (на пример, уровень инноваций).

Предпосылки реализации стохастического подхода:

а) наличие совокупности;

б) достаточный объем;

в) случайность и независимость наблюдений;

г) однородность. (качественная однородность достигается путем логического отбора; критерием количественной однородности может служить, в частности, коэффициент вариации — его значение не должно превышать 33%);

д) наличие распределения признаков, близкого к нормальному. Существуют различные статистические методы проверки нормальности распределения. Выполнение этого требования в экономических исследованиях нередко сопряжено с существенными трудностями и не всегда возможно;

е) наличие специального математического аппарата. В зависимости от условий, в которых проводится анализ, могут применяться различные методы: регрессионный анализ, ковариационный анализ, спектральный анализ и др.

Построение стохастической модели проводится в несколько **этапов:**

1. качественный анализ (постановка цели анализа, определение совокупности, определение результативных и факторных признаков, выбор периода и метода анализа);
2. предварительный анализ моделируемой совокупности (проверка однородности совокупности, исключение аномальных наблюдений, уточнение необходимого объема выборки, установление законов распределения изучаемых показателей);
3. построение стохастической (регрессионной) модели (уточнение перечня факторов, расчет оценок параметров уравнений регрессии, перебор конкурирующих вариантов моделей);
4. оценка адекватности модели (проверка статистической существенности уравнения в целом и его отдельных параметров, проверка соответствия формальных свойств оценок задачам исследования);
5. экономическая интерпретация и практическое использование модели (определение пространственно-временной устойчивости построенной зависимости, оценка практических свойств модели).

Типовые задачи детерминированного факторного анализа

1. Оценка влияния относительного изменения факторов на относительное изменение результативного показателя.

Задача имеет смысл для мультипликативных и кратных моделей. (простейшую двухфакторную модель р = а * в).

при анализе динамики этих показателей будет выполняться следующее соотношение между индексами:

$$Iр = Iа * Iв, \qquad (1)$$

где значение индекса находится отношением значения показателя в отчетном периоде к базисному.

Таким образом, относительные изменения факторных и ре зультативного показателей связаны той же зависимостью, что и показатели в исходной модели.

2. Оценка влияния абсолютного изменения i-го фактора на абсолютное изменение результативного показателя.

Является основной задачей детерминированного факторного анализа; ее общая постановка имеет вид:

Пусть y= f $(x_{1,} \quad x_2, \ldots, x_n)$ - жестко детерминированная модель, характеризующая изменение результативного показателя y от n факторов; все показатели получили приращение Δ (например, в динамике, по сравнению с планом, по сравнению с эталоном):

$$\Delta_0 y = y^1 - y^n, \; \Delta_{\mathrm{x}_i} = x_i^1 \text{-} x_i^0. \qquad (2)$$

Требуется определить, какой частью приращение результативного показателя y обязано приращению i-го фактора, т. е. расписать следующую зависимость:

$$\Delta_0 y = \Delta_{x_1} y + \Delta_{x_2} y + \ldots + \Delta_n y. \qquad (3)$$

где $\Delta_0 y$ - *общее изменение результативного показателя, складывающееся под одновременным влиянием всех факторных признаков;*

$\Delta_{x_1} y$ - *изменение результативного показателя под влиянием только фактора* x_i.

В зависимости от того, какой метод анализа модели выбран, факторные разложения могут различаться.

Сравнительная характеристика этих методов:

1**. Прием выявления изолированного влияния факторов**

$$\Delta_0 y = \mathrm{f}\,(x_1^0, \ldots, x_{i-1}^0, x_i^1, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0 - \mathrm{f}(x_1^0, \ldots, x_{i-1}^0, x_i^0, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0).$$

Свойства:

- нет полного разложения (т. е. точное равенство в формуле (3) не достигается);
- не требуется установления очередности изменения факторов;
- является самым простым методом.

2. **Дифференциальный метод**

$$\Delta_{x_1} y = f_{x_i}^{'} * \Delta x_i \,, \qquad (5)$$

Свойства:

- нет полного разложения;
- не требуется установления очередности изменения факторов в модели;
- носит достаточно искусственный характер, поскольку требует непрерывности функции f и бесконечно малого изменения признаков, чего в экономических исследованиях не может быть в принципе, так как многие показатели изменяются дискретно.

3. Прием цепных подстановок

$\Delta_{x_i} y = f(x_1^1, \ldots, x_{i-1}^1, x_i^1, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0) - f(x_1^1, \ldots, x_{i-1}^1, x_i^0, x_{i+1}^0, \ldots, x_n^0).$

Свойства:

- является универсальным методом, применяемым для любых типов моделей;
- достигается полное разложение;
- требуется установление очередности изменения факторов;
- обоснованный способ установления такой очередности отсутствует;
- не аддитивен во времени.

4. Прием арифметических разниц.

Свойства:

- является следствием приема цепных подстановок, обладая всеми его достоинствами и недостатками;
- применяется в основном при анализе аддитивных и мультипликативных моделей.

5. Логарифмический метод

$$\Delta_{x_i} y = \Delta_0 y * \frac{\ln\left(x_i^1 / x_i^0\right)}{\ln\left(y^1 / y^0\right)}. \qquad (7)$$

Свойства:

- достигается полное разложение;
- не требуется установления очередности изменения факторов;
- применяется в анализе мультипликативных моделей.

3. Определение отношения величины изменения результативного показателя, вызванного изменением i-го фактора, к базовой величине результативного показателя.

В рамках этой задачи факторное разложение дополняется относительными показателями:

$$\alpha_i = \frac{\Delta_{x_i} y}{y^0} * 100\%. \quad (8)$$

Экономическая интерпретация: коэффициент α_i, показывает, на сколько процентов к базисному уровню изменился результативный показатель под влиянием i-го фактора.

4. Определение доли абсолютного изменения результативного показателя, вызванного изменением i-го фактора, в общем изменении результативного показателя.

$$\gamma_i = \frac{\Delta_{x_i} y}{\Delta_0 y} * 100\%. \qquad (9)$$

Экономическая интерпретация:

коэффициент γ_i . показывает долю прироста результативного показателя, обусловленную изменением i-го фактора.