



УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА
Статистические методы контроля и управления
ЛЕКЦИЯ 1
Введение

**лектор: доцент каф. ЭАФУ, к.т.
Н.
Иванов Максим Леонидович**

2020 г.

- 1) Введение
- 2) Роль и место статистических методов в системе управления качеством
- 3) Распространенные статистические методы
- 4) Сферы использования статистических методов
- 5) История развития статистических методов качества
- 6) Проверка статистических гипотез
- 7) Пример 1. Подбрасывание монеты
- 8) Ошибки при проверке статистических гипотез
- 9) Пример 2. Приемочный контроль партии продукции
- 10) Задание
- 11) Вопросы

Проблемами сбора, обработки и анализа результатов производственной деятельности занимается математическая статистика, которая включает в себя большое количество не только известных методов, но и современных инструментов (как модно в последние годы называть методы) анализа и выявления дефектов. К таким методам можно отнести корреляционный и регрессионный анализы, проверку статистических гипотез, факторный анализ, анализ временных рядов, анализ безотказности и т. д.

Большое распространение в управлении качеством (под влиянием японских специалистов) получили семь простых методов, применение которых не требует высокой квалификации персонала и позволяет охватить анализ причины большинства возникающих на производстве дефектов. В настоящем пособии эти методы включены в различные разделы, исходя из целесообразности их применения.

Понятие «управление качеством» как наука возникло в конце 19-го столетия, с переходом промышленного производства на принципы разделения труда. Принцип разделения труда потребовал решения проблемы взаимозаменяемости и точности производства. До этого при ремесленном способе производстве продукции обеспечение точности готового продукта производилось по образцам или методами подгонки сопрягаемых деталей и узлов.

Установление допуска привело к противостоянию интересов конструкторов и производителей: одним ужесточение допуска обеспечивало повышение качества соединения элементов конструкции, другим – создавало сложности с созданием технологической системы, обеспечивающей требуемые значения вариаций процесса. Очевидно также, что при наличии разрешенных границ допуска у изготовителей не было мотивации «держаться» показатели (параметры) изделия как можно ближе к номинальному значению параметра, это приводило к выходу значений параметра за пределы допуска.

С момента зарождения статистических методов контроля качества специалисты понимали, что качество продукции формируется в результате сложных процессов, на результативность которых оказывают влияние множество материальных факторов и ошибки работников. Поэтому для обеспечения требуемого уровня качества нужно уметь управлять всеми влияющими факторами, определять возможные варианты реализации качества, научиться его прогнозировать и оценивать потребность объектов того или иного качества.

В послевоенное время и в США, и в Европе появились национальные стандарты по качеству. Центральная роль в разработке нормативных документов в области качества принадлежит Международной организации по стандартизации (ISO). Начиная с 90-х годов, идеи теории вариаций, статистического управления процессами (SPC) овладели не только специалистами-математиками, но и стали неотъемлемыми инструментами менеджеров и работников служб качества.

- методы высокого уровня сложности, которые используются разработчиками систем управления предприятием или процессами. К ним относятся методы кластерного анализа, адаптивные робастные статистики и др.,
- методы специальные, которые используются при разработке операций технического контроля, планировании промышленных экспериментов, расчетах на точность и надежность и т.д.,
- методы общего назначения, в разработку которых большой вклад внесли японские специалисты. К ним относятся «Семь простых методов» (или «Семь инструментов качества»), включающие в себя контрольные листки; метод расслоения; графики; диаграммы Парето; диаграммы Исикавы; гистограммы; контрольные карты.

- 1) описательная статистика,
- 2) планирование экспериментов,
- 3) проверка гипотез,
- 4) регрессионный анализ,
- 5) корреляционный анализ,
- 6) выборочный контроль,
- 7) факторный анализ,
- 8) анализ временных рядов,
- 9) статистическое установление допуска,
- 10) анализ точности измерений,
- 11) статистический контроль процессов,
- 12) статистическое регулирование процессов,
- 13) анализ безотказности,
- 14) анализ причин несоответствий,
- 15) анализ возможностей процесса (гистограммы).

- А – ответственность руководства,
- Б – анализ контракта,
- В – проектирование,
- Г – закупки,
- Д – идентификация продукции и прослеживаемость,
- Е – управление процессами,
- Ж – контроль и испытания,
- З – контрольное, измерительное и испытательное оборудование,
- И – действия с несоответствующей продукцией,
- К – регистрация данных,
- Л – внутренние проверки качества,
- М – подготовка кадров.

СФЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

\	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	+					+		+				+			
Б						+				+			+	+	
В	+	+	+	+	+	+	+		+				+		
Г	+		+			+	+								
Д													+		
Е	+	+				+	+	+	+		+	+	+		+
Ж	+					+							+		
З	+		+			+	+	+				+			
И				+	+										
К						+									
Л	+								+			+	+		+
М	+			+	+	+						+	+		+

Первое восприятие статистических методов качества в виде выборки имеет многовековую историю. Еще несколько столетий тому назад покупатели зерна и хлопка проверяли свойства товара, прокалывая мешки с зерном или хлопком, чтобы взять пробу. Можно допустить, что в те времена не было научного расчета взятия проб, и следует предположить, что это было делом опыта, как продавцов, так и покупателей товара.

Применение статистических методов контроля качества труда произошло еще позже – в первой четверти 20-го века. Именно внедрение статистических методов позволило значительно сократить трудоемкость операций контроля и значительно снизить численность инспекторов (контролеров). Первое применение научных методов статистического контроля было зафиксировано в 1924 году, когда В.Шухарт использовал для определения доли брака продукции контрольные карты.

Полученные в экспериментах выборочные данные всегда ограничены и носят в значительной степени случайный характер. Именно поэтому для анализа таких данных и используется математическая статистика, позволяющая обобщать закономерности, полученные на выборке, и распространять их на всю генеральную совокупность.

Однако, в связи с действием случайных причин, оценка параметров генеральной совокупности, сделанная на основании экспериментальных (выборочных) данных, всегда будет сопровождаться погрешностью, и поэтому подобного рода оценка должна рассматриваться как предположительное, а не как окончательное утверждение. Подобные предположения о свойствах и параметрах генеральной совокупности носят название **статистических гипотез**.

- монета правильная и частота выпадений герба и цифры примерно одинакова, - $P = 1/2$,
- монета деформирована и чаще выпадает герб, - $P > 1/2$,
- монета деформирована и чаще выпадает цифра. - $P < 1/2$.

При проверке статистических гипотез используется два понятия: нулевая гипотеза (ее обозначают H_0) и альтернативная гипотеза (обозначение H_1). Как правило, принято считать, что нулевая гипотеза H_0 – это гипотеза о сходстве, а альтернативная H_1 – гипотеза о различии. Таким образом, принятие нулевой гипотезы свидетельствует об отсутствии различий, а альтернативной – о наличии различий.

Для нашего примера в качестве нулевой (будем называть ее основной) гипотезы H_0 принимаем – монета правильная, а качестве альтернативной гипотезы H_1 – монета деформированная. Альтернативных гипотез может быть несколько. В нашем случае их две (больше и меньше $1/2$).

Обозначим через N множество всевозможных результатов наблюдений (выборок) m . Выделим в N область n , исходя из следующих соображений: если гипотеза H_0 верна, то наступление события $m \in n$ маловероятно. Это записывается так:

$$P \{ m \in n / H_0 \} = \alpha,$$

где α – малое число, близкое к нулю.

Иными словами, вероятность P события $m \in n$ при условии, что верна гипотеза H_0 , равна α . Если это событие все же произошло, то гипотеза H_0 отвергается. При этом сохраняется небольшая вероятность (учитывая, что α мало, но не равно нулю), что гипотеза H_0 отвергается, хотя она верна. Такая ошибка называется **ошибкой первого рода**. Ее вероятность равна α .

Возможна и **ошибка второго рода** β , которая состоит в том, что гипотеза H_0 принимается, хотя она неверна, а верна альтернативная гипотеза H_1 .

$$P \{ m \in n / H_1 \} = \beta.$$

Проводится приемочный контроль партии продукции. Известно, что в партии могут содержаться дефектные изделия. Поставщик полагает, что доля дефектных изделий составляет не более 3%, а заказчик считает, что качество изготовления изделий низкое и доля дефектных изделий значительна и составляет 20%. Между поставщиком и заказчиком достигнута следующая договоренность: партия продукции принимается, если в выборке из 10 изделий будет обнаружено не более одного дефектного изделия.

Требуется в процессе решения примера сформулировать:

- нулевую (основную) и альтернативную гипотезы,
- определить критическую область и область принятия нулевой гипотезы,
- определить, в чем состоят ошибки первого и второго рода, и найти их вероятность.

Если смотреть на ситуацию с точки зрения заказчика (потребителя), учитывая, что заказчик всегда прав, то нулевой гипотезой H_0 следует принять гипотезу, что продукция содержит 20% брака. Альтернативная гипотеза H_1 соответствует версии поставщика – 3% брака.

Поскольку отбирается 10 изделий, то множество возможных результатов (наличие дефектного изделия) составит $N = (0, 1, 2, 3 \dots 10)$, так как в выборке может оказаться и 0, и 10 дефектных изделий. По условиям поставок, принятым и заказчиком, и поставщиком, гипотеза заказчика H_0 считается:

- отвергнутой, если число дефектов находится в области $n = \{0, 1\}$;
- принятой, если число дефектов находится в области $n = \{2, 3, 4 \dots 10\}$.

Область результатов выборки, при попадании в которую принятая гипотеза отвергается, называется **критической**. В нашем случае это – область $n = \{0, 1\}$.

Напомним, что ошибка первого рода возникает тогда, когда гипотеза H_0 отвергается, хотя она верна. Для нашего примера это означает, что партия изделий принимается (закупается), хотя в ней 20% дефектных изделий. Ошибка второго рода для нашего примера возникает тогда, когда нулевая гипотеза принимается (т.е. партия бракуется), в то время как верна альтернативная гипотеза (дефектных изделий всего 3%). Найдем вероятность этих ошибок.

Сначала заметим, что число дефектных изделий m является биномиальной, случайной величиной. Если допустить, что гипотеза H_0 верна то в выборке $N=10$ этому соответствует 2 случая: $m=0$ и $m=1$. Тогда биномиальная величина имеет вид $B_i(10;2)$. Найдем вероятность каждого из двух событий:

$$P(m=0) = (0,8)^{10} = 0,107,$$

$$P(m=1) = 10 \cdot (0,8)^9 \cdot 0,2 = 0,268.$$

Тогда ошибка первого рода α будет равна сумме этих вероятностей:

$$\alpha = P(m \leq 1) = P(m=0/H_0) + P(m=1/H_0) = 0,375.$$

Если верна гипотеза H_1 , то вероятность выбрать дефектное изделие составляет по условию примера 0,03 (3%). Ошибка второго рода произойдет, если из 10 изделий в выборке окажутся дефектных 2 и более. В этом случае биномиальная величина имеет вид $B_i(10; 0,03)$. Тогда для событий $m \leq 1$ вероятность составит:

$$P(m=0) = (0,97)^{10} = 0,737,$$

$$P(m=1) = 10 \cdot (0,97)^9 \cdot 0,03 = 0,228.$$

Таким образом, вероятность альтернативных событий ($m > 1$) составит величину ошибки второго рода β :

$$\begin{aligned} \beta = P(m > 1 / H_1) &= 1 - P(m \leq 1 / H_1) = 1 - P(m = 0 / H_1) - P(m = 1 / H_1) = \\ &= 1 - 0,737 - 0,228 = 0,035. \end{aligned}$$

Из сравнения ошибок α и β можно заключить, что оговоренная процедура по приему партии выгодна скорее поставщику, чем потребителю (заказчику).

СПАСИБО ЗА ВНИМАННЯ