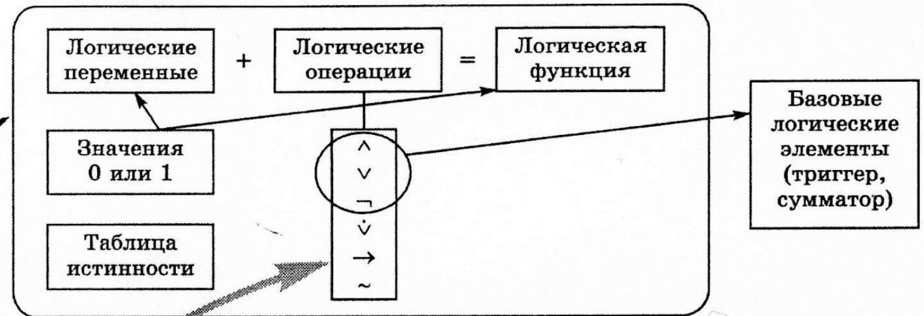
Логические основы компьютера

1. Основные определения.
2. Этапы развития логики.
3. Логические операции.
4. Логические формулы.
5. Таблицы истинности.
6. Законы алгебры логики.
7. Основные логические устройства ЭВМ.



Примеры:

1. Высказывание:
Луна — спутник Земли.

Не высказывание:
Кто не хочет быть счастливым?

2. Высказывание:

простое:
Идет дождь.

сложное:
Сегодня (a) или завтра (b) или через три дня (c) он позвонит.

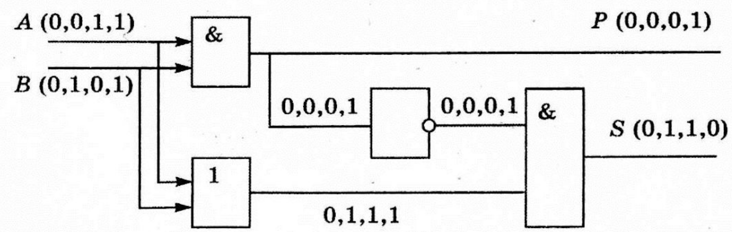
$F(a, b, c) = a \vee b \vee c$

3. $(A \to B) = (\overline{A} \vee B)$

A	B	$A \to B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

4. Полусумматор двоичных чисел:



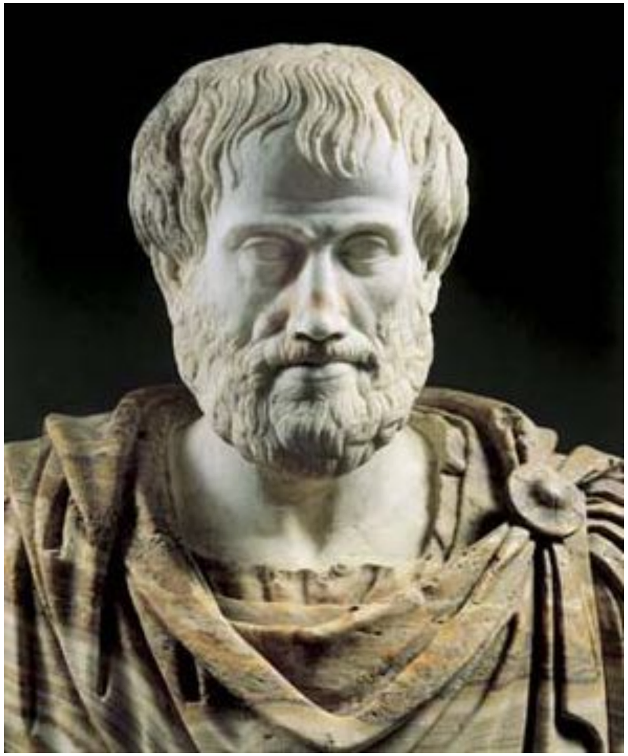
1. Понятие об алгебре логики

Основные формы мышления: понятие, суждение (высказывание), умозаключение.

1. **Понятие** выделяет существенные признаки объекта, которые отличают его от других объектов.
2. **Высказывание** – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать истинно оно или ложно.
3. **Умозаключения** позволяют на основе известных фактов, выраженных в форме суждений, получить заключение, т.е. вывести новое знание.

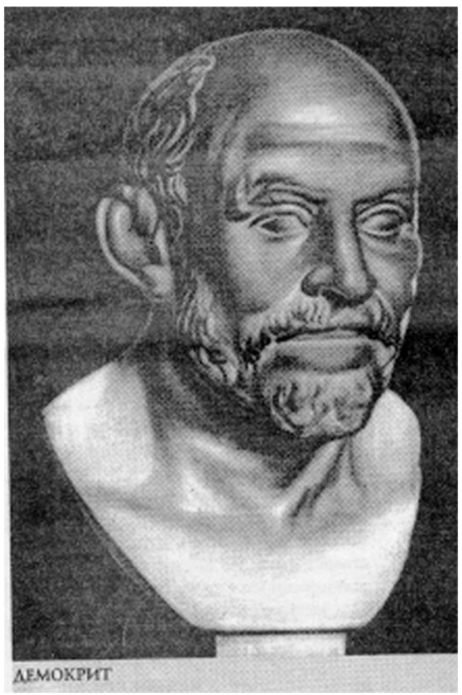
2. Этапы развития логики

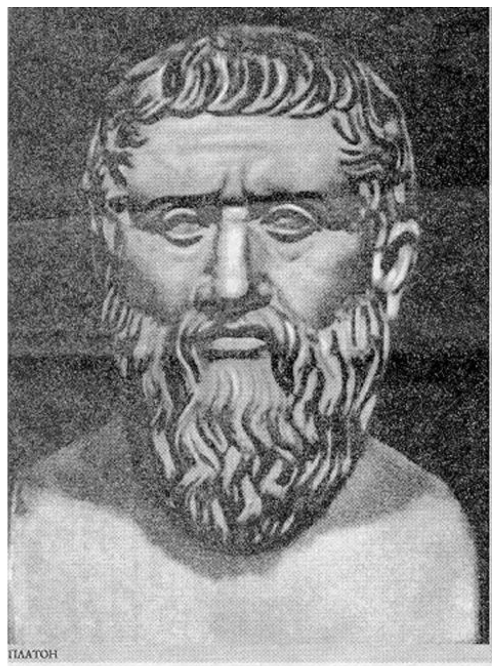
Основоположник логики как науки - древнегреческий философ и ученый Аристотель (384-322 гг. до н. э.) . Он разработал теорию дедукции, то есть теорию логического вывода.



Первый этап – **формальная логика** (работы древнегреческих ученых: Аристотель, Платон, Демокрит).

1. Изучение законов мышления,
2. Высказывания на естественном языке.





Демокрит

Платон

Евклид

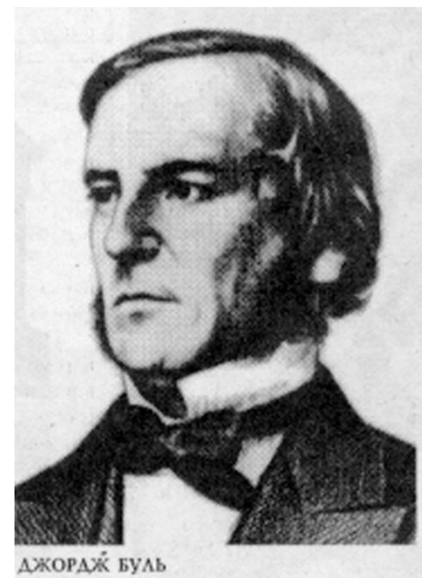
Второй этап – **математическая** или **символьная логика**. Основоположник - немецкий ученый Готфрид Лейбниц.

1. Введение логической символики.
2. Применение математических методов.

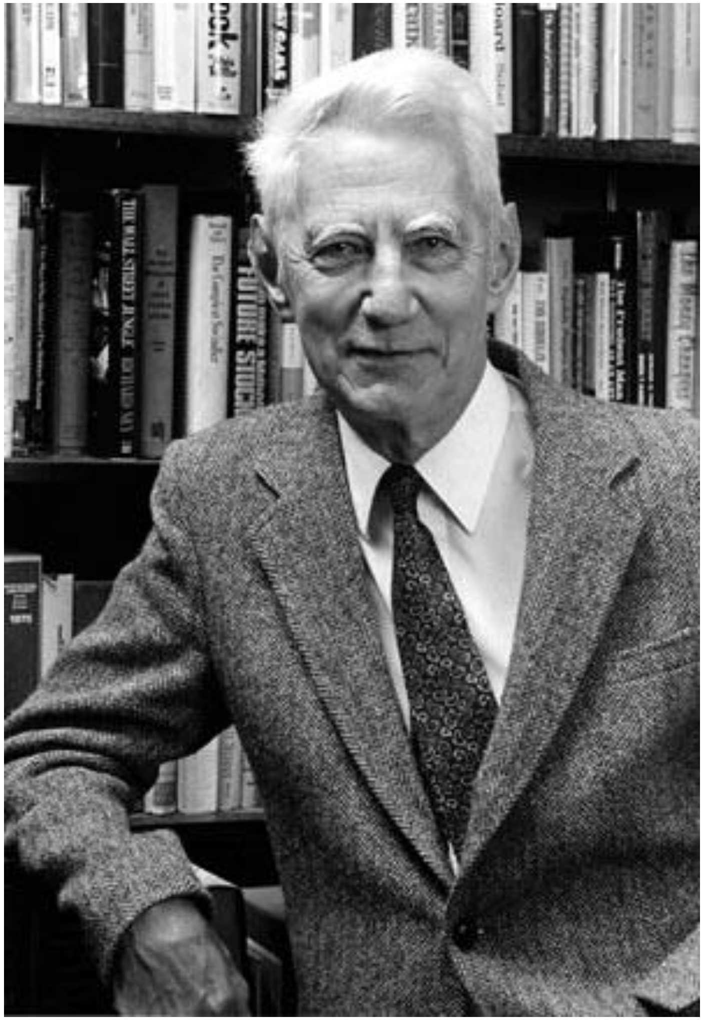
Джордж Буль – английский математик, создатель алгебры логики.

Рене Декарт

Готфрид А. Лейбниц



Джордж Буль



Клод Элвуд Шеннон

Американский математик и инженер.
Применил булеву алгебру к теории электрических цепей
«Отец» современной теории информации и связи.

3. Логические операции

Операция, выражаемая словом «не», называется отрицанием и обозначается чертой над высказыванием (или знаком ¬).

Высказывание ¬А истинно, когда А ложно, и ложно, когда А истинно.

Операция, выражаемая связкой «или» называется дизъюнкцией или логическим сложением и обозначается знаком $\vee$ или +. Высказывание A + B ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.

Операция, выражаемая связкой «и» называется конъюнкцией или логическим умножением и обозначается знаком $\wedge$ или $\cdot$ Высказывание A B истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны.

Операция, выражаемая связками «если…, то», «из…следует», «влечет…», называется импликацией и обозначается знаком →. Высказывание A→B ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «…равносильно…», называется эквиваленцией или двойной импликацией и обозначается знаком ~ или ↔.

Высказывание $A \leftrightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают. Например, истинны высказывания: «24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3», «23 делится на 6 тогда и только тогда, когда 23 делится на 3».

Очень важными для вычислительной техники являются операции исключающее ИЛИ (неравнозначность, сложение по модулю два) и штрих Шеффера.

Сложение по модулю два обозначается символом $\oplus$,

штрих Шеффера символом \.

Основные логические операции отрицание, конъюнкция, дизъюнкция.

Таблица выражения операций через основные

Название	Запись	Выражение через основные операции
Импликация	A→B	□A∨B
Эквиваленция	A↔B	AB ∨ □A□B
Исключающее ИЛИ	A⊕B	□AB ∨ A□B
Штрих Шеффера	A\B	□A∨□B

4. Логические формулы

Определение логической формулы.

1. Всякая логическая переменная и символы истина и ложь – формулы.

2. Если A и B – формулы, то □A, A^B, A∨B, A→B, A↔B – формулы.

3. Никаких других формул в алгебре логики нет

В пункте 1 определены элементарные формулы, в пункте 2 даны правила образования из любых данных формул новых формул.

Формула, которая при одних сочетаниях входящих в нее переменных является истинной, а при других – ложной, называется **выполнимой**.

Формула, которая имеет значение истина при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется т**ождественно-истинной** формулой или **тавтологией**.
Например, формула $A \vee \neg A$.

Формула, которая ложна при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется т**ождественно-ложной** или **противоречивой**.
Например, формула A^□A всегда ложна

Формулы A и B имеющие одни и те же значения истинности при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, называются **равносильными**.

Равносильность двух формул алгебры логики обозначается символом = или символом ≡.

5. Таблицы истинности

A	B	AB	A+B	¬*A*	A ↔ B	A → B
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

6. Аксиомы и законы алгебры логики

Система аксиом алгебры логики

x=0, если $x \neq 1$. x=1, если $x \neq 0$.

$1 \vee 1 = 1$ $1 \wedge 1 = 1$

$0 \vee 0 = 0$ $0 \wedge 0 = 0$

$0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$ $0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$

□0 = 1 □1 = 0

Тождества алгебры логики

$\square x \vee x = 1$	$\square x \wedge x = 0$
$0 \vee x = x$	$1 \wedge x = x$
$1 \vee x = 1$	$0 \wedge x = 0$
$x \vee x = x$	$x \wedge x = x$

1. *Закон исключения третьего*.

Был известен уже в древности.

Содержательная трактовка: «Во время своих странствований Платон ***был*** в Египте **ИЛИ** ***не был*** Платон в Египте».

В такой трактовке это и любое другое выражение будут правильны (тогда говорили: *истинно*). Ничего другого быть не может: Платон либо был, либо не был в Египте – третьего не дано.

2. Закон непротиворечивости.

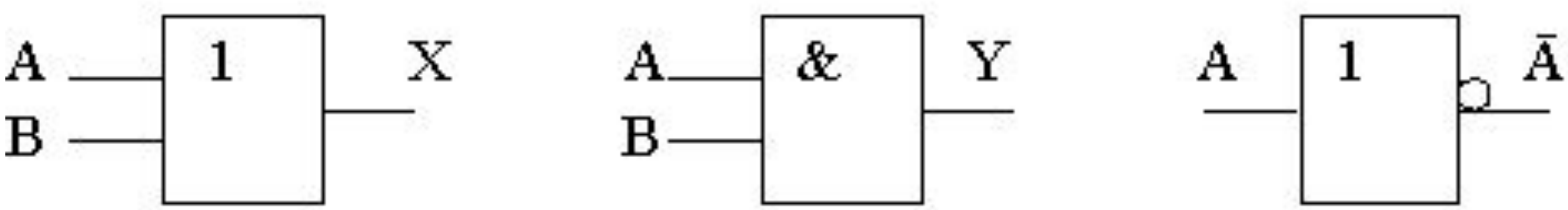
Если сказать: «Во время своих странствий Платон **был** в Египте И **не был** Платон в Египте, то очевидно, что любое высказывание, имеющее такую форму, всегда будет ложно.

3. Закон отрицания:

«Если **НЕ** верно, что Платон **Не БЫЛ** в Египте, то значит, Платон **БЫЛ** в Египте».

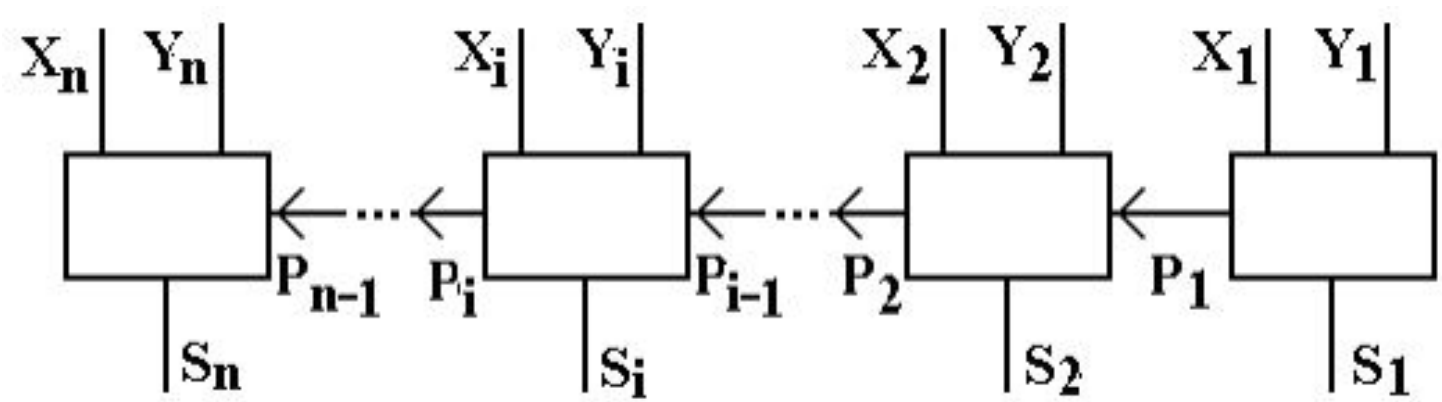
7. Основные логические устройства ЭВМ

На принципиальных электрических схемах логические элементы изображаются прямоугольниками с обозначением входов и выходов.



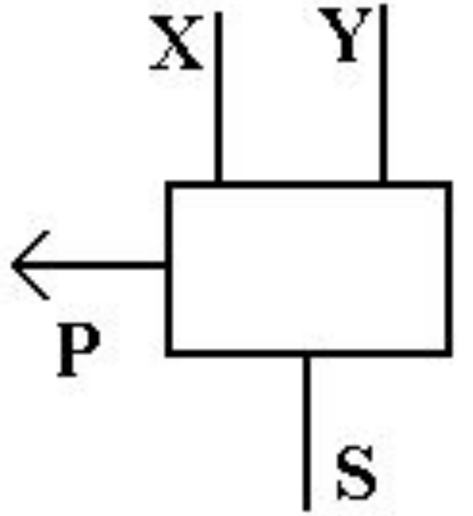
ИЛИ И НЕ

Сумматор

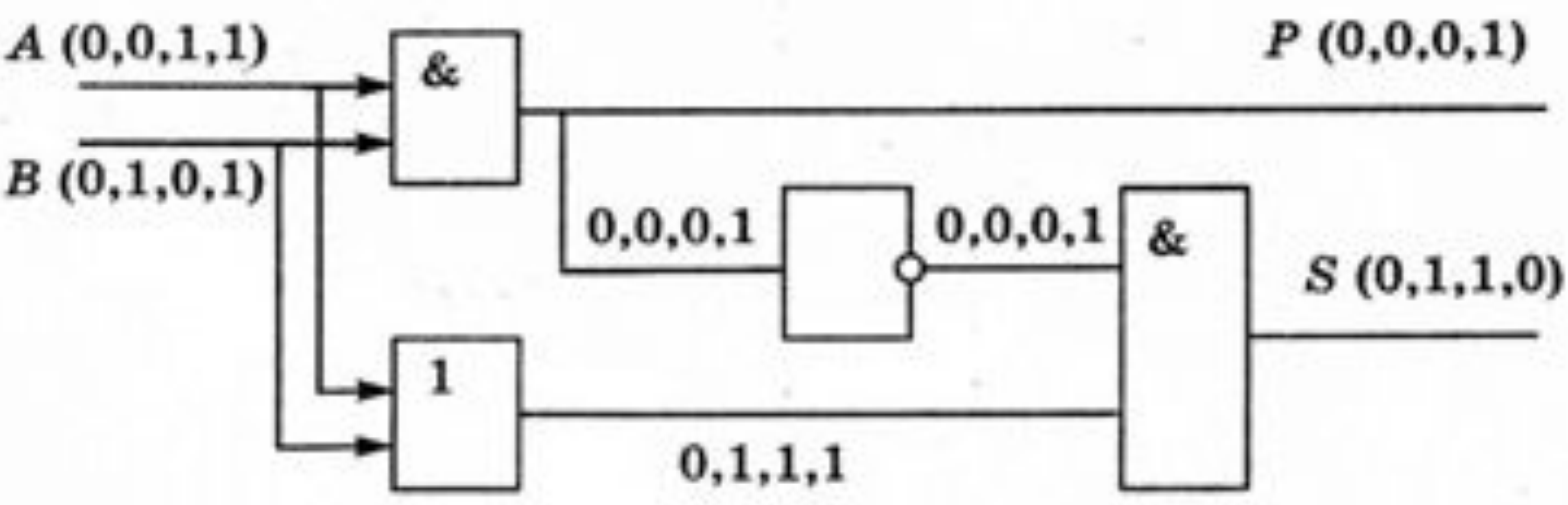


Одноразрядный сумматор

X	Y	Перенос P	Сумма S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



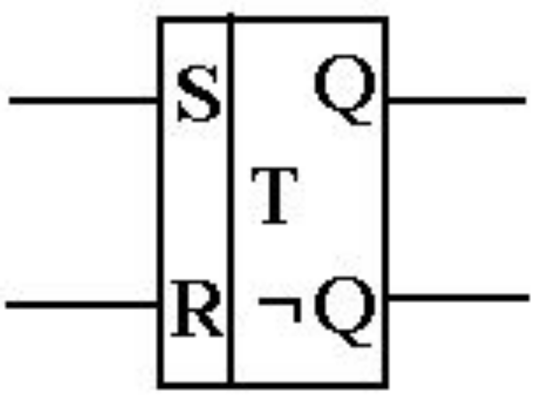
Полусумматор двоичных чисел



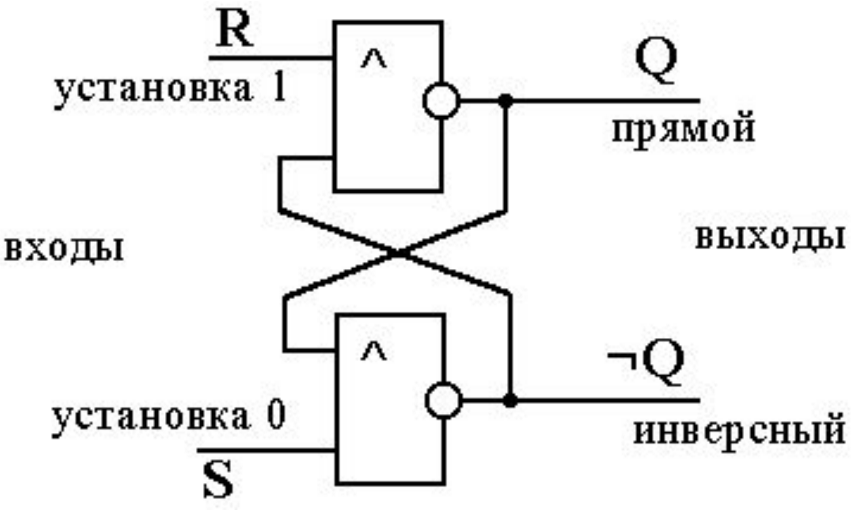
$$
\begin{array}{cr}
 & 0\ 0\ 1\ 1 \\
+ & 0\ 1\ 0\ 1 \\
\hline
\color{red}{1} & 0\ 1\ 1\ 0
\end{array}
$$

Перенос в
старший разряд

RS- триггер



Условное обозначение



Схема

Иллюстрация принципа работы триггера

Режим работы	**Входы**		**Выходы**		
	S	**R**	**Q**	**$\overline{Q}$**	**Влияние на выход Q**
Запрещённое состояние	0	0	1	1	Запрещено – не используется
Установка 1	0	1	1	0	Для установки Q в 1
Установка 0	1	0	0	1	Для установки Q в 0
Хранение	1	1	Q	$\overline{Q}$	Зависит от предыдущего состояния