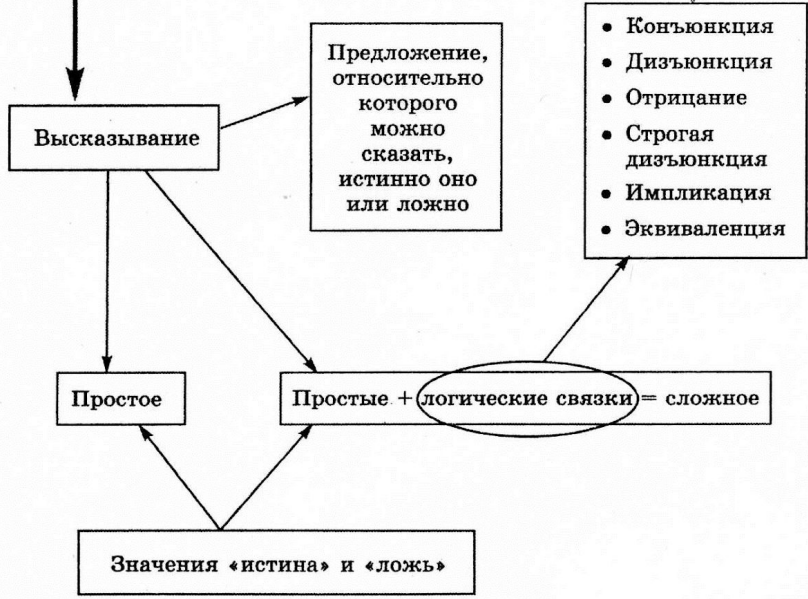
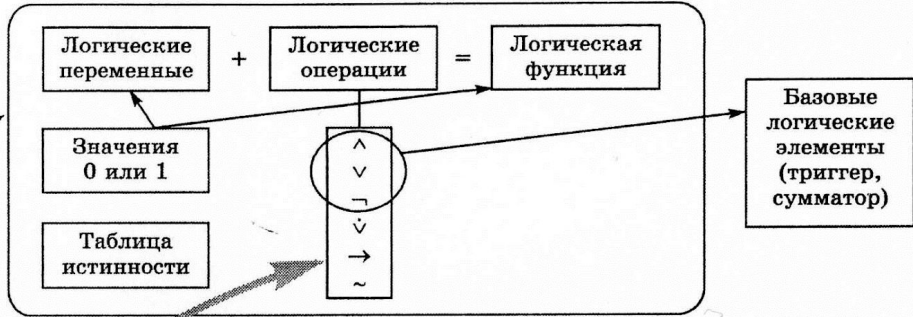


Логические основы компьютера

1. Основные определения.
2. Этапы развития логики.
3. Логические операции.
4. Логические формулы.
5. Таблицы истинности.
6. Законы алгебры логики.
7. Основные логические устройства ЭВМ.



Примеры:

1. Высказывание: Луна — спутник Земли. Не высказывание: Кто не хочет быть счастливым?

2. Высказывание: простое: Идет дождь. сложное: Сегодня (a) или завтра (b) или через три дня (c) он позвонит.
 $F(a, b, c) = a \vee b \vee c$

3. $(A \rightarrow B) = (\bar{A} \vee B)$

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	\bar{A}	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

4. Полусумматор двоичных чисел:

A (0,0,1,1) and B (0,1,0,1) are inputs. The circuit uses an AND gate (&) to produce P (0,0,0,1) and an XOR gate (v with a dot) to produce S (0,1,1,0). A constant '1' is also shown as an input to the XOR gate.

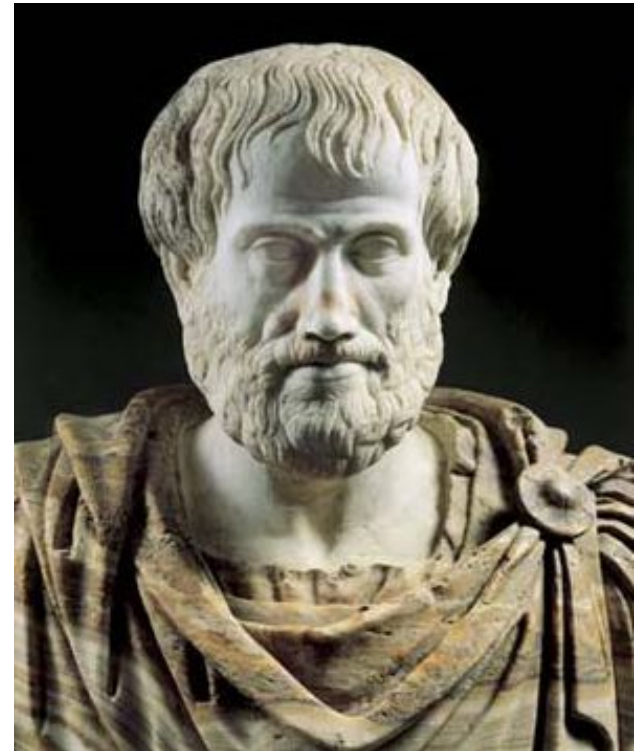
1. Понятие об алгебре логики

Основные формы мышления: понятие, суждение (высказывание), умозаключение.

- 1. Понятие** выделяет существенные признаки объекта, которые отличают его от других объектов.
- 2. Высказывание** – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать истинно оно или ложно.
- 3. Умозаключения** позволяют на основе известных фактов, выраженных в форме суждений, получить заключение, т.е. вывести новое знание.

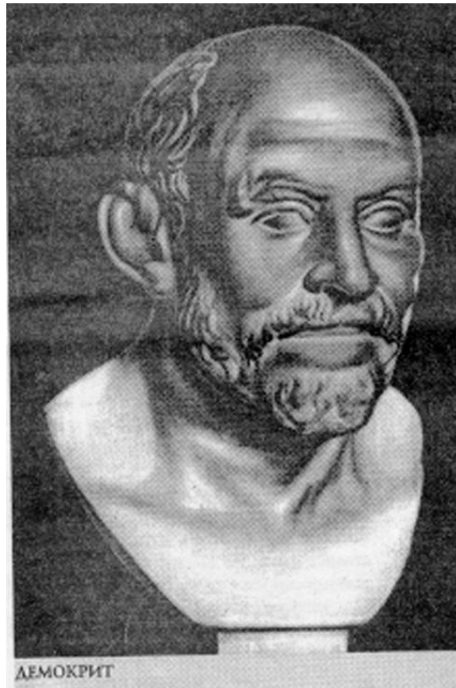
2. Этапы развития логики

Основоположник логики как науки - древнегреческий философ и ученый Аристотель (384-322 гг. до н. э.) . Он разработал теорию дедукции, то есть теорию логического вывода.

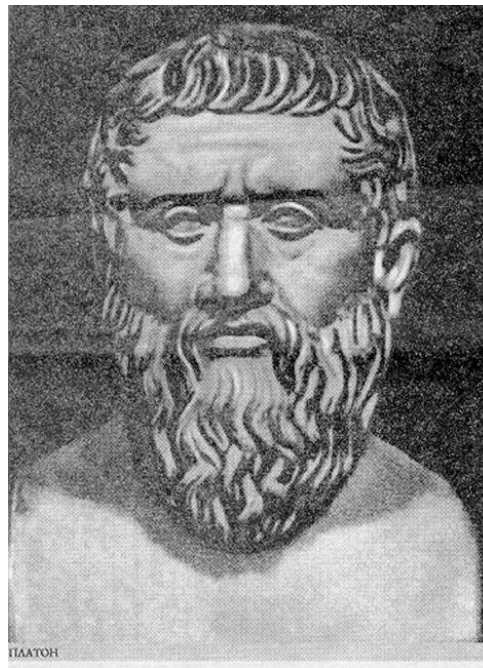


Первый этап – **формальная логика** (работы древнегреческих ученых: Аристотель, Платон, Демокрит).

1. Изучение законов мышления,
2. Высказывания на естественном языке.



Демокрит



Платон



Евклид

Второй этап – **математическая** или **символьная логика**.

Основоположник - немецкий ученый Готфрид Лейбниц.

1. Введение логической символики.

2. Применение математических методов.

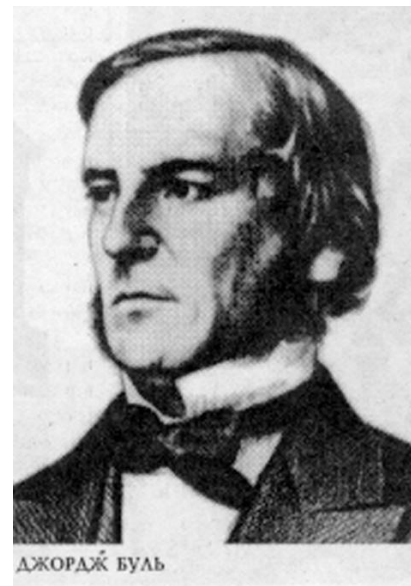
Джордж Буль – английский математик, создатель алгебры логики.



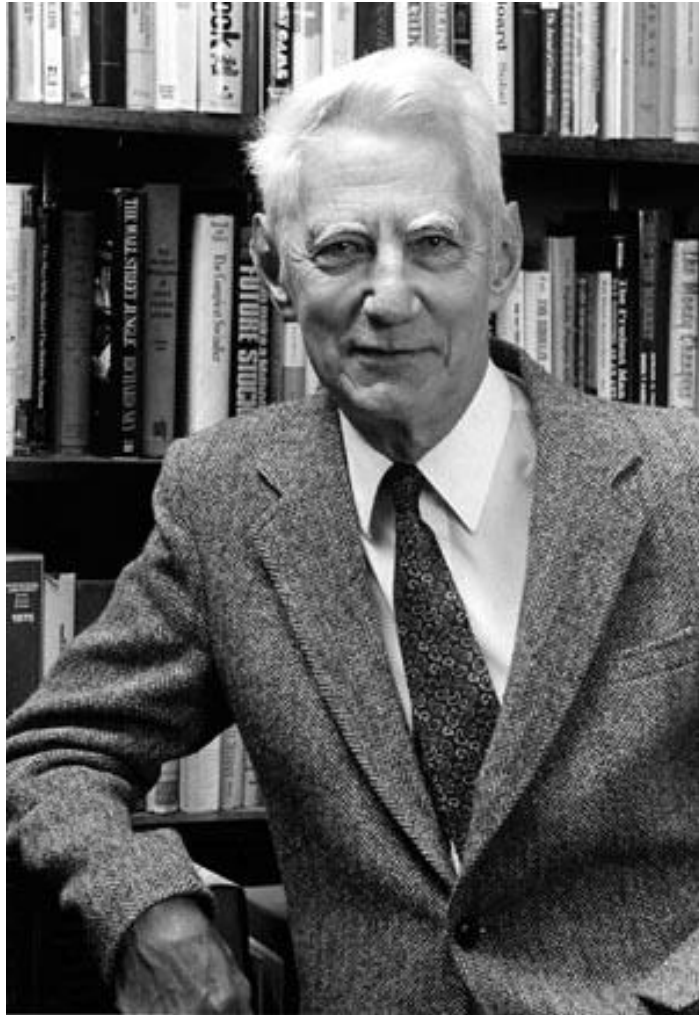
Рене Декарт



Готфрид А. Лейбниц



Джордж Буль



Американский математик и инженер.
Применил булеву алгебру к теории электрических цепей
«Отец» современной теории информации и связи.

Клод Элвуд Шеннон

3. Логические операции

Операция, выражаемая словом «не», называется отрицанием и обозначается чертой над высказыванием (или знаком \neg).

Высказывание $\neg A$ истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.

**Операция, выражаемая связкой «или» называется дизъюнкцией или логическим сложением и обозначается знаком \vee или $+$.
Высказывание $A + B$ ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.**

**Операция, выражаемая связкой «и» называется конъюнкцией или логическим умножением и обозначается знаком \wedge или \cdot .
Высказывание $A B$ истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B истинны.**

Операция, выражаемая связками «если..., то», «из...следует», «влечет...», называется импликацией и обозначается знаком \rightarrow . Высказывание $A \rightarrow B$ ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно.

Операция, выражаемая связками «тогда и только тогда», «необходимо и достаточно», «...равносильно...», называется эквиваленцией или двойной импликацией и обозначается знаком \sim или \leftrightarrow .

Высказывание $A \leftrightarrow B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают. Например, истинны высказывания: «24 делится на 6 тогда и только тогда, когда 24 делится на 3», «23 делится на 6 тогда и только тогда, когда 23 делится на 3».

Очень важными для вычислительной техники являются операции исключающее ИЛИ (неравнозначность, сложение по модулю два) и штрих Шеффера.

Сложение по модулю два обозначается символом \oplus ,

штрих Шеффера символом \setminus .

Основные логические операции отрицание, конъюнкция, дизъюнкция.

Таблица выражения операций через основные

Название	Запись	Выражение через основные операции
Импликация	$A \rightarrow B$	$\neg A \vee B$
Эквиваленция	$A \leftrightarrow B$	$AB \vee \neg A \neg B$
Исключающее ИЛИ	$A \oplus B$	$\neg AB \vee A \neg B$
Штрих Шеффера	$A \setminus B$	$\neg A \vee \neg B$

4. Логические формулы

Определение логической формулы.

1. Всякая логическая переменная и символы истина и ложь – формулы.

2. Если A и B – формулы, то $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ – формулы.

3. Никаких других формул в алгебре логики нет

В пункте 1 определены элементарные формулы, в пункте 2 даны правила образования из любых данных формул новых формул.

Формула, которая при одних сочетаниях входящих в нее переменных является истинной, а при других – ложной, называется **выполнимой**.

Формула, которая имеет значение истина при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется **тождественно-истинной** формулой или **тавтологией**.

Например, формула $A \vee \neg A$.

Формула, которая ложна при любых значениях истинности входящих в нее переменных, называется **тождественно-ложной** или **противоречивой**.

Например, формула $A \wedge \neg A$ всегда ложна

Формулы A и B имеющие одни и те же значения истинности при одинаковых наборах значений входящих в них переменных, называются **равносильными**.

Равносильность двух формул алгебры логики обозначается символом $=$ или символом \equiv .

5. Таблицы истинности

A	B	AB	$A+B$	$\neg A$	$A \leftrightarrow B$	$A \rightarrow B$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1	1

6. Аксиомы и законы алгебры логики

Система аксиом алгебры логики

$x=0$, если $x \neq 1$.

$x=1$, если $x \neq 0$.

$$1 \vee 1 = 1$$

$$1 \wedge 1 = 1$$

$$0 \vee 0 = 0$$

$$0 \wedge 0 = 0$$

$$0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$$

$$0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$$

$$\square 0 = 1$$

$$\square 1 = 0$$

Тождества алгебры логики

$$\square x \vee x = 1$$

$$0 \vee x = x$$

$$1 \vee x = 1$$

$$x \vee x = x$$

$$\square x \wedge x = 0$$

$$1 \wedge x = x$$

$$0 \wedge x = 0$$

$$x \wedge x = x$$

1. Закон исключения третьего.

Был известен уже в древности.

Содержательная трактовка: «Во время своих странствований Платон *был* в Египте **ИЛИ** *не был* Платон в Египте».

В такой трактовке это и любое другое выражение будут правильны (тогда говорили: *истинно*). Ничего другого быть не может: Платон либо был, либо не был в Египте – третьего не дано.

2. Закон непротиворечивости.

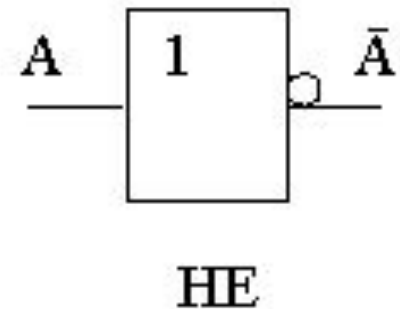
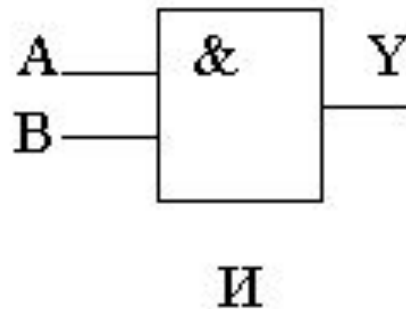
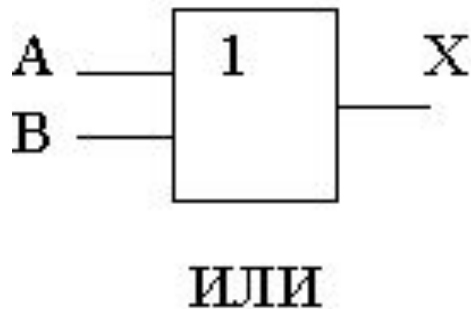
Если сказать: «Во время своих странствий Платон **был** в Египте **И не был** Платон в Египте, то очевидно, что любое высказывание, имеющее такую форму, всегда будет ложно.

3. Закон отрицания:

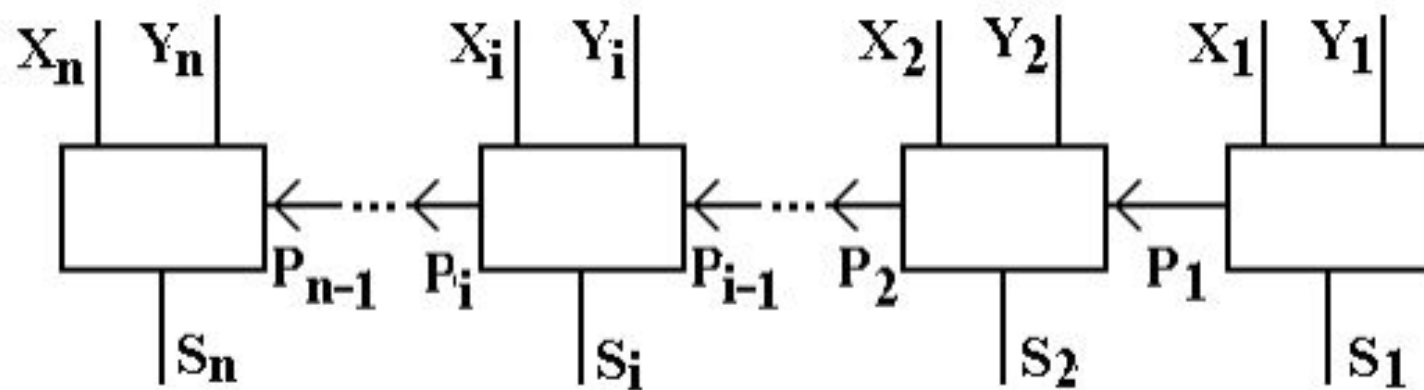
«Если **НЕ** верно, что Платон **Не БЫЛ** в Египте, то значит, Платон **БЫЛ** в Египте».

7. Основные логические устройства ЭВМ

На принципиальных электрических схемах логические элементы изображаются прямоугольниками с обозначением входов и выходов.

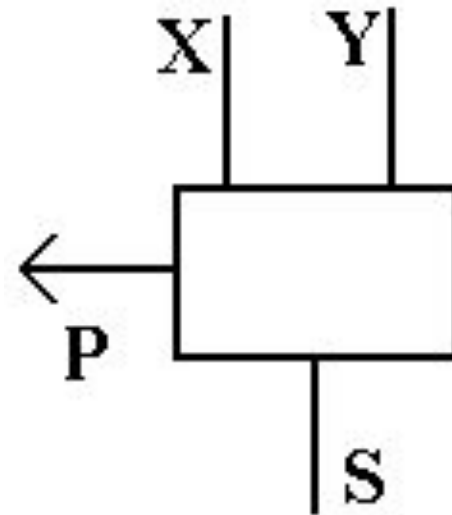


Сумматор

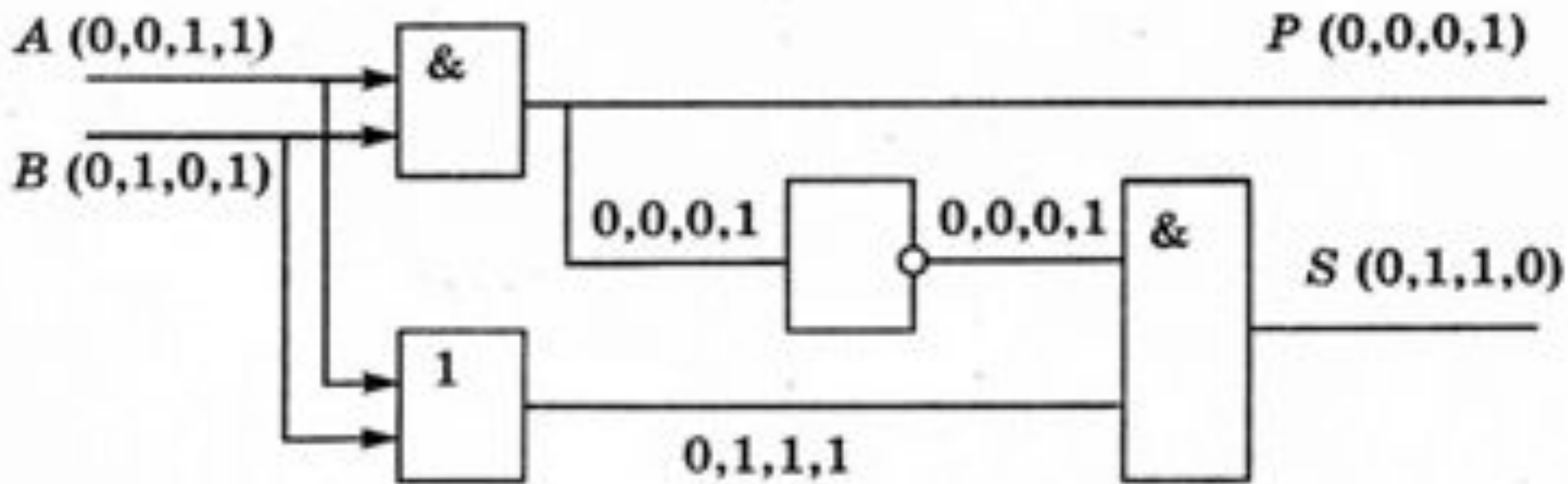


Одноразрядный сумматор

X	Y	Перенос P	Сумма S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



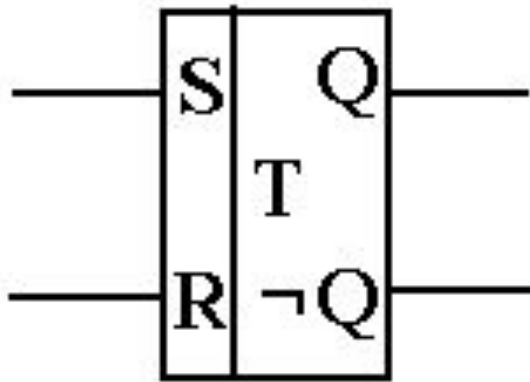
Полусумматор двоичных чисел



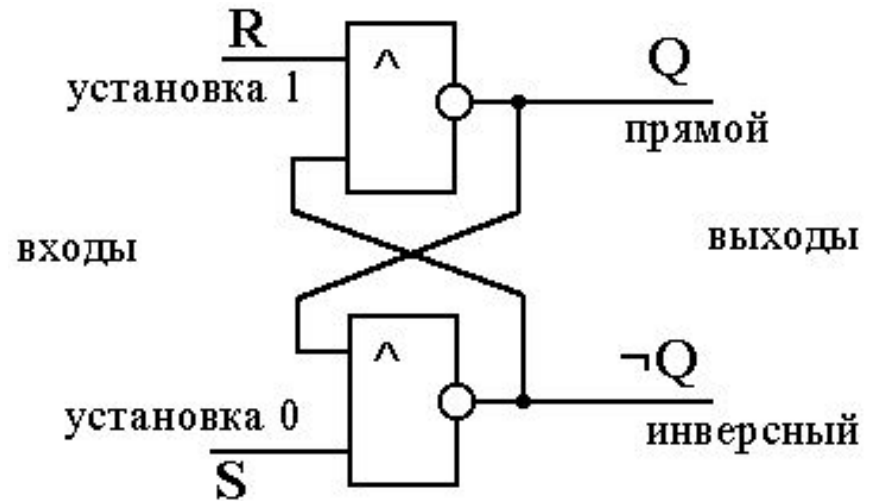
$$\begin{array}{r} 0011 \\ + 0101 \\ \hline \mathbf{1}0110 \end{array}$$

Перенос в
старший разряд

RS- триггер



Условное обозначение



Схема

Иллюстрация принципа работы триггера

Режим работы	Входы		Выходы		
	S	R	Q	\bar{Q}	Влияние на выход Q
Запрещённое состояние	0	0	1	1	Запрещено – не используется
Установка 1	0	1	1	0	Для установки Q в 1
Установка 0	1	0	0	1	Для установки Q в 0
Хранение	1	1	Q	\bar{Q}	Зависит от предыдущего состояния