

Системы счисления. Способы представления чисел.

Система счисления

- ▶ **Система счисления** – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами. Системы счисления делятся на непозиционные и позиционные.

Типы систем счисления

- ▶ **Непозиционная система счисления** – это система, в которой значение символа не зависит от его положения в числе. Примером непозиционной системы счисления может служить римская система счисления, в которой цифры обозначаются различными знаками: I – 1, III – 3, VI – 6, L – 50 ...

Типы систем счисления

- ▶ **Позиционная система счисления** – это система, в которой значение символа зависит от его места (позиции) в ряду цифр, изображающих число.

Алфавит системы счисления

- ▶ **Алфавит системы счисления** – это совокупность цифр и букв, с помощью которых записываются числа

Основание системы счисления

- ▶ **Система счисления** – это количество цифр в алфавите

Виды систем счисления

- ▶ Двоичная система
- ▶ Восьмеричная система
- ▶ Десятичная система
- ▶ Шестнадцатеричная система

Двоичная система счисления

- ▶ **Двоичная система счисления** – основание $S=2$. Для записи числа используются две цифры: 0 и 1. При этом каждый старший разряд больше соседнего младшего в два раза. Любое число в двоичной системе счисления представляется в виде суммы целых степеней основания $S=2$, умноженных на соответствующие коэффициенты (0 или 1).

Восьмеричная система счисления

- ▶ **Восьмеричная система счисления** – основание $S=8$.
Используются цифры: 0, 1, 2, ..., 7. Любое число представляется суммой целых степеней основания $S=8$, умноженных на соответствующие коэффициенты $a_i=0, \dots, 7$.

Десятичная система счисления

- ▶ **Десятичная система счисления** – основание $S=10$.
Набор цифр этой системы 0, 1, 2, ..., 9. Любое целое число в десятичной системе счисления записывается как сумма величин: 100, 101, 102, ..., каждая из которых может быть взята от 1 до 9 раз.

Шестнадцатеричная система счисления

- ▶ **Шестнадцатеричная система счисления –**
основание $S=16$.

Алфавит цифровых знаков состоит из 16-ти символов: первые десять – арабские цифры от 0 до 9 и дополнительные – A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15).

Таблица систем счисления

Двоичная система	Восьмеричная система	Десятичная система	Шестнадцатеричная система
0	0	0	0
1	1	1	1
10	2	2	2
11	3	3	3
100	4	4	4
101	5	5	5
110	6	6	6
111	7	7	7
1000		8	8
1001		9	9
1010		10	A
1011		11	B
1100		12	C
1101		13	D
1110		14	E
1111		15	F

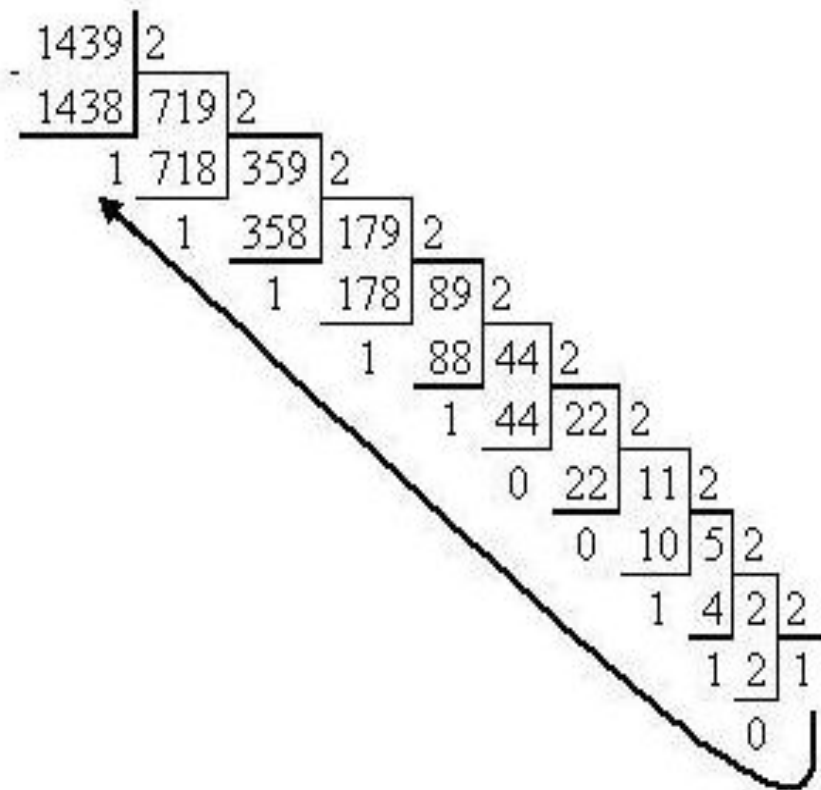
Переводы из десятичной системы счисления

- ▶ Сначала производится последовательное деление столбиком исходного числа и получаемых (от предыдущих делений) частных (больших или равных основанию) на основание новой системы счисления и записываются остатки от делений. Деление продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше основания. Затем выписываются цифры в новой системе счисления вместо (полученных в десятичной системе счисления) последнего частного и остатков от делений в обратном (получению) порядке.

Полученное число является записью исходного числа в новой системе счисления.

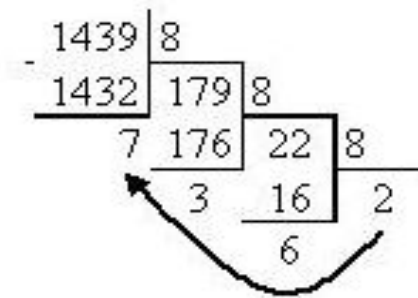
Переводы из десятичной системы счисления

Перевод 10→2



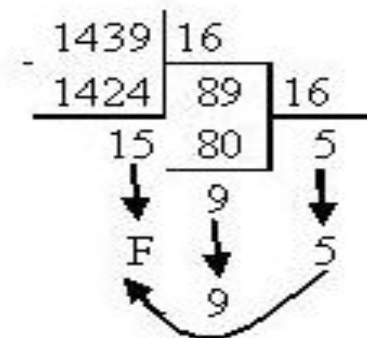
$$1439_{10} = 10110011111_2$$

Перевод 10→8



$$1439_{10} = 2637_8$$

Перевод 10→16



$$1439_{10} = 59F_{16}$$

Переводы в десятичную систему

- ▶ Считается сумма произведений цифр исходной системы счисления (предварительно переведённых в десятичную систему счисления) на веса разрядов (основание системы счисления в степени номер разряда, начиная с нулевого) в исходной системе.

Полученное число является записью исходного числа в десятичной системе счисления.

Переводы в десятичную систему счисления

Перевод 2→10

$$\begin{aligned} 10110011111_2 &= 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + \\ &+ 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 1024 + 0 \cdot 512 + 1 \cdot 256 + 1 \cdot 128 + 0 \cdot 64 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = \\ &= 1024 + 0 + 256 + 128 + 0 + 0 + 8 + 4 + 2 + 1 = 1439_{10} \Rightarrow 10110011111_2 = 1439_{10} \end{aligned}$$

Перевод 8→10

$$\begin{aligned} 2637_8 &= 2 \cdot 8^3 + 6 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 2 \cdot 512 + 6 \cdot 64 + 3 \cdot 8 + 7 \cdot 1 = \\ &= 1024 + 384 + 24 + 7 = 1439_{10} \Rightarrow 2637_8 = 1439_{10} \end{aligned}$$

Перевод 16→10

$$\begin{aligned} 59F_{16} &= 5 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 5 \cdot 256 + 9 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = \\ &= 1280 + 144 + 15 = 1439_{10} \Rightarrow 59F_{16} = 1439_{10} \end{aligned}$$

Перевод из двоичной системы в восьмеричную

- ▶ Исходное число двоичной системы счисления разбивается на триады (тройки цифр двоичной системы счисления), начиная с цифры единиц (самой правой). Последняя (самая левая) триада может быть неполной, тогда в неё слева добавляется цифра 0 (одна или две). Затем триады заменяются на соответствующие (по таблице триад) цифры восьмеричной системы счисления.

Пример: $10110011111^2 = 010\ 110\ 011\ 111^2 = 2637$ и в обратном направлении

Перевод из двоичной системы в шестнадцатеричную

- ▶ Исходное число двоичной системы счисления разбивается на тетрады (четвёрки цифр двоичной системы счисления), начиная с цифры единиц (самой правой). Последняя (самая левая) тетрада может быть неполной, тогда в неё слева добавляется цифра 0 (одна, две или три). Затем тетрады заменяются на соответствующие (по таблице тетрад) цифры шестнадцатеричной системы счисления.

Пример: $10110011111^2 = 0101\ 1001\ 1111^2 = 59F$ и в обратном направлении

Домашняя работа

1. Перевести 2756 в 2 СС
2. 1010011010 в 10 СС
3. 11100000000 в 16 СС
4. A24 в 10 СС
5. 1011011111 в 8 СС