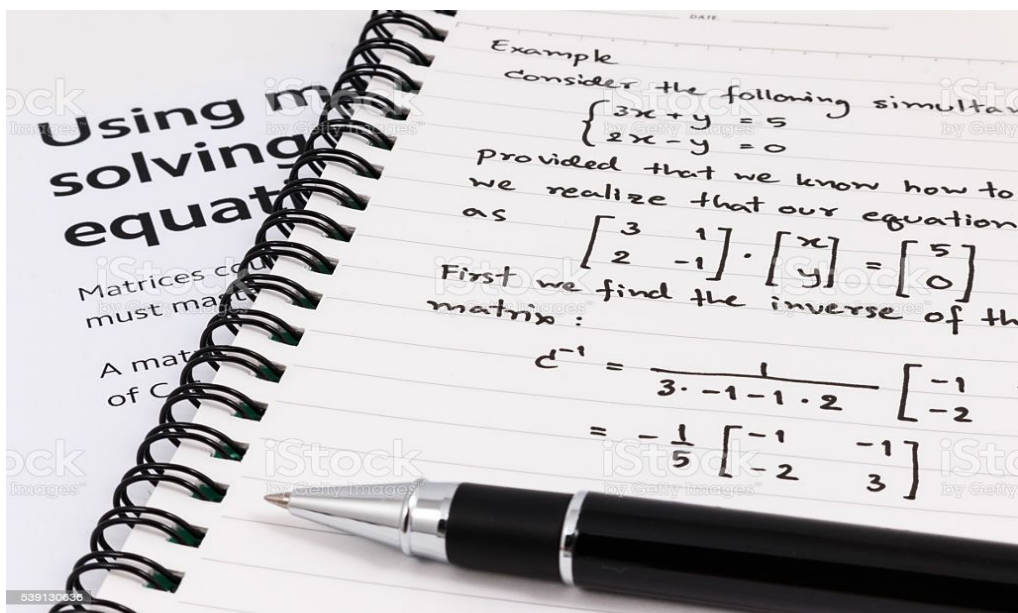


# СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

## СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ



Преподаватель:  
Махмудов  
Кароматулло Азизович

Новосибирск – 2021

# СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

**Определение:** *Решением системы уравнений с двумя переменными* называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

**Решить систему уравнений** – значит найти все её решения или доказать, что решений нет.



## СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ:

- ❖ *метод подстановки*
- ❖ *метод сложения*
- ❖ *графический метод*
- ❖ *метод введения новой переменной*



# МЕТОД ПОДСТАНОВКИ

1. **Выразить из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую.**
2. **Подставить в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение.**
3. **Решить получившееся уравнение с одной переменной.**
4. **Найти соответствующее значение второй переменной.**



## ПРИМЕР:

$$\begin{cases} 3x + y = 7 & (1) \\ 2y - 5x = 3 \end{cases}$$

Решим систему уравнений:

1. Выразим из первого уравнения  $y$  через  $x$ :  $y = 7 - 3x$ .

2. Подставив во второе уравнение вместо  $y$  выражение

$7 - 3x$ , получим систему: 
$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2(7 - 3x) - 5x = 3 \end{cases} \quad (2)$$

3. В системе (2) второе уравнение содержит только одну

переменную. Решим это уравнение:  $14 - 6x - 5x = 3,$

$$-11x = -11,$$

$$x = 1.$$

4. Подставим в равенство  $y = 7 - 3x$  вместо  $x$  число  $1$ ,

найдем соответствующее значение  $y$ :  $y = 7 - 3 \cdot 1,$

$$y = 4.$$

Пара  $(1; 4)$  – решение системы (1).



# СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Пример:** Решим систему уравнений 
$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 12 \\ 3^{2x-y} = 3 \end{cases}$$

Из второго уравнения системы находим  $2x-y=1$ , откуда  $y=2x-1$ .

Подставляя вместо  $y$  в первое уравнение выражение  $2x-1$

получим  $2^x + 2^{2x-1} = 12$ , откуда  $2^x + \frac{1}{2} \cdot 2^{2x} = 12$

Обозначим  $2^x = a$ , получим квадратное уравнение  $a^2 + 2a - 24 = 0$ . Находим корни этого уравнения:

$$a_1 = -6; a_2 = 4$$

Уравнение замены  $2^x = -6$  решений не имеет. Корнем уравнения  $2^x = 4$  является число  $x=2$ .

Соответствующее значение  $y=3$ .

Ответ:(2;3).



Системы логарифмических уравнений.

Пример. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \log_2(y-x) = \log_2 2 \\ \log_2 x - 4 = \log_2 3 - \log_2 y \end{cases}$$

Заменяем 4 на  
 $4 = \log_2 16$

Тогда система будет

$$\begin{cases} \log_2(y-x) = \log_2 2 \\ \log_2 x - \log_2 16 = \log_2 3 - \log_2 y \end{cases}$$

Используем формулу  
 $\log_a b - \log_a c = \log_a \left( \frac{b}{c} \right)$

$$\begin{cases} \lg(y-x) = \lg 2 \\ \log_2\left(\frac{x}{16}\right) = \log_2\left(\frac{3}{y}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y-x=2 \\ \frac{x}{16} = \frac{3}{y} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-x=2 \\ xy=48 \end{cases} \quad \left| \quad \begin{cases} y-x=2 \\ y=2+x \end{cases}$$

Поставим на  
второе уравнение

$$xy = 48$$

$$x(2+x) = 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$x_1 = -8$$

$$x_2 = 6$$

Но так как  $x > 0$ ,  
учитывая область определения  
логарифма, то

$$\boxed{x = 6}$$

$$y = 2 + x =$$

$$= 2 + 6 = 8$$

Ответ: (6; 8)



Метод введения новой  
переменной

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4 \\ x + y = 28 \end{cases}$$

Сделаем замену;

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} = a &; \quad \sqrt[3]{y} = b \\ x = a^3 &; \quad y = b^3 \end{aligned}$$

Получим;

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ a^3 + b^3 = 28 \end{cases}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ (a + b)(a^2 - ab + b^2) = 28 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ 4 \cdot (a^2 - ab + b^2) = 28 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a^2 - ab + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{l} a + b = 4 \\ b = 4 - a \end{array} \right.$$

$$b = 4 - a$$

$$a^2 - ab + b^2 = 7$$

$$a^2 - a(4 - a) + (4 - a)^2 = 7$$

$$a^2 - 4a + a^2 + 16 - 8a + a^2 = 7$$

$$3a^2 - 12a + 9 = 0$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

$$a_1 = 1 ; a_2 = 3$$

$$b_1 = 4 - a_1 = 4 - 1 = 3$$

$$b_2 = 4 - a_2 = 4 - 3 = 1$$

А теперь найдем  $x$  и  $y$ :

$$x_1 = a_1^3 = 1^3 = 1 ; y_1 = b_1^3 = 3^3 = 27$$

$$x_2 = a_2^3 = 3^3 = 27 ; y_2 = b_2^3 = 1^3 = 1$$