



Математика и биология:
интеграция наук

Большакова Екатерина
Николаевна

ГБОУ СОШ № 489 Московского района г. Санкт-Петербурга

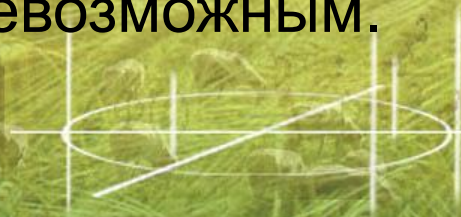
Биология и математика – что может быть общего у этих столь различных областей знания?

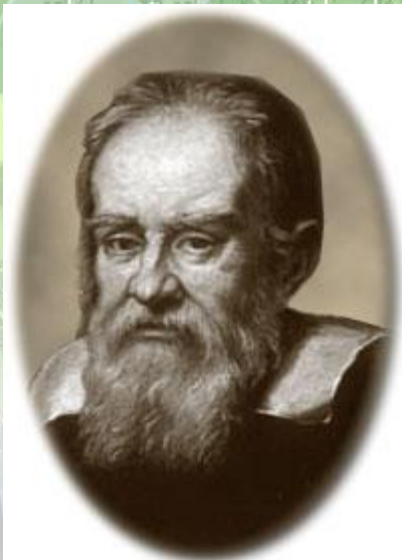
Важная роль математики в таких точных науках, как физика, общепризнана, однако ценность и целесообразность применения математических методов в менее «строгих» науках, например биологии, нередко ставится под сомнение.

В большинстве случаев биологический материал живой природы крайне изменчив и многообразен, подвержен влиянию многочисленных сложных факторов – поэтому точный математический анализ в этой области многие ученые считали невозможным.



$$\sum_{i=1}^n x_i = \dots$$





Galileo Galilei
(1564-1642)



Карл Гаусс

Однако еще древние мыслители считали математику основополагающей дисциплиной. **Галилео Галилей** сказал: «*Математика – это язык, на котором написана книга природы*». Широко известен и афоризм **Карла Гаусса**: «*Математика – царица наук*».

Математика – это чрезвычайно мощный и гибкий инструмент изучения окружающего нас мира. В любой научной дисциплине существует своя методология, основанная на выполнении конкретных экспериментов. Эти сведения фиксируются и обрабатываются в виде чисел. Обработкой числовой информации занимается математика, что свидетельствует о её непосредственной связи с другими науками.



Первый крупный математик средневековой Европы **Леонардо Пизанский**, или **Фибоначчи** (1170 – 1250), прославился своей знаменитой задачей, сформулированной в биологической постановке. Это задача о популяции кроликов, которые начинают размножаться со второго месяца после своего рождения и каждый месяц дают потомство в виде новой пары кроликов. В итоге получается числовая последовательность: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...**, где каждое следующее число является суммой двух предыдущих. Этот ряд получил название **«числа Фибоначчи»**.

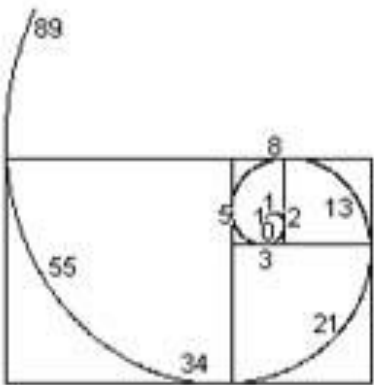


$$\sum_{i=1}^n a_i = S_n$$



Числовой ряд Фибоначчи иллюстративно

выражается в виде *спирали*, увеличение шага которой всегда равномерно. Спиральные формы широко встречаются в природе – в раковине моллюска, во многих цветах и растениях. Есть предположение, что ряд Фибоначчи – это попытка природы адаптироваться к более фундаментальной и совершенной логарифмической последовательности.

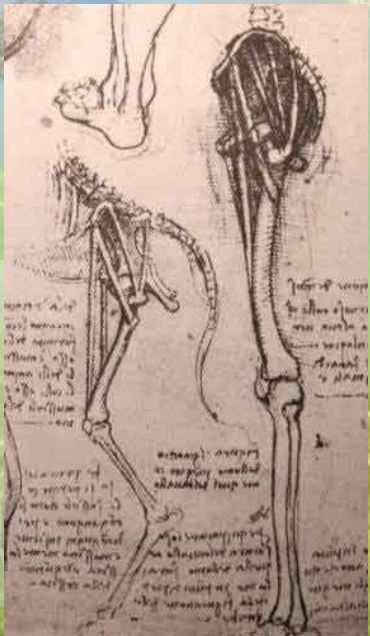




Леонардо да Винчи (1452 – 1519), итальянский художник, ученый и изобретатель, обогатил мировоззрение эпохи Возрождения идеей ценности математики:

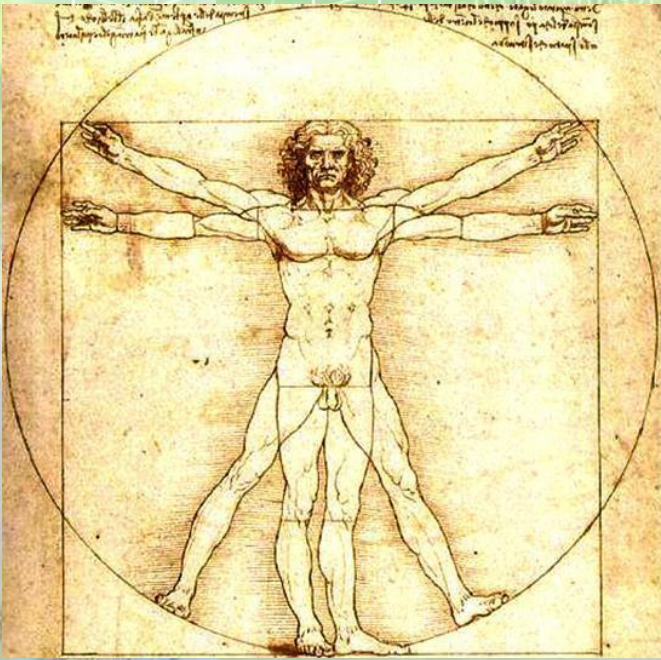
«Никакое человеческое исследование не может быть названо истинной наукой, если оно не прошло через математические доказательства».

Изучая анатомию человеческого тела и функции органов, а также движение человека и животных, Леонардо рассматривал организм как образец «природной механики». В своих записях он подчеркивал необходимость знания геометрии, представления перспективы, метода расчета силы и крепости мышц.



$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = n \cdot \bar{x}^2 + \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$



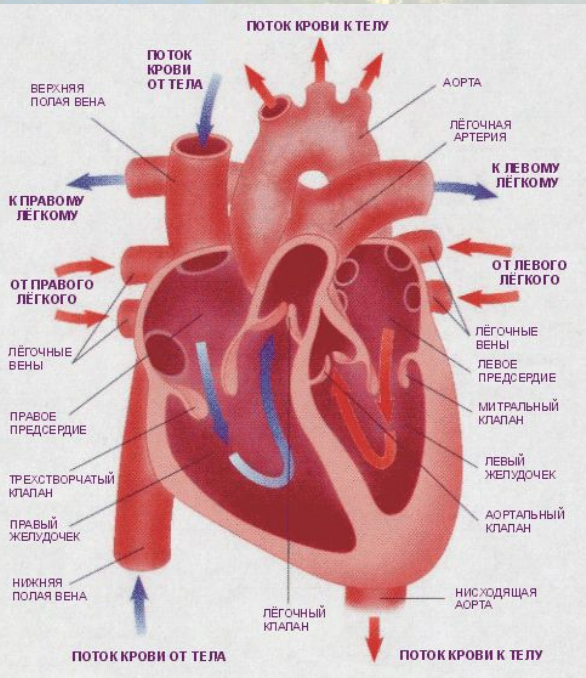


Витрувианский человек – рисунок Леонардо да Винчи, на котором изображена фигура обнаженного мужчины в двух наложенных одна на другую позициях, вписанных в круг и квадрат. Рисунок часто используется как неявный символ золотого сечения и внутренней симметрии человеческого тела.

Золотое сечение (золотая пропорция) – деление величины (например, длины отрезка) на две части таким образом, что отношение большей части к меньшей равно отношению всей величины к её большей части, т.е. $AB : AC = AC : BC$. В округленном процентном соотношении это 62% и 38%. Приблизительная величина золотого сечения равна 1,6180339887 («золотое число» ϕ).



Леонард Эйлер (1707 – 1783), выдающийся швейцарский и российский математик, начал революционные для своего времени исследования по математическому моделированию сердечно-сосудистой системы методами теории сплошных сред. Он изучал физические и физиологические принципы движения крови в сосудах, вызываемого периодическими сокращениями сердца. Эти исследования положили начало биоматематическому подходу к описанию кровообращения с использованием дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений.

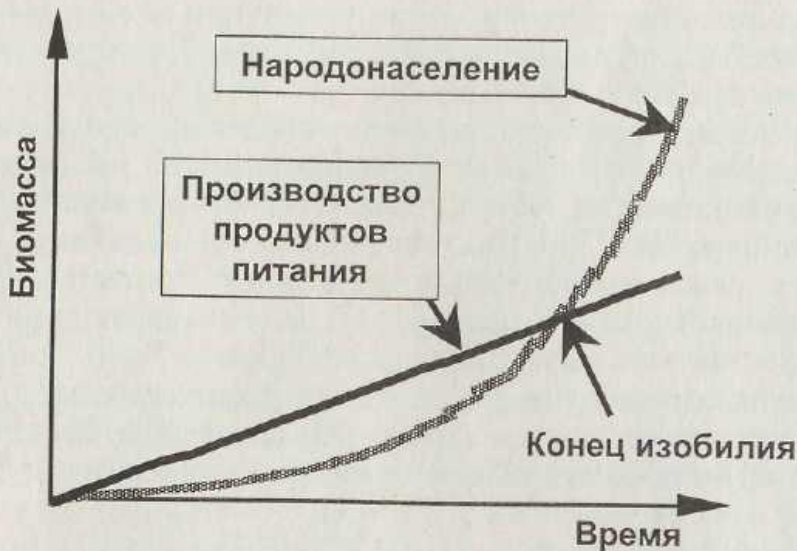


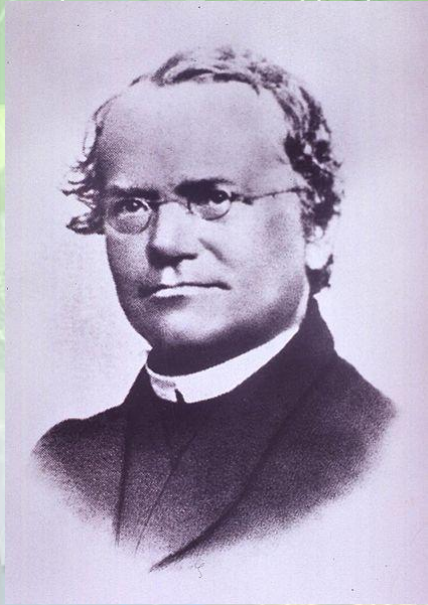


Malthus (Public Domain)

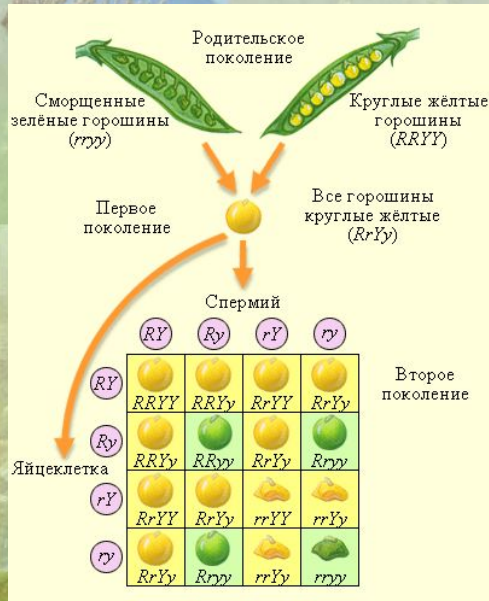
Томас Мальтус (1766 – 1854), английский демограф и экономист, создал теорию неконтролируемого роста человеческой популяции на Земле, согласно которой народонаселение растет в геометрической прогрессии, а средства существования – в арифметической. С современной точки зрения данная теория имеет целый ряд недостатков, однако

идеи Мальтуса оказали мощное позитивное воздействие на развитие *математических моделей популяционной биологии*, а также этнологии и экологии.





Грегор Иоганн Мендель (1822 – 1884), австрийский биолог, был в числе немногих, кто в середине XIX в. применил алгебраические формулы для анализа гибридизации растений. Количественный учёт всех типов полученных гибридов, а также вариационно-статистический подход, характерный для всего склада мышления ученого, позволили ему впервые обосновать и сформулировать закономерности свободного расхождения и комбинирования наследственных факторов. Эти закономерности, получившие название *законов Менделя*, легли в основу учения о наследственности и стали первым шагом на пути к современной генетике.

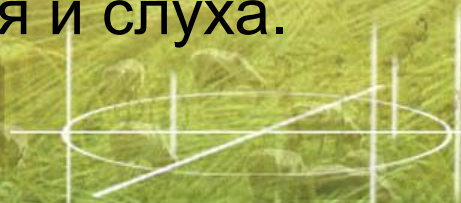




Герман Гельмгольц (1821 – 1894), немецкий биофизик, впервые дал математическое обоснование закона сохранения энергии, показал всеобщность этого закона, его распространение на происходящие в живых организмах процессы. Он изучил процесс мышечного сокращения, обнаружил и измерил теплообразование в мышце, скорость распространения возбуждения в нервах, определил скрытый период рефлексов. Гельмгольц исследовал некоторые уравнения математической физики в связи со своими фундаментальными работами по физиологии зрения и слуха.



$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



$$K_y^{(2)} = \sum_{x=1}^n K_{xy}^{(2)} y = a_1 + \sum_{i=2}^n a_i x_i$$

Дж. Смит

Математические идеи В БИОЛОГИИ



Таким образом, отдельные ученые исследовали биологические проблемы, представляющие интерес с математической точки зрения. В то же время биология постепенно превращалась из науки наблюдательной в науку экспериментальную. До середины XIX века ученый-естествоиспытатель своей основной задачей считал наблюдение за живыми организмами, описание и систематизацию всего их многообразия.

В XX веке биологи всё глубже и интенсивнее вторгались в область эксперимента. В результате было накоплено большое количество фактов той степени точности и абстрактности, которая допускает применение математического аппарата, и это нашло отражение в специальной литературе (Дж.Смит и др.).

Н.Бейли

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В БИОЛОГИИ

OZON.RU

Математика
в биологии
и медицине

Бейли Н

Особого внимания заслуживают научные труды **Нормана Бейли** «*Статистические методы в биологии*» и «*Математика в биологии и медицине*», опубликованные в 1960 – 70-е годы XX века. В этих работах освещалась методология применения различных разделов математики в экспериментальных исследованиях по биологии. В них также проводился математический анализ конкретных биологических и медицинских проблем, в частности медицинской диагностики, моделей генетического сцепления, распространения эпидемий и роста численности популяций.

Высшая математика
и ее приложения

к БИОЛОГИИ

В. Д. Мятлев
Л. А. Панченко
Г. Ю. Ризниченко
А. Т. Терехин

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ

Университетский учебник

Основные закономерности

проникновения математики в биологию:

- развитие теории вероятностей и методов математической статистики (для планирования и обработки результатов экспериментов);
- использование математики как средства моделирования биологических систем (биологические системы часто описываются дифференциальными или интегральными уравнениями).

СИСТЕМЫ и КОММУНИКАЦИИ
НАУЧНАЯ СЕРИЯ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДИНАМИКИ
БИОЛОГИЧЕСКИХ
СИСТЕМ

$$x_1(t) = \frac{K_1}{1 + \frac{K_1 - x_1^0}{x_1^0}} e^{-r_1(t-t_0)}$$



Активное использование в биологии методов математической статистики привело к формированию целого научного направления (*Р. Фишер*) – **биометрии**. Данный раздел биологии изучает наследственность, изменчивость и ряд других биологических явлений, связанных с выражением жизненных процессов в количественном виде. Проникая своим методом «числа и меры» в самые разнообразные области биологических знаний, биометрия осуществляет **завет Галилея**: *измерять всё измеримое и делать измеримым то, что пока еще не поддается измерению.*

В современном мире под биометрией понимается также совокупность автоматических методов *распознавания физиологических характеристик человека* с целью его идентификации (сканирование сетчатки глаза, дактилоскопия, распознавание голоса, цифровая фотография и др.).





Генетика – наука о законах наследственности и изменчивости организмов; наиболее математизированная из всех биологических дисциплин. Основы современной генетики были заложены еще Г. Менделем, а в XX веке решающее значение для её развития имело открытие «вещества наследственности» – дезоксирибонуклеиновой кислоты (*ДНК*) и *генетического кода*.

Статистические (биометрические) методы играют важную роль в расшифровке генетического кода (определенных сочетаний нуклеотидов и последовательности их расположения в молекуле ДНК), а также в составлении *хромосомных карт*. Без этих математически точных методов невозможно достоверно установить характер передачи наследственной информации. Генетика в настоящее время по праву считается одной из самых важных областей не только биологии, но и всей науки, определяющей развитие человечества.



Норберт Винер,
основоположник
кибернетики



Анохин П.К., выдающийся физиолог,
создатель теории функциональных систем

Важную роль в математизации биологии сыграло обращение к принципам *кибернетики*, идеям *теории регулирования* и *теории информации*. Существенно изменился подход к пониманию регуляторных биологических систем, основ реализации обратных связей.

Биологическая кибернетика в целом занимается изучением общих вопросов передачи, переработки и хранения информации в живых системах. *Биокибернетический подход* оказался особенно плодотворным в исследовании процессов жизнедеятельности клеток, морфогенеза, работы мозга и органов чувств, генетической структуры популяций, коммуникации между животными, экологических проблем.

В XX веке на службу биологии были «приняты» и алгебра, и кибернетика, и теория вероятностей, и математическая статистика, и дифференциальное и интегральное исчисление, и топология, и теория конечных автоматов. Поэтому с полным основанием можно говорить о возникновении особой научной отрасли, представляющей собой интеграцию теоретической биологии и прикладной математики, – *математической биологии*.

Математическая биология – это теория математических моделей биологических процессов и явлений, которая занимается проблемами роста организмов, развитием образцов, статистикой роста населения, распространением болезней. Критерием истины в ней является математическое доказательство, имеющее биологическую интерпретацию.





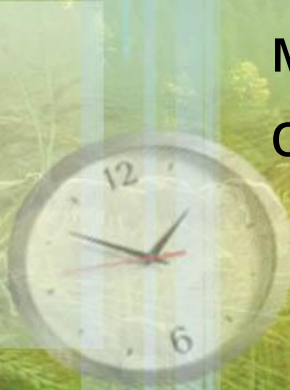
А. Д. Александров
(1912 – 1999),
выдающийся
петербургский
математик,
академик АН СССР,
обладатель Золотой
медали имени
Эйлера.

«Значение математики сейчас непрерывно возрастает.

В математике рождаются новые идеи и методы. Всё это расширяет сферу её приложения. Сейчас уже нельзя назвать такой области деятельности людей, где математика не играла бы существенной роли. Она стала незаменимым орудием во всех науках о природе, в технике, в общественном образовании. Даже юристы и историки берут на своё вооружение математические методы».

Таким образом, процесс **интеграции математики и биологии** имеет длительную историю. Биология как источник новых моделей, как наука, изучающая объекты, которые не имеют аналогов в физике и технике, и потому позволяющая ставить совершенно новые задачи, привлекает к себе внимание многих выдающихся математиков. В свою очередь математика не только проникает в биологию и ранее чуждые для неё области, «завоевывает» их, но и сама при этом трансформируется, становится менее формальной, меняет свои методологические черты, приближаясь в какой-то степени к наукам гуманитарным.

$$K_{15}^{(2)} = \sum_{i=2}^5 K_{15}^{(2)} y = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i x_i$$



$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = n^3 - n$$



Благодарю за внимание

