

بخش دوم : حل معادله درجه 2 و کاربرد آن

ریاضی دهم انسانی

معصومه اکبری صحت

معادله درجه اول:

معادله ای که درجه متغیر آن برابر 1 است.

$$ax + b = 0$$

مثال: معادله زیر را حل کنید.

$$(x - 3)(x + 2) = x^2 - 2x \rightarrow x^2 - x - 6 = x^2 - 2x \rightarrow x = 6$$

برای حل مسائل می توان از معادله استفاده کرد، کافی است مقدار مجهول را با x نشان دهیم و روابط را به صورت معادله بنویسیم با حل معادله مقدار مجهول به دست می آید.

مثال: به صورت و مخرج $7/15$ چه عددی اضافه کنیم تا حاصل برابر $3/5$ شود.

$$\frac{7 + x}{15 + x} = \frac{3}{5} \rightarrow 5(7 + x) = 3(15 + x) \rightarrow$$

$$35 + 5x = 45 + 3x \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

شکل کلی معادله درجه ۲ به صورت زیر است.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

برای حل این نوع معادله از ۶ روش استفاده می کنیم.

۱- روش تجزیه ۲- روش مربع کامل ۳- روش کلی

روش تجزیه:

ابتدا عبارت را به کمک روش های تجزیه مانند فاکتورگیری و استفاده از اتحاد، تجزیه می کنیم و سپس به کمک خاصیت زیر معادله را حل می کنیم.

$$A \times B = 0 \quad \leftrightarrow \quad A = 0 \text{ یا } B = 0$$

مثال: معادلات زیر را به کمک تجزیه حل کنید.

$$x^2 - 5x - 14 = 0 \rightarrow (x - 7)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^3 + 3x^2 + 2x = 0 \rightarrow x(x + 1)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

روش مربع کامل:

۱- مقدار ثابت را به طرف دیگر تساوی منتقل می کنیم

۲- ضریب x را نصف کرده به توان ۲ رسانده و به طرفین تساوی اضافه می کنیم.

۳- طرف اول را به صورت مربع کامل نوشته و سپس از طرفین جذر می گیریم.

مثال: معادله زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \rightarrow x^2 - 4x = 5 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 9 \rightarrow x - 2 = \pm 3 \rightarrow \begin{cases} x - 2 = 3 \rightarrow x = 5 \\ x - 2 = -3 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

روش کلی:

۱- ابتدا مقدار دلتا را محاسبه می کنیم با توجه به مقدار دلتا ۳ حالت برای حل معادله رخ می دهد.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

اگر مقدار دلتا کوچکتر از صفر باشد معادله ریشه حقیقی ندارد.

مثال: معادله زیر را به روش کلی حل کنید.

$$3x^2 + 5x + 7 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(3 \times 7) = -59$$

چون مقدار دلتا منفی است معادله ریشه حقیقی ندارد.

۲- اگر دلتا برابر صفر باشد معادله دارای یک جواب یا ریشه مضاعف است که مقدار آن از رابطه زیر به دست می آید.

$$\Delta = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{2a}$$

مثال:

$$9x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 36 - 36 = 0 \rightarrow x = -\frac{6}{18} = -\frac{1}{3}$$

۳- دلتا بزرگتر از صفر باشد در این حالت معادله دارای دو جواب زیر است.

$$\Delta > 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: معادله زیر را به روش کلی حل کنید.

$$x^2 - 7x + 10 = 0 \quad \Delta = 49 - 4(10 \times 1) = 9$$

$$x = \frac{7 - \sqrt{9}}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{و} \quad x = \frac{7 + \sqrt{9}}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

پایان