

Автономная некоммерческая организация

профессионального образования

КАЛИНИНГРАДСКИЙ БИЗНЕС-КОЛЛЕДЖ

Кафедра общих гуманитарных и естественных дисциплин

Операции с числовыми множествами. Формулы сокращённого умножения.

Составитель: преподаватель:
Войкова Т.Ю.

Вопрос на смекалку: предложите пару двузначных чисел, произведение которых записывается одними четвёрками.

Формулы сокращенного умножения.

- 1. **Квадрат суммы (двух чисел, выражений) равен** квадрату первого числа (выражения) плюс удвоенное произведение первого числа (выражения) на второе плюс квадрат второго числа (выражения).

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- 2. **Квадрат разности (двух чисел, выражений) равен** квадрату первого числа (выражения) минус удвоенное произведение первого числа (выражения) на второе плюс квадрат второго числа (выражения) .

- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

- 3. **Разность квадратов (двух чисел, выражений) равна** произведению разности (этих чисел, выражений) и (их) суммы.

- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

4. Куб суммы (двух чисел, выражений) равен кубу первого числа (выражения) плюс утроенное произведение квадрата первого числа (выражения) на второе плюс утроенное произведение первого числа (выражения) на квадрат второго плюс куб второго числа (выражения).

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

5. Куб разности (двух чисел, выражений) равен кубу первого числа (выражения) минус утроенное произведение квадрата первого числа (выражения) на второе плюс утроенное произведение первого числа (выражения) на квадрат второго минус куб второго числа (выражения).

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

6. Сумма кубов (двух чисел, выражений) равна произведению суммы первого и второго числа (выражения) на неполный квадрат разности этих чисел (выражений).

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7. Разность кубов (двух чисел, выражений) равна произведению разности первого и второго числа (выражения) на неполный квадрат суммы этих чисел (выражений).

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Пример 1. Разложить число $100^2 + 201$ на простые множители.

Решение. Не будем стесняться и подгоним к формуле «квадрат суммы»:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$100^2 + 201 = 100^2 + 200 + 1 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = (100 + 1)^2 = 101^2 = 101 \cdot 101$$

Подумайте, почему 101 – простое число.

Пример 2. Докажите, что число 26992 – составное.

Решение. А что тут думать: крайняя справа – цифра «2», число – чётное. Значит, в любом случае кроме 1 и самого числа 26992 есть делитель «2». Следовательно, число – составное.

Пример 3. Докажите, что число 343001 – составное.

Данное число нечётное, не делится на 2. Также не делится на 3 и на 5. Признак делимости на 7 к многозначному числу применять не удобно. Применим хитрость и проверим по признаку делимости на 7 число 343. «оторвём» крайнюю справа цифру и, удвоив её, вычтем из 34:

$34 - 2 \cdot 3 = 28$ – делится на 7, значит, и 343 делится на 7.

$$343 : 7 = 49 = 7^2 \rightarrow 343 = 7^3$$

Подгоним к формуле «сумма кубов»: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$$343001 = 343000 + 1 = 343 \cdot 1000 + 1^2 = a^3 + b^3 = 7^3 \cdot 10^3 + 1^3 = (7 \cdot 10)^3 + 1^3 = 70^3 + 1^3 = (70 + 1)(70^2 - 70 \cdot 1 + 1^2)$$

Дальше можно не вычислять: мы убедились, что у числа 343001 есть делители, кроме 1 и самого числа 343001.

Например, это 71.

Вопрос на смекалку: рассмотрим
факториал двадцати шести:

$$26! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25 \cdot 26 =$$

$$= 403\ 291\ 461\ 126\ 605\ 635\ 584\ 000\ 000$$

Объясните, почему это число

заканчивается шестью нулями.

Операции с множествами и арифметические операции.

Рассмотрим числа: $16\ 800=2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$ и $107\ 163=2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^2$

Требуется найти НОД(16 800; 107 163) и НОК(16 800; 107 163).

<https://www.yaklass.ru/p/algebra/9-klass/neravenstva-i-sistemy-neravenstv-9125/mnozhestva-i-operacii-nad-nimi-12443/re-65db9533-df63-4ae1-91ab-823ddd31f586>

- теория: пересечение и объединение множеств, Якласс.

Рассмотрим числа:

$$16\ 800=2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \text{ и } 107\ 163=2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^2=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

Требуется найти НОД(16 800; 107 163).

Рассмотрим множества простых делителей числа 16800, это А, и множество делителей второго числа, это В. Для наглядности, равные делители выделены разным цветом. Найдём пересечение (символ: \cap) множеств, т.е. множество $A \cap B$, содержащее общие элементы множеств простых делителей:

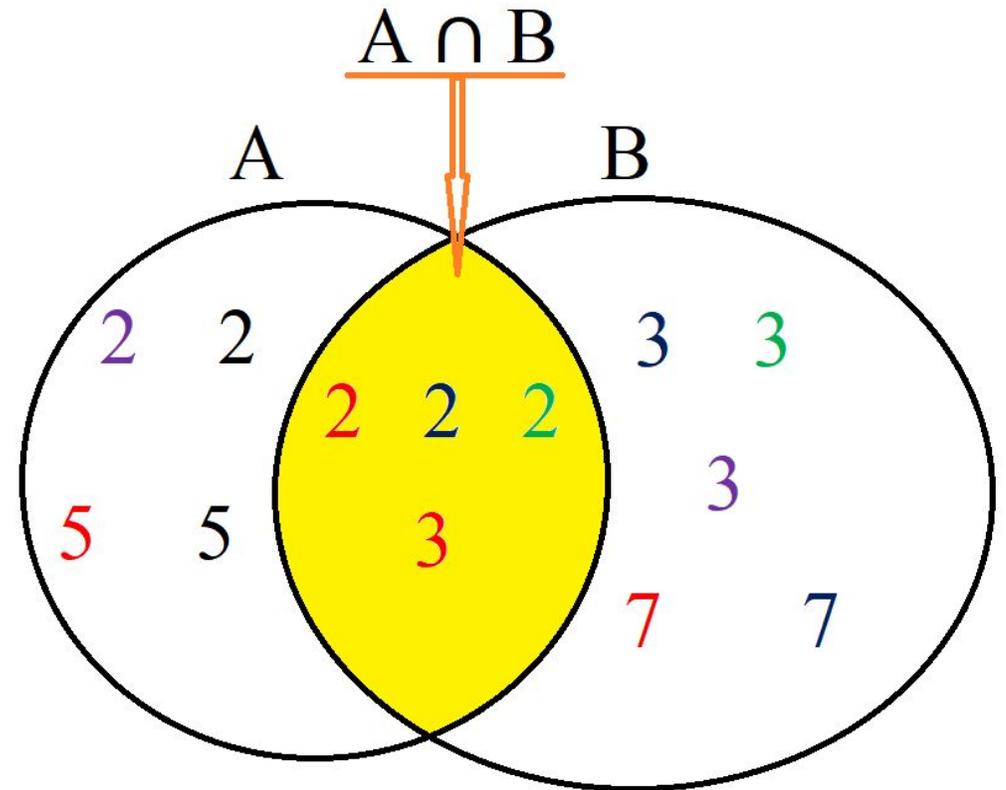
Рассмотрим числа:

$$16\,800 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = \color{red}{2} \cdot \color{blue}{2} \cdot \color{green}{2} \cdot \color{purple}{2} \cdot \color{red}{2} \cdot \color{red}{3} \cdot \color{red}{5} \cdot \color{red}{5} \quad \text{и} \quad 107\,163 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^2 = \color{red}{2} \cdot \color{blue}{2} \cdot \color{green}{2} \cdot \color{red}{3} \cdot \color{blue}{3} \cdot \color{green}{3} \cdot \color{purple}{3} \cdot \color{red}{7} \cdot \color{red}{7}$$

Требуется найти НОД(16 800; 107 163).

Рассмотрим множества простых делителей числа 16800, это A , и множество делителей второго числа, это B . Для наглядности, равные делители выделены разным цветом. Найдём пересечение (символ: \cap) множеств, т.е. множество $A \cap B$, содержащее общие элементы множеств простых делителей:

Следовательно, $\text{НОД}(16\,800; 107\,163) = \color{red}{2} \cdot \color{blue}{2} \cdot \color{green}{2} \cdot \color{red}{3} = 24$.



Рассмотрим числа:

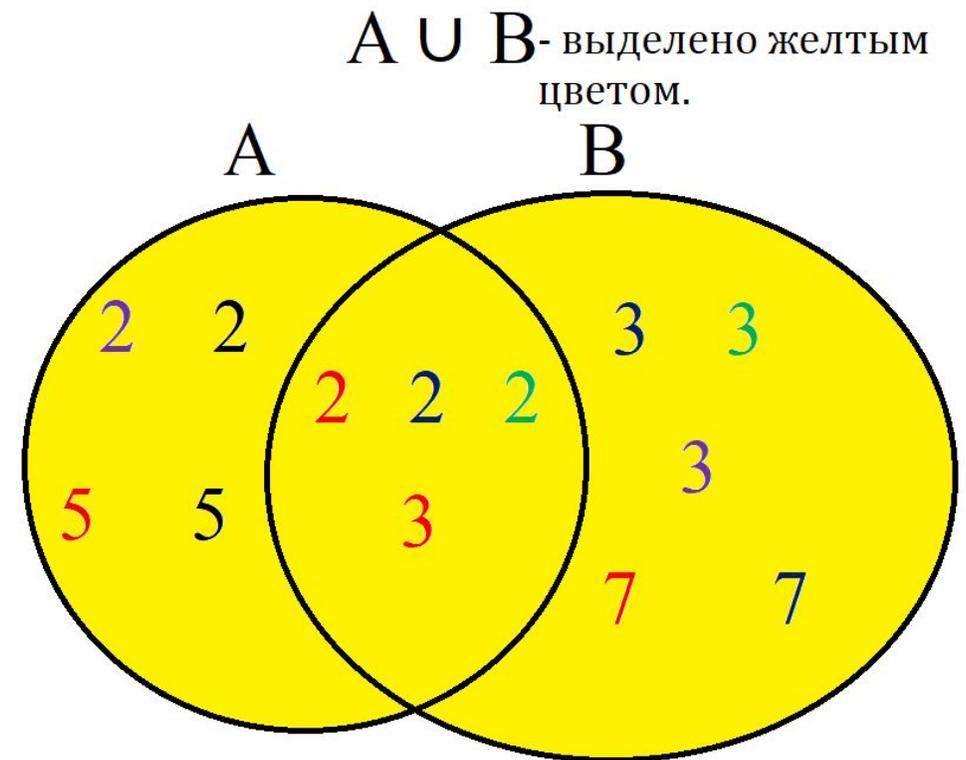
$$16\,800 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \text{ и } 107\,163 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

Требуется найти НОК(16 800; 107 163).

Рассмотрим множества простых делителей числа 16800, это А, и множество делителей второго числа, это В. Для наглядности, равные делители выделены разным цветом. Найдём объединение (символ: \cup) множеств, т.е. множество $A \cup B$, содержащее общие элементы множеств простых делителей:

Следовательно,

$$\text{НОК}(16\,800; 107\,163) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 = 10\,716\,300.$$



$$x^2 - y^2 = 105; 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$(x-y) \cdot (x+y) = 105$$

$$\begin{cases} x-y = 3 \\ x+y = 35 \end{cases}$$

$$x+y = 35$$

+

$$\begin{array}{r} x-y = 3 \\ \hline \end{array}$$

$$2x = 38$$

$$x = 19$$

$$x-y = 3 \Rightarrow y = 16;$$

$$\begin{cases} x = 19 \\ y = 16 \end{cases}$$