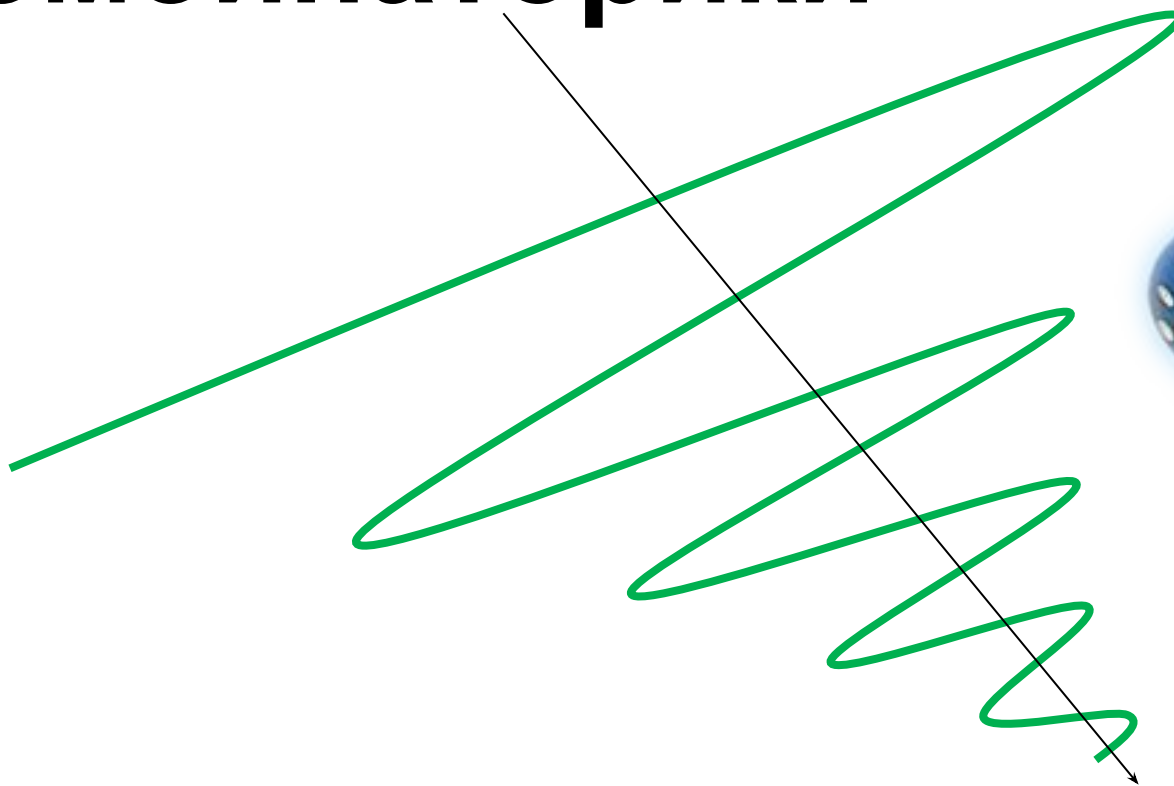


Элементы комбинаторики

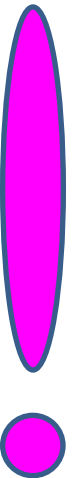


Комбинаторика

– это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Правило произведения

Если существует n вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется m вариантов выбора второго элемента, то всего существует $n \cdot m$ различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.



Перестановками из n элементов называются соединения (комбинации), которые состоят из одних и тех же n элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.

Число перестановок:

$$P_n = n(n-1)(n-2) \cdot \dots \quad (1)$$

$$\cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Произведение первых n натуральных чисел обозначают

$n!$ (читается «эн факториал»)

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n \quad (2)$$

$$-2)(n-1)n$$

$$P_n = n! \quad (3)$$

Размещениями из m элементов по n элементов ($n \leq m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из данных m разных элементов, и которые отличаются одно от другого либо самими элементами, либо порядком их расположения.



Обозначение:

$$A_m^n$$

— читают «А из ЭМ по ЭН»: $A_4^2 = 12$.

$$A_m^n = m(m-1)(m-2) \cdot \dots \cdot (m - (n-1)) \quad (1)$$

$$A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24;$$

$$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

$$A_n^n = P_n \quad (2)$$

Сочетаниями из m элементов по n в каждом ($n \leq m$) называются соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из данных m разных элементов, и которые отличаются одно от другого по крайней мере одним элементом.

Обозначают C_m^n

Образуем все соединения, содержащие n элементов, выбранных из данных m разных элементов, без учета порядка их расположения. Число таких соединений

Из каждого полученного соединения перестановками его элементов можно образовать $P_n = n!$ соединений, отличающихся одно от другого только порядком расположения его элементов. Получим все размещения из m элементов по n , число которых равно

По правилу произведения число таких соединений равно

$$C_m^n \cdot P_n = A_m^n$$

$$C_m^n \cdot P_n = A_m^n$$

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!} \text{ при } m \geq n \text{ и } P_n = n!$$

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!} \text{ где } m \geq n$$

Свойства:

$$1) C_m^n = C_m^{m-n}$$

$$2) C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}$$