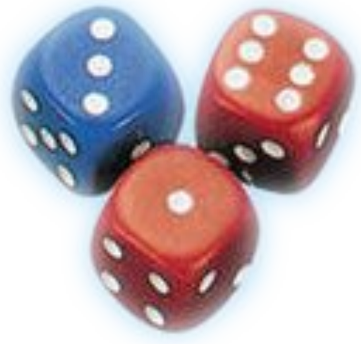
Элементы комбинаторики



Комбинаторика

– это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Правило произведения

*Если существует **n** вариантов выбора первого элемента и для каждого из них имеется **m** вариантов выбора второго элемента, то всего существует **n•m** различных пар с выбранными таким образом первым и вторым элементами.*

!

Перестановками из n элементов называются соединения (комбинации), которые состоят из одних и тех же n элементов и отличаются одно от другого только порядком их расположения.

Число перестановок:

$$\boxed{P_n = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots}\qquad (1)$$

$$\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$

Произведение первых n натуральных чисел обозначают

$n!$ (читается «эн факториал»)

$$\boxed{n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n}\qquad (2)$$

$$-2)(n-1)n$$

$$\boxed{P_n = n!}\qquad (3)$$

Размещениями из *m элементов по n элементов* ($n \le m$) называются такие соединения, каждое из которых содержит n элементов, взятых из данных m разных элементов, и которые отличаются одно от другого либо самими элементами, либо порядком их расположения.

Обозначение:

$\boxed{A_m^n}$ —читают «А из эм по эн»: $A_4^2 = 12$.

$$\boxed{A_m^n = m(m-1)(m-2) \cdot \ldots \cdot (m-(n-1))} \quad (1)$$

$A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12;$

$A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24;$

$A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

$$\boxed{A_n^n = \mathbf{P}_n} \quad (2)$$

Сочетаниями из **m элементов по n** в каждом (n≤m) называются соединения, каждое из которых содержит **n** элементов, взятых из данных **m** разных элементов, и которые отличаются одно от другого по крайней мере одним элементом.

Обозначают C_m^n

Образуем все соединения, содержащие n элементов, выбранных из данных m разных элементов, без учета порядка их расположения. Число таких соединений

Из каждого полученного соединения перестановками его элементов можно образовать $P_n = n!$ соединений, отличающихся одно от другого только порядком расположения его элементов. Получим все размещения из mэлементов по n, число которых равно

По правилу произведения число таких соединений равно

$$C_m^n \cdot P_n = A_m^n$$

$$C_m^n \cdot P_n = A_m^n$$

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}\ при\ m \geq n\ и\ P_n = n!$$

$$\boxed{C_m^n = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!}\ где\ m \geq n}$$

Свойства:

$$\boxed{1)\, C_m^n = C_m^{m-n}}$$

$$\boxed{2)\, C_m^n + C_m^{n+1} = C_{m+1}^{n+1}}$$