

Элементы комбинаторики, теория множеств и математической ЛОГИКИ

Логические переменные и логические операции

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами: **A, B, C, D, ...** и т. д.

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью **союзов**. В алгебре логики эти союзы заменяются **логическими операциями**. В соответствии с алгеброй логики любое составное высказывание можно рассматривать как логическую функцию **$F(A, B, C, \dots)$** .

Например: $F(A, B) = A \text{ and } B$

Логические функции и логические переменные (аргументы) принимают только два значения: «истина», которая обозначается логической единицей – 1 и «ложь», обозначаемая логическим нулем – 0.

Логическую функцию называют также **предикатом**.

Действия, совершаемые над логическими переменными для получения определенных логических функций, называются **логическими операциями**.

1. Логическая операция **ИНВЕРСИЯ (отрицание)**. В естественных языках соответствует словам **неверно, ложь** или частице **не**, в языках программирования обозначается **Not**, в алгебре логики \bar{A} обозначается

Результат отрицания всегда противоположен значению аргумента.

A	\bar{A}
0	1
1	0

Например:

$$F = \text{not}(A)$$

$$F = \neg A$$

$$F = \bar{A}$$

2. Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение). В естественных языках соответствует союзу «**И**», в языках программирования обозначается «**And**», в алгебре логики обозначается «**&**» или «**∧**», или «**·**».

Конъюнкция каждому простым высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, являющееся только тогда истинным, когда являются истинными простые высказывания, образующие составное высказывание.

Математическая запись данной операции для логических переменных **A, B, C, ...** будет иметь вид: **$F = A \& B \& C \& \dots$**

A	B	F=A&B	F=A · B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

A	B	F=A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \wedge B \wedge C$.

Определить значение логической функции при условии, что значения переменных A и B истинны, а переменной C – ложно.

A	B	F=A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \wedge B \wedge C$.

Определить значение логической функции при условии, что значения переменных A и B истинны, а переменной C – ложно.

$$A=1$$

$$B=1$$

$$C=0$$

$$F(A, B, C) = A \wedge B \wedge C = 1 \wedge 1 \wedge 0 = 0$$

3. Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ** (логическое сложение). В естественных языках соответствует союзу «**ИЛИ**», в языках программирования обозначается «**Or**», в алгебре логики обозначается «**V**» или «**+**».

Дизъюнкция каждому простым высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, являющееся только тогда истинным, когда хотя бы одно из образующих его высказываний является истинным.

Математическая запись данной операции для логических переменных **A, B, C, ...** будет иметь вид:

$$F = A \vee B \vee C \dots$$

A	B	F=A \vee B	F=A + B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \vee B \vee C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменных A и B ложны, а переменной C – истинно.

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \vee B \vee C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменных A и B ложны, а переменной C – истинно.

$$A=0$$

$$B=0$$

$$C=1$$

$$F(A, B, C) = A \vee B \vee C = 0 \vee 0 \vee 1 = 1$$

A	B	F=A \vee B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

4. Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следствие)**. В естественных языках соответствует обороту речи, «**если..., то ...**», в языках программирования обозначается «**IF**», в алгебре логики обозначается « **\rightarrow** ».

Импликация каждому простым высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда первое высказывание истинно, а второе высказывание ложно.

Математическая запись данной операции для двух логических переменных **A** и **B** будет иметь вид:

$$F = A \rightarrow B.$$

A	B	$F = A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \vee B \rightarrow C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной A истинно, B – ложно, а переменной C – истинно.

$$A=1$$

$$B=0$$

$$C=1$$

$$F(A, B, C) = A \vee B \rightarrow C =$$

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$F=A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \vee B \rightarrow C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной A истинно, B – ложно, а переменной C – истинно.

$$A=1$$

$$B=0$$

$$C=1$$

$$F(A, B, C) = A \vee B \rightarrow C = 1 \vee 0 \rightarrow 1 = 1$$

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	$F=A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

5. Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (логическая равнозначность)**. В естественных языках соответствует обороту речи «*тогда и только тогда*», в алгебре логики обозначается « \leftrightarrow », или « \equiv ».

Эквиваленция каждому простым высказыванию ставит в соответствие составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда все простые высказывания, образующие составное высказывание, одновременно истинны или одновременно ложны.

Математическая запись данной операции для логических переменных **A, B, C...** будет иметь вид:

$$F = A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow \dots$$

A	B	$F = A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \& \neg B \leftrightarrow C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной A истинно, B – ложно, а переменной C – истинно.

$A=1$

$B=0$

$C=1$

$F(A, B, C) = A \& \neg B \leftrightarrow C =$

A	\overline{A}
0	1
1	0

A	B	$F=A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$F=A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \& \neg B \leftrightarrow C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной A истинно, B – ложно, а переменной C – истинно.

$$A=1$$

$$B=0$$

$$C=1$$

$$F(A, B, C) = A \& \neg B \leftrightarrow C = 1 \& \neg 0 \leftrightarrow 1 =$$

$$= 1 \& 1 \leftrightarrow 1 = 1$$

A	\overline{A}
0	1
1	0

A	B	$F=A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$F=A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Для простоты записи приведем основные законы алгебры логики для двух логических переменных A и B . Эти законы распространяются и на другие логические переменные.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

С помощью законов алгебры логики можно производить равносильные преобразования логических выражений с целью их упрощения. В алгебре логики на основе принятого соглашения установлены следующие правила (приоритеты) для выполнения логических операций:

первыми выполняются операции в скобках, затем в следующем порядке:

инверсия (отрицание),

конъюнкция (&),

дизъюнкция (v),

импликация (\rightarrow),

эквиваленция (\leftrightarrow).

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

$$\overline{B} + A \cdot \overline{B} = \overline{B}(1 + A) = \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A, A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1, A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

$$\overline{B} + A \cdot \overline{B} = \overline{B}(1 + A) = \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = 1 + \overline{B} = 1$$

$$F = A \vee \overline{A \& B} \vee \overline{\overline{A} \vee B}$$

$$\begin{aligned} F &= A \vee \overline{A \& B} \vee \overline{\overline{A} \vee B} = A \vee \overline{A} \vee \overline{B} \vee A \& \overline{B} = \\ &= (A \vee \overline{A}) \vee \overline{B}(1 \vee A) = 1 \vee \overline{B} = 1. \end{aligned}$$

Логические функции и таблицы истинности

Таблица истинности состоит из двух частей. *Первая (левая) часть* относится к логическим переменным и содержит полный перечень возможных комбинаций логических переменных A, B, C, \dots и т. д. *Вторая (правая) часть* этой таблицы определяет выходные состояния как логическую функцию от комбинаций входных величин.

A	B	C	$F = A \vee B \vee C$
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Видеоролик :

<https://www.youtube.com/watch?v=R5iuMQFPmI8>

Таблицу истинности можно составить для любой логической функции

A	B	C	$F = A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow C$
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

Видеоролик :

<https://www.youtube.com/watch?v=R5iuMQFPml8>

A	B	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	F ₈	F ₉	F ₁₀	F ₁₁	F ₁₂	F ₁₃	F ₁₄	F ₁₅	F ₁₆
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Функция $F_1 = 0$ и называется функцией константы нуля, или генератора нуля.

Функция $F_2 = A \& B$ называется функцией конъюнкции.

Функция $F_3 = A \& \bar{B}$ называется функцией запрета по логической переменной A.

Функция $F_4 = A$ называется функцией повторения по логической переменной A.

Функция $F_5 = \bar{A} \& B$ называется функцией запрета по логической переменной B.

Функция $F_6 = B$ называется функцией повторения по логической переменной B.

Функция $F_7 = \bar{A} \& B \vee A \& \bar{B}$ называется функцией исключающее «ИЛИ».

Функция $F_8 = A \vee B$ называется функцией дизъюнкции.

Функция $F_9 = \overline{A \vee B}$ называется функцией Пирса.

Функция $F_{10} = A \& B \& \bar{A} \& \bar{B}$ называется функцией эквиваленции.

Функция $F_{11} = \bar{B}$ называется функцией отрицания (инверсии) по логической переменной B.

Функция $F_{12} = B \rightarrow A$ называется функцией импликации.

Функция $F_{13} = \bar{A}$ называется функцией отрицания (инверсии) по логической переменной A.

Функция $F_{14} = A \rightarrow B$ называется функцией импликации.

Функция $F_{15} = A \& B$ называется функцией Шеффера.

Функция $F_{16} = 1$ называется функцией генератора 1.

Операцию замены одной логической функции другой в алгебре логики называют операцией **суперпозиции** или **методом суперпозиции**.

Например, функцию Шеффера можно выразить при помощи логических функций дизъюнкции и отрицания, используя закон де Моргана:

$$F_{15} = \overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}.$$

Логические функции, с помощью которых можно выразить другие логические функции методом суперпозиции, называются **базовыми логическими функциями**.

На практике наиболее широко в качестве такого набора используют три логических функции: **конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание**.

В компьютерах все вычисления выполняются с помощью **логических элементов** – электронных схем, выполняющих логические операции.

1. **Логический элемент НЕ**, который называется также инвертором, выполняет логическую операцию отрицания (инверсии).

Графическое обозначение

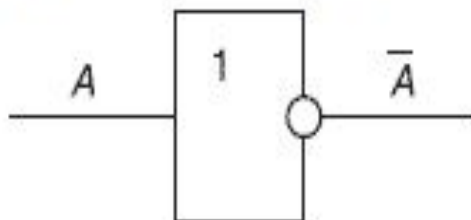


Таблица истинности

A	$F = \bar{A}$
0	1
1	0

2. **Логический элемент И**, называемый также конъюнктором, выполняет операцию логического умножения (конъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми.

Графическое обозначение двухвходового элемента И

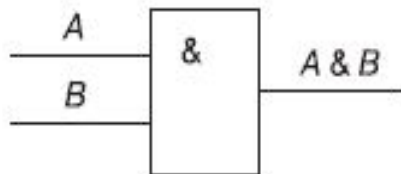


Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F = A & B</i>
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

3. **Логический элемент ИЛИ**, называемый также дизъюнктором, выполняет операцию логического сложения (дизъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми.

Графическое обозначение двухвходового элемента ИЛИ

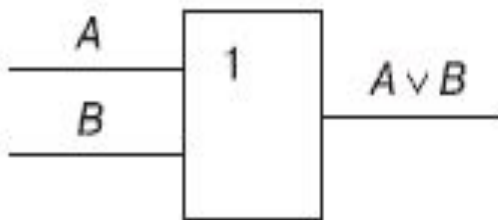


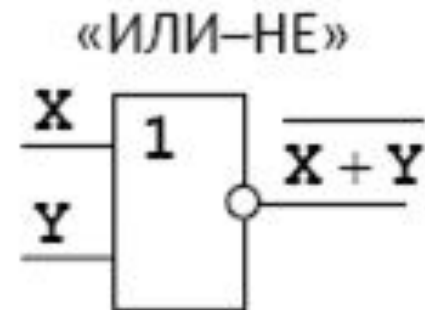
Таблица истинности

A	B	$F = A \vee B$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

В вычислительной технике также часто используется операция **исключающее ИЛИ** (XOR), которая отличается от обыкновенного ИЛИ только при $X=1$ и $Y=1$.

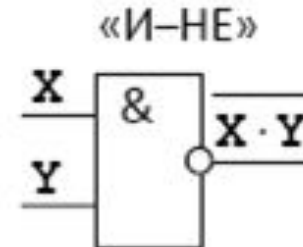
$$F = \overline{X + Y}$$

X	Y	X XOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



$$F = \overline{X \cdot Y}$$

X	Y	NOT(X AND Y)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Памятка

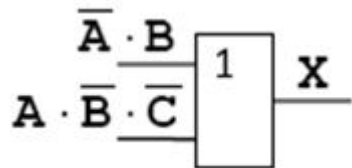
Линия сравнения	Инверсия	Конъюнкция	Дизъюнкция	Импликация	Эквивалентность																																																																		
Название	отрицание	логическое умножение	логическое сложение	логическое следование	логическое равенство																																																																		
Обозначение	\bar{A} или $\neg A$	$A \wedge B$ или $A \cdot B$	$A \vee B$ или $A + B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$																																																																		
Союз	не	и	или	если А, то В; когда А, тогда В	А тогда и только тогда, когда В																																																																		
Истинность результата операции	когда исходное высказывание ложно	когда истины одновременно высказывания А и В	когда истинно А, либо В, либо А и В	всегда, кроме случая, когда А истинно, а В ложно	когда А и В одновременно истинно или одновременно ложны																																																																		
Таблицы истинности	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>$\neg A$</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	А	$\neg A$	1	0	0	1	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>В</td><td>$A \wedge B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	А	В	$A \wedge B$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>В</td><td>$A \vee B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	А	В	$A \vee B$	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>В</td><td>$A \rightarrow B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	А	В	$A \rightarrow B$	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	<table border="1"> <tr><td>А</td><td>В</td><td>$A \leftrightarrow B$</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>	А	В	$A \leftrightarrow B$	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
А	$\neg A$																																																																						
1	0																																																																						
0	1																																																																						
А	В	$A \wedge B$																																																																					
0	0	0																																																																					
0	1	0																																																																					
1	0	0																																																																					
1	1	1																																																																					
А	В	$A \vee B$																																																																					
0	0	0																																																																					
0	1	1																																																																					
1	0	1																																																																					
1	1	1																																																																					
А	В	$A \rightarrow B$																																																																					
0	0	1																																																																					
0	1	1																																																																					
1	0	0																																																																					
1	1	1																																																																					
А	В	$A \leftrightarrow B$																																																																					
0	0	1																																																																					
0	1	0																																																																					
1	0	0																																																																					
1	1	1																																																																					

Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

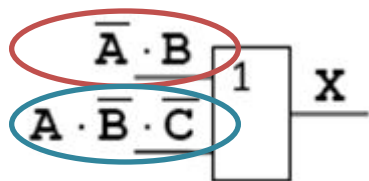
Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

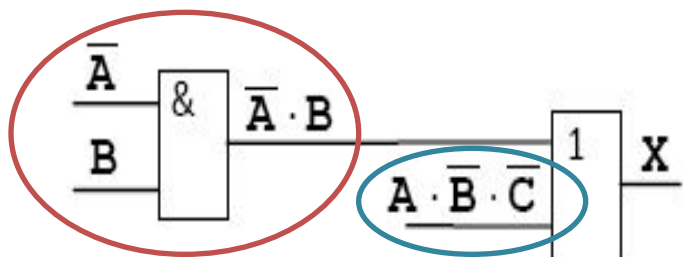


Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

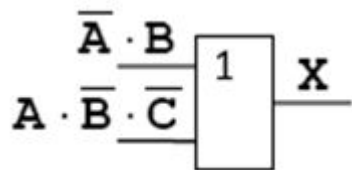


Добавляем элемент

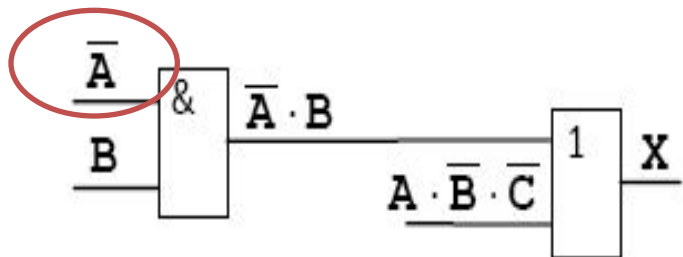


Составим схему, соответствующую выражению

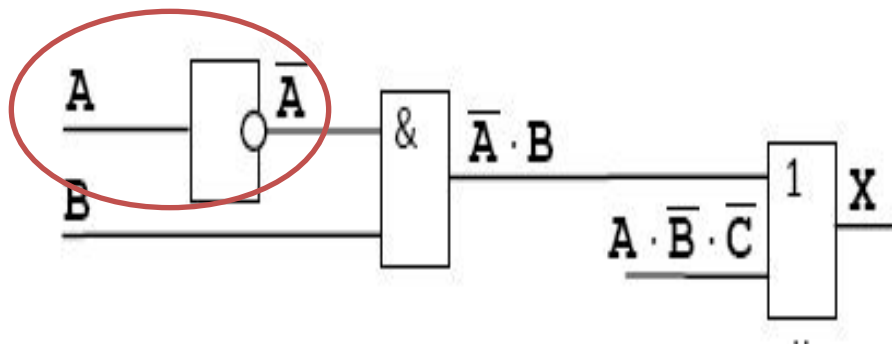
$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

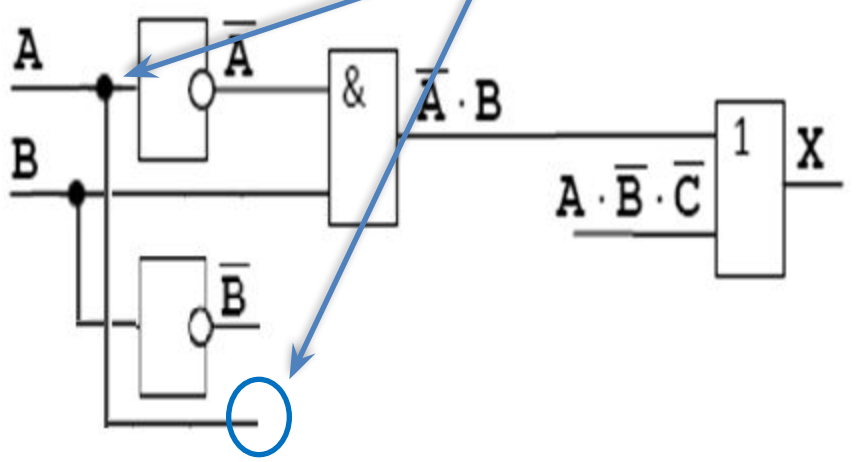
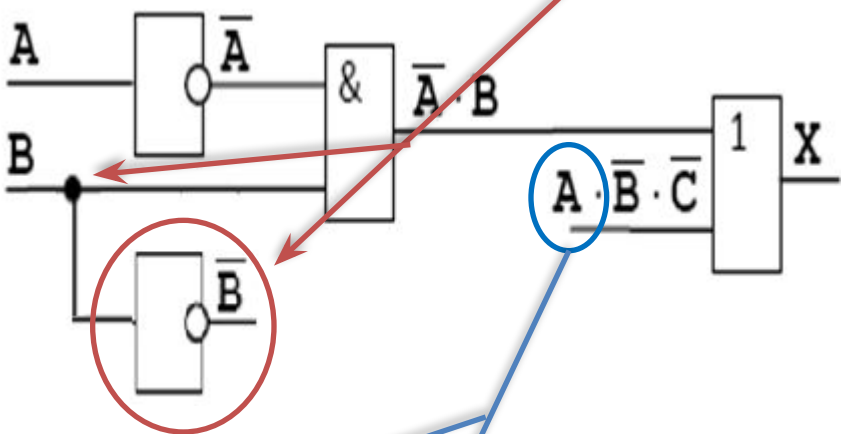
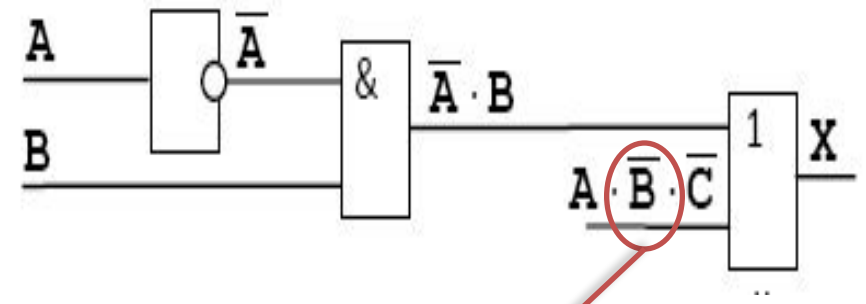


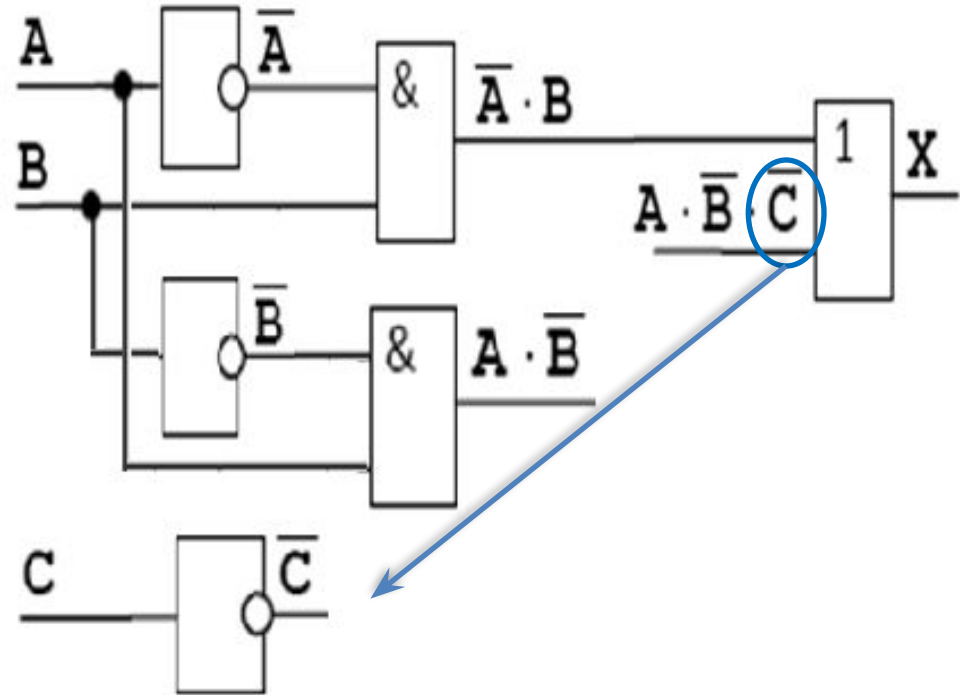
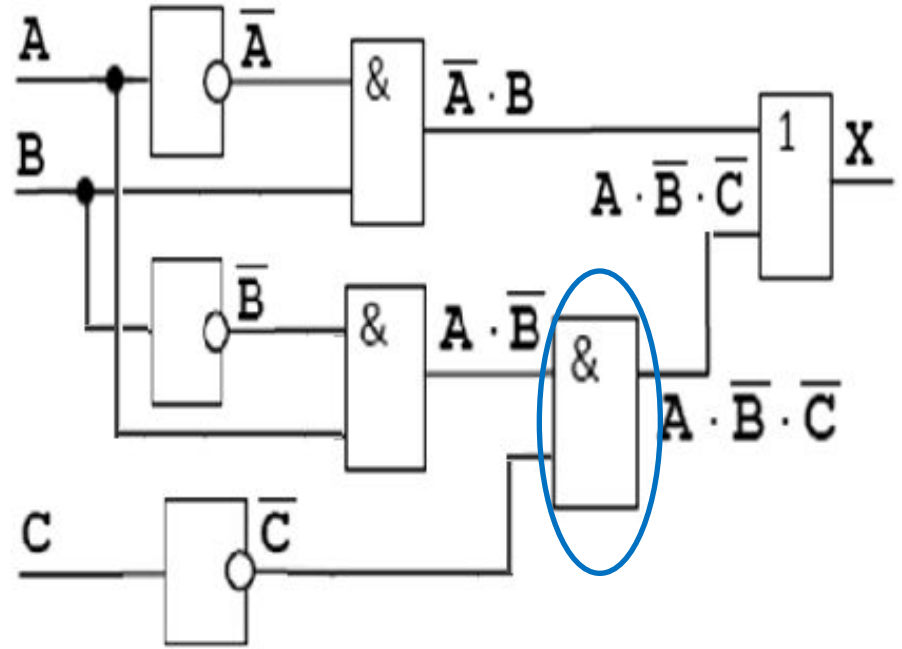
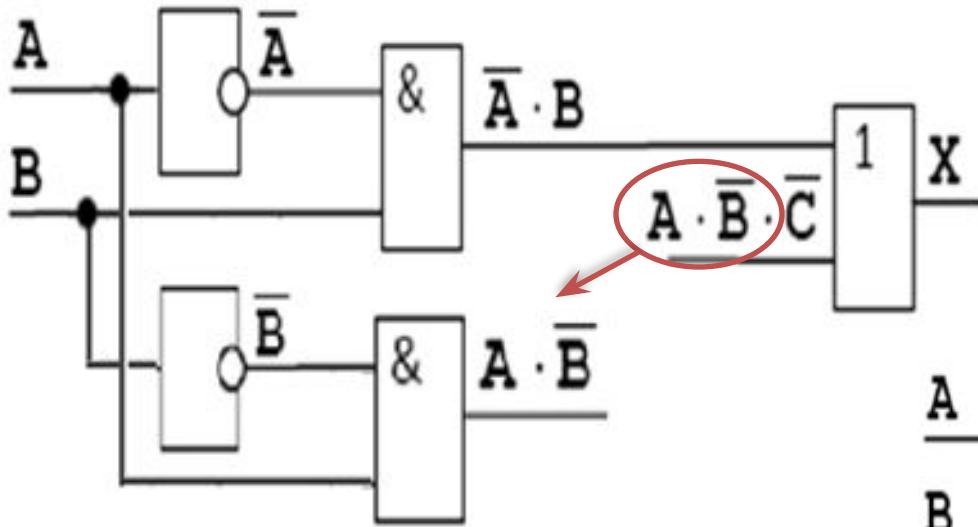
Добавляем элемент



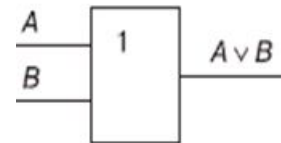
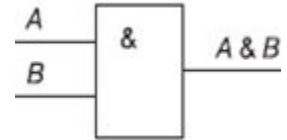
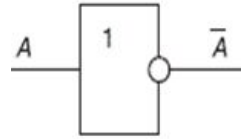
Ставим элемент

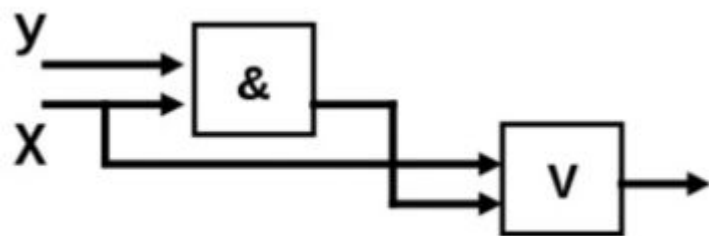






Составить логическую схему для следующего логического выражения: $F = x \vee y \& x$
(пусть x – истина, y – ложь)





Ответ: $1 \vee 0 \& 1 = 1$

Домашнее задание.

Используя законы алгебры логики упростить выражения:

$$F = (A + B) \cdot (A + C)$$

$$F = (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$$

$$F = (\overline{A \vee B}) \vee (A \wedge (\bar{B} \wedge 1))$$

Постройте логическую схему, соответствующую логическому выражению

$$F = X \& Y \vee \neg(Y \vee X).$$

Вычислить значение выражения для $X=1$, $Y=0$.