Элементы комбинаторики, теория множеств и математической логики

Логические переменные и логические операции

<u>Простые высказывания </u>в алгебре логики обозначаются заглавными латинскими буквами: ***A, B, C, D,***… и т. д.

<u>Составные высказывания </u>на естественном языке образуются с помощью **союзов**. В алгебре логики эти союзы заменяются **логическими операциями**. В соответствии с алгеброй логики любое составное высказывание можно рассматривать как логическую функцию ***F(A, B, C, …)*.**

Например: F(A,B)= A and B

Логические функции и логические переменные (аргументы) принимают только два значения: «истина», которая обозначается логической единицей – 1 и «ложь», обозначаемая логическим нулем – 0. Логическую функцию называют также **предикатом**.

Действия, совершаемые над логическими переменными для получения определенных логических функций, называются **логическими операциями**.

1. Логическая операция **ИНВЕРСИЯ (отрицание)**. В естественных языках соответствует словам ***неверно, ложь*** или частице ***не***, в языках программирования обозначается ***Not***, в алгебре логи $\overline{A}$. обозначается

Результат отрицания всегда противоположен значению аргумента.

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Например:

F=not(A)

F= ¬ A

F= $\overline{A}$

2. Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ (логическое умножение)**. В *естественных языках* соответствует союзу **«*И*»** *,* в *языках программирования* обозначается **«*And*»** *,* в алгебре логики обозначается **«&»** или **«Λ»** , или **« · »** .

Конъюнкция каждым простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся только тогда истинным, когда являются истинными простые высказывания, образующие составное высказывание.

Математическая запись данной операции для логических переменных ***A, B, C,*** … будет иметь вид: ***F = A & B & C & …***

A	B	F=A&B	F=A · B
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

A	B	F=A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A $\wedge$ B $\wedge$ C.

Определить значение логической функции при условии, что значения переменных *A* и *B* истинны, а переменной *C* – ложно.

A	B	F=A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A ∧ B ∧ C.

Определить значение логической функции при условии, что значения переменных *A* и *B* истинны, а переменной *C* – ложно.

A=1

B=1

C=0

F(A, B, C) = A ∧ B ∧ C = 1 ∧ 1 ∧ 0 = 0

3. Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ (логическое сложение)**. В естественных языках соответствует союзу **«*ИЛИ*»,** в языках программирования обозначается «***Or*»,** в алгебре логики обозначается **«V»** или **«+»**.

Дизъюнкция каждым простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся только тогда истинным, когда хотя бы одно из образующих его высказываний является истинным.

Математическая запись данной операции для логических переменных ***A, B, C,*** … будет иметь вид:

F = A V B V C …

A	B	F=A V B	F=A + B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A V B V C.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменных *A* и *B* ложны, а переменной *C* – истинно.

A	B	F=A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Пример:

Дана функция $F(A, B, C) = A \vee B \vee C$.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменных *A* и *B* ложны, а переменной *C* – истинно.

A	B	F=A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A=0

B=0

C=1

$F(A, B, C) = A \vee B \vee C = 0 \vee 0 \vee 1 = 1$

4. Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование)**. В естественных языках соответствует обороту речи, «***если…, то …***» **,** в языках программирования обозначается **«*IF*»*,*** в алгебре логики обозначается **«→»**.

Импликация каждым простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда первое высказывание истинно, а второе высказывание ложно.

Математическая запись данной операции для двух логических переменных ***A*** и ***B*** будет иметь вид:

F = A→B.

A	B	F=A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A V B → C.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной *A* истинно, *B* – ложно, а переменной *C* – истинно.

A=1

B=0

C=1

F(A, B, C) = A V B → C =

A	B	F=A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	F=A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A V B → C.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной *A* истинно, *B* – ложно, а переменной *C* – истинно.

A=1

B=0

C=1

F(A, B, C) = A V B → C = 1 V 0 → 1 = 1

A	B	F=A V B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	F=A → B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

5. Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ (логическая равнозначность).** В естественных языках соответствует обороту речи **«*тогда и только тогда*»,** в алгебре логики обозначается **«↔», или «≡»** .

Эквиваленция каждым простым высказываниям ставит в соответствие составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда все простые высказывания, образующие составное высказывание, одновременно истинны или одновременно ложны.

Математическая запись данной операции для логических переменных ***A, B, C…*** будет иметь вид:

$$F = A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \leftrightarrow \dots$$

A	B	F=A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A & ¬ B ↔ C.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной *A* истинно, *B* – ложно, а переменной *C* – истинно.

A=1

B=0

C=1

F(A, B, C) = A & ¬ B ↔ C =

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

A	B	F=A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	F=A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Пример:

Дана функция F(A, B, C) = A & ¬ B ↔ C.

Определить значение логической функции при условии, что значение переменной *A* истинно*, B* – ложно, а переменной *C* – истинно.

A=1

B=0

C=1

F(A, B, C) = A & ¬ B ↔ C = 1 & ¬0 ↔ 1 =

= 1 & 1 ↔ 1 = 1

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

A	B	F=A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	F=A ↔ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Для простоты записи приведем основные законы алгебры логики для двух логических переменных *А* и *В.* Эти законы распространяются и на другие логические переменные.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

С помощью законов алгебры логики можно производить равносильные преобразования логических выражений с целью их упрощения. В алгебре логики на основе принятого соглашения установлены следующие правила (приоритеты) для выполнения логических операций:

первыми выполняются операции в скобках, затем в следующем порядке:

инверсия (отрицание),

конъюнкция (&),

дизъюнкция (v),

импликация (→),

эквиваленция (↔).

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{\overline{A} \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \quad \rightarrow \quad F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A\cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A\cdot\overline{A} = 0$	$A+\overline{A} = 1$
операции с константами	$A\cdot 1 = A$, $A\cdot 0 = 0$	$A+1 = 1$, $A+0 = A$
повторения	$A\cdot A = A$	$A+A = A$
переместительный	$A\cdot B = B\cdot A$	$A+B = B+A$
сочетательный	$A\cdot(B\cdot C) = (A\cdot B)\cdot C$	$A+(B+C) = (A+B)+C$
распределительный	$A+B\cdot C = (A+B)\cdot(A+C)$	$A\cdot(B+C) = A\cdot B + A\cdot C$
поглощения	$A+A\cdot B = A$	$A\cdot(A+B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A\cdot B} = \overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B} = \overline{A}\cdot\overline{B}$

$$\overline{A\cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}}\cdot\overline{B} = A\cdot\overline{B} \rightarrow F = A + \overline{A} + \overline{B} + A\cdot\overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

1

$$\overline{B} + A\cdot\overline{B} = \overline{B}(1 + A) = \overline{B}$$

Выполним преобразование, например, логической ф

$$F = A + \overline{A \cdot B} + \overline{\overline{A} + B}$$

применив соответствующие законы алгебры логики.

Закон	для «И»	для «ИЛИ»
двойного отрицания	$\overline{\overline{A}} = A$	
исключения третьего	$A \cdot \overline{A} = 0$	$A + \overline{A} = 1$
операции с константами	$A \cdot 1 = A$, $A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$, $A + 0 = A$
повторения	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
переместительный	$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$
сочетательный	$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$
распределительный	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
поглощения	$A + A \cdot B = A$	$A \cdot (A + B) = A$
законы де Моргана	$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{\overline{A} + B} = \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = A \cdot \overline{B} \;\rightarrow\; F = A + \overline{A} + \overline{B} + A \cdot \overline{B}$$

$$A + \overline{A} = 1$$

$$\overline{B} + A \cdot \overline{B} = \overline{B}(1 + A) = \overline{B} \;\rightarrow\; F = 1 + \overline{B} = 1$$

$$F = A \vee \overline{A\&B} \vee \overline{\overline{A} \vee B}$$

$$F = A \vee \overline{A \& B} \vee \overline{\overline{A} \vee B} = A \vee \overline{A} \vee \overline{B} \vee A \& \overline{B} =$$

$$= (A \vee \overline{A}) \vee \overline{B}(1 \vee A) = 1 \vee \overline{B} = 1.$$

Логические функции и таблицы истинности

<u>Таблица истинности</u> состоит из двух частей. ***Первая (левая) часть*** относится к логическим переменным и содержит полный перечень возможных комбинаций логических переменных *A, B, C…* и т. д. ***Вторая (правая) часть*** этой таблицы определяет выходные состояния как логическую функцию от комбинаций входных величин.

A	B	C	$F = A \vee B \vee C$
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	0	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

Видеоролик :
https://www.youtube.com/watch?v=R5iuMQFPmI8

Таблицу истинности можно составить для любой логической функции

A	B	C	$F = A \Leftrightarrow B \Leftrightarrow C$
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	0
1	1	0	0
0	0	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1

Видеоролик :
https://www.youtube.com/watch?v=R5iuMQFPmI8

A	B	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}	F_{16}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Функция $F_1 = 0$ и называется функцией константы нуля, или генератора нуля.

Функция $F_2 = A \,\&\, B$ называется функцией конъюнкции.

Функция $F_3 = A \,\&\, \bar{B}$ называется функцией запрета по логической переменной *A.*

Функция $F_4 = A$ называется функцией повторения по логической переменной *A.*

Функция $F_5 = \bar{A} \,\&\, B$ называется функцией запрета по логической переменной *B.*

Функция $F_6 = B$ называется функцией повторения по логической переменной *B.*

Функция $F_7 = \bar{A} \,\&\, B \vee A \,\&\, \bar{B}$ называется функцией исключающее «ИЛИ».

Функция $F_8 = A \vee B$ называется функцией дизъюнкции.

Функция $F_9 = \overline{A \vee B}$ называется функцией Пирса.

Функция $F_{10} = A \,\&\, B \quad \bar{A} \,\&\, \bar{B}$ называется функцией эквиваленции.

Функция $F_{11} = \bar{B}$ называется функцией отрицания (инверсии) по логической переменной *B.*

Функция $F_{12} = B \rightarrow A$ называется функцией импликации .

Функция $F_{13} = \bar{A}$ называется функцией отрицания (инверсии) по логической переменной *A*

Функция $F_{14} = A \rightarrow B$ называется функцией импликации.

Функция $F_{15} = \overline{A \,\&\, B}$ называется функцией Шеффера.

Функция $F_{16} = 1$ называется функцией генератора 1.

Операцию замены одной логической функции другой в алгебре логики называют операцией **суперпозиции** или **методом суперпозиции**.

Например, функцию Шеффера можно выразить при помощи логических функций дизъюнкции и отрицания, используя закон де Моргана:

$$F_{15} = \overline{A \,\&\, B} = \overline{A} \vee \overline{B}.$$

Логические функции, с помощью которых можно выразить другие логические функции методом суперпозиции, называются **базовыми логическими функциями.**

На практике наиболее широко в качестве такого набора используют три логических функции: ***конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание***.

В компьютерах все вычисления выполняются с помощью ***логических элементов*** – электронных схем, выполняющих логические операции.

1. ***Логический элемент НЕ***, который называется также инвертором, выполняет логическую операцию отрицания (инверсии).

Графическое обозначение

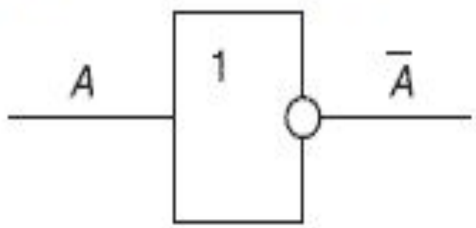


Таблица истинности

A	$F=\bar{A}$
0	1
1	0

2. ***Логический элемент И***, называемый также конъюнктором, выполняет операцию логического умножения (конъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми.

Графическое обозначение двухвходового элемента И

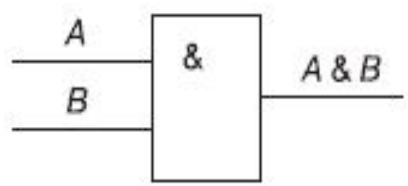


Таблица истинности

A	B	F = A & B
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

3. ***Логический элемент ИЛИ***, называемый также дизъюнктором, выполняет операцию логического сложения (дизъюнкции), теоретически может иметь бесконечное число входов, на практике ограничиваются числом входов от двух до восьми.

Графическое обозначение двухвходового элемента ИЛИ

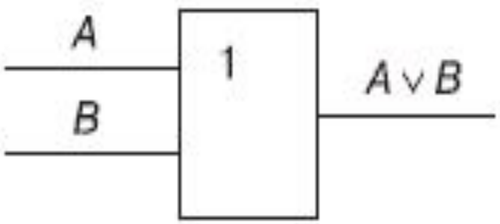


Таблица истинности

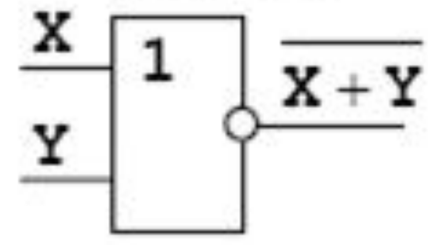
A	B	$F = A \vee B$
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

В вычислительной технике также часто используется операция ***исключающее ИЛИ*** (XOR), которая отличается от обыкновенного ИЛИ только при X=1 и Y=I.

$$F = \overline{X + Y}$$

X	Y	X XOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

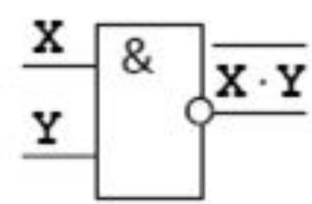
«ИЛИ–НЕ»



$$F = \overline{X \cdot Y}$$

X	Y	NOT(X AND Y)
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

«И–НЕ»



Памятка

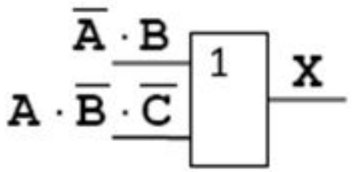
<table>
<tr><th>Линия сравнения</th><th>Инверсия</th><th>Конъюнкция</th><th>Дизъюнкция</th><th>Импликация</th><th>Эквивалентность</th></tr>
<tr><td>Название</td><td>отрицание</td><td>логическое умножение</td><td>логическое сложение</td><td>логическое следование</td><td>логическое равенство</td></tr>
<tr><td>Обозначение</td><td>$\overline{A}$ или $\neg A$</td><td>$A \wedge B$ или $A \cdot B$</td><td>$A \vee B$ или $A + B$</td><td>$A \to B$</td><td>$A \leftrightarrow B$</td></tr>
<tr><td>Союз</td><td>не</td><td>и</td><td>или</td><td>если A, то B; когда A, тогда B</td><td>A тогда и только тогда, когда B</td></tr>
<tr><td>Истинность результата операции</td><td>когда исходное высказывание ложно</td><td>когда истины одновременно высказывания A и B</td><td>когда истинно A, либо B, либо A и B</td><td>всегда, кроме случая, когда A истинно, а B ложно</td><td>когда A и B одновременно истинно или одновременно ложны</td></tr>
<tr><td>Таблицы истинности</td>
<td><table><tr><th>A</th><th>$\neg A$</th></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \wedge B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \vee B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \to B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>$A \leftrightarrow B$</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
</tr>
</table>

Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A \cdot B} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

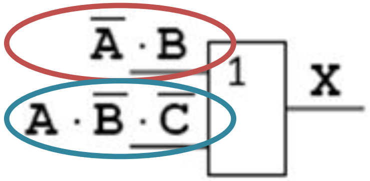
Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A \cdot B} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

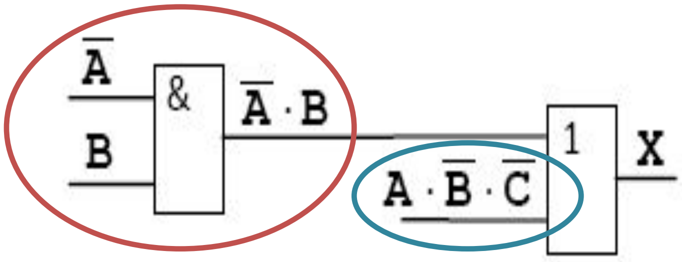


Составим схему, соответствующую выражению

$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

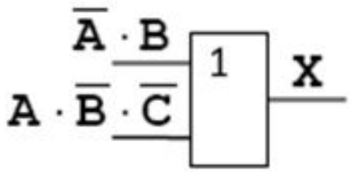


Добавляем элемент

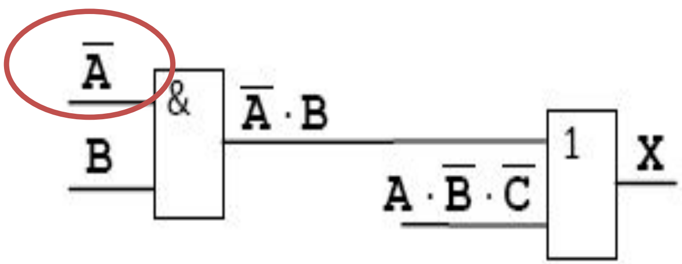


Составим схему, соответствующую выражению

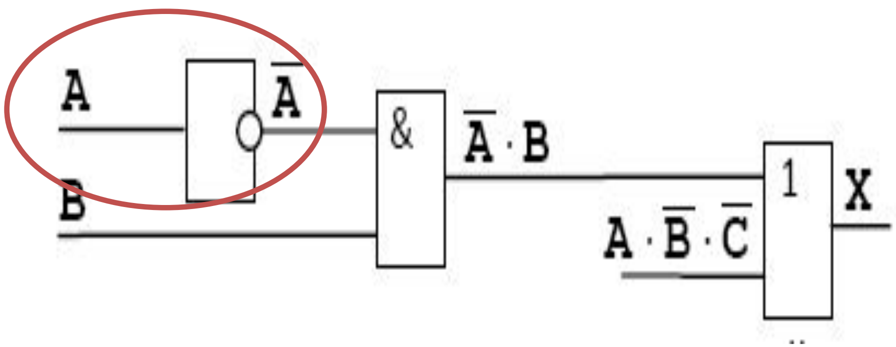
$$X = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

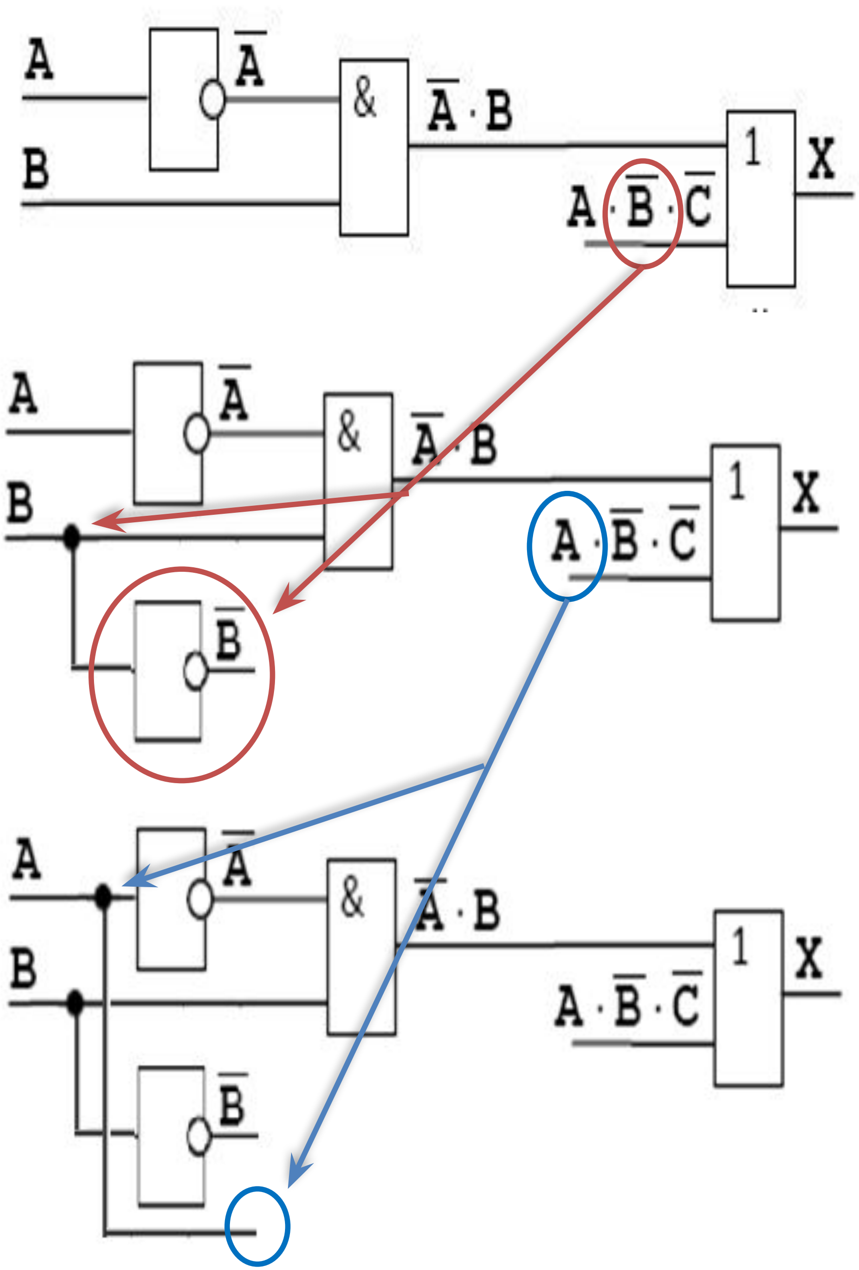


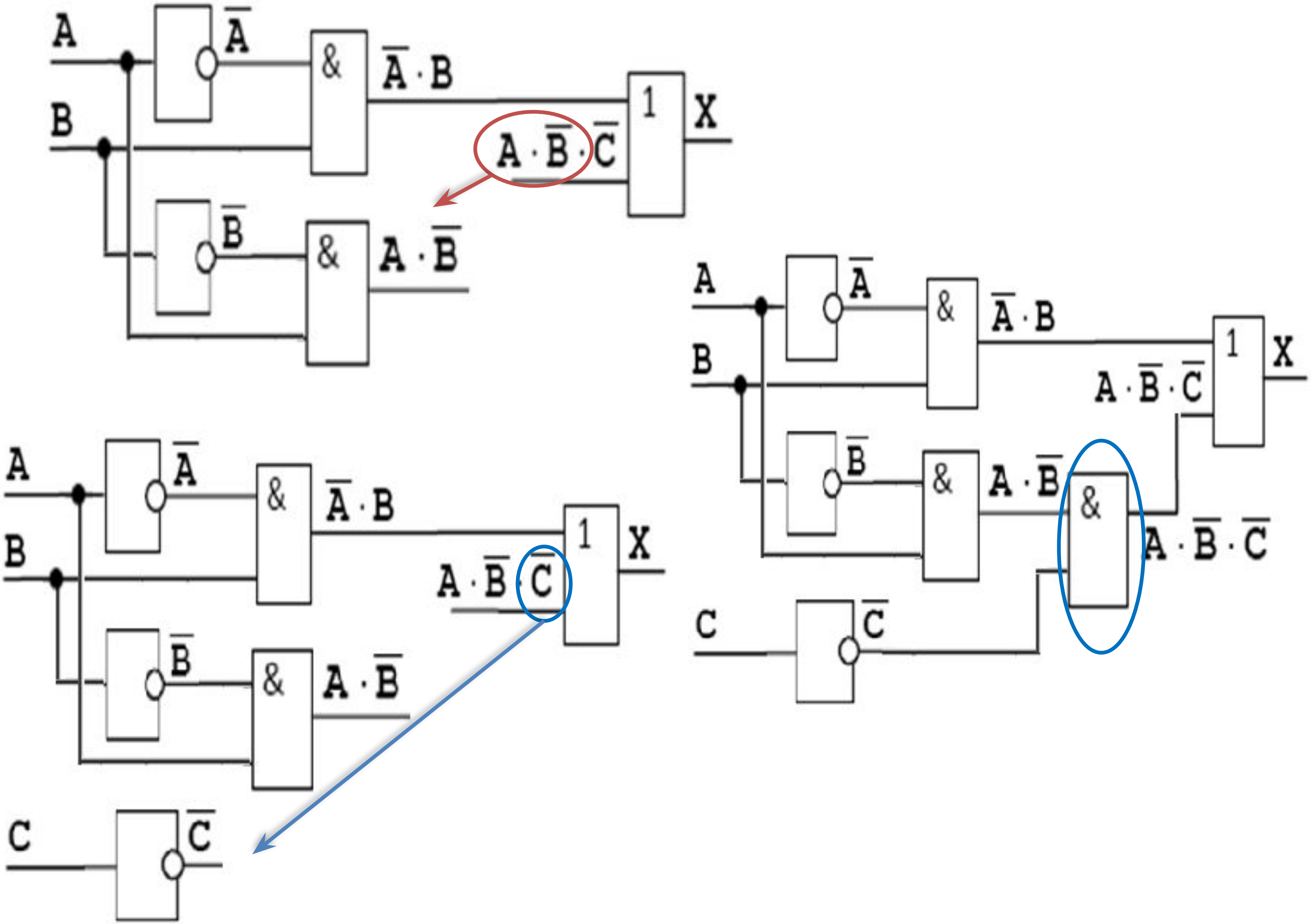
Добавляем элемент



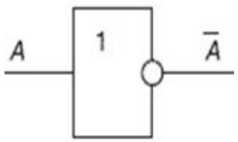
Ставим элемент

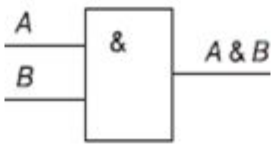


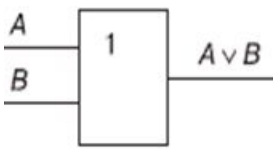

A
B
$\overline{A}$
&
$\overline{A} \cdot B$
$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
1
X
A
B
$\overline{A}$
&
$\overline{A} \cdot B$
$\overline{B}$
$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
1
X
A
B
$\overline{A}$
&
$\overline{A} \cdot B$
$\overline{B}$
$A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
1
X

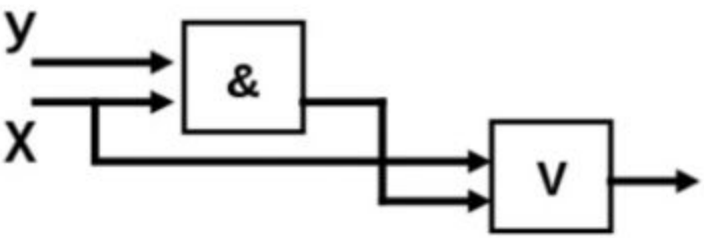

A
$\bar{A}$
&
$\bar{A}\cdot B$
1
X
B
$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
$\bar{B}$
&
$A\cdot\bar{B}$
A
$\bar{A}$
&
$\bar{A}\cdot B$
1
X
B
$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
$\bar{B}$
&
$A\cdot\bar{B}$
&
$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
C
$\bar{C}$
A
$\bar{A}$
&
$\bar{A}\cdot B$
1
X
B
$A\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}$
$\bar{B}$
&
$A\cdot\bar{B}$
C
$\bar{C}$

Составить логическую схему для следующего логического выражения: **F= x V y & x**
(пусть x – истина, y – ложь)









Ответ: 1 V 0 & 1 = 1

Домашнее задание.

Используя законы алгебры логики упростить выражения:

$$F = (A + B) \cdot (A + C)$$

$$F = (A \wedge B \wedge \overline{C}) \vee \overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}$$

$$F = \left(\overline{\overline{A} \vee \overline{B}}\right) \vee \left(A \wedge (\overline{B} \wedge 1)\right)$$

Постройте логическую схему, соответствующую логическому выражению

$F = X \ \& \ Y \ V \ \neg(Y \ V \ X)$.

Вычислить значение выражения для $X=1$, $Y=0$.