

Законы Сохранения



Содержание.




О ЗАКОНАХ СОХРАНЕНИЯ



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА



МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

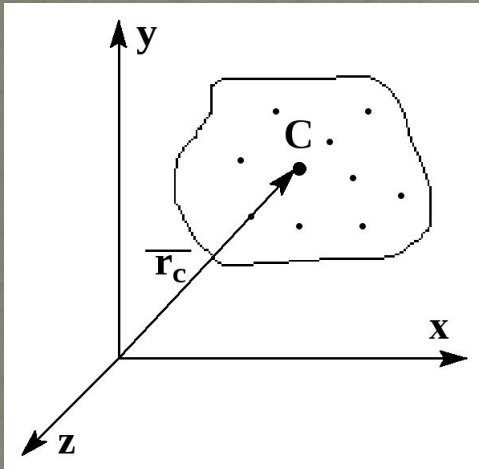


ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА



Конец

О ЗАКОНАХ СОХРАНЕНИЯ



Любое тело можно рассматривать как систему материальных точек, или частиц.

Если в системе с течением времени происходят какие-то процессы, то говорят, что изменяется ее состояние.

Состояние системы можно определить задав положения (координат) и скорости всех ее частиц.

$$\vec{r}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Радиус вектор



Интегралы движения

– функции ,которые могут сохранять свои свойства с течением времени.

Энергия



Импульс



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Момент импульса

Эти три величины имеют важное общее свойство аддитивности:

Их значение для системы, состоящей из частей, взаимодействие которых пренебрежимо мало, равно сумме значений для каждой из частей в отдельности.

Именно свойство аддитивности придает интегралам движения важную роль.



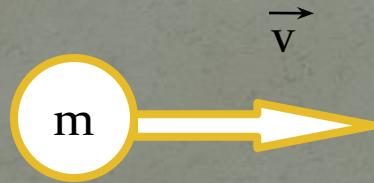
Важнейшая роль обусловлена рядом причин.

- 1) Законы сохранения не зависят от траекторий частиц
- 2) Законы сохранения не зависят от характера действующих сил
- 3) Даже в тех случаях, когда силы в точности известны, законы сохранения могут оказать существенную помощь при решении многих задач о движении частиц.



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс частицы - это произведение ее массы на скорость. $\vec{p} = m\vec{v}$



m - Масса частицы
 v - Скорость частицы
 p - Импульс

Запишем основное уравнение динамики через импульс:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F} \quad (1)$$

производная импульса материальной точки по времени равна действующей на нее силе.

В неинерциальной системе отсчета результирующая сила \mathbf{F} включает в себя не только силы взаимодействия данной частицы с другими телами, но и силы инерции.



Из уравнения (1) следует, что элементарное приращение импульса частицы за промежуток времени dt это импульс силы:

$$d\mathbf{p} = \mathbf{F} dt$$

Проинтегрируем по времени:

$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \int_0^t \mathbf{F} dt$$

Будем считать, что силы $\mathbf{F} = \text{const}$, то их можно вынести из-под интеграла и тогда получим закон изменения импульса частицы:

$$\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{F} \Delta t$$

Приращение импульса частицы за любой промежуток времени равно импульсу действующей на нее силы за то же время.

До сих пор мы рассматривали одну частицу. Перейдем к более сложному случаю, к системе частиц.



Введём новое понятие.

Импульс системы - величина аддитивная равная сумме импульсов ее отдельных частей независимо от того, взаимодействуют они между собой или нет .

$$\mathbf{p}_{cuc} = \sum_i \mathbf{p}_i$$

Продифференцируем это выражение по времени:

$$\frac{d\mathbf{p}_{cuc}}{dt} = \sum_i \frac{d\mathbf{p}_i}{dt}$$

Согласно уравнению (1) получим:

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \sum_k (\mathbf{F}_{ik} + \mathbf{F}_i)$$

Где

F_{ik} - силы, действующие на частицу со стороны других частиц системы, которые обычно называют **внутренние силы**;

F_i - сила, действующая на эту же частицу со стороны других тел, не входящих в рассматриваемую систему, т.е. **равнодействующая внешних сил**.



Объединяя последние два выражения получим:

$$\frac{d\mathbf{p}_{cuc}}{dt} = \sum_i \sum_k \mathbf{F}_{ik} + \sum_i \mathbf{F}_i$$

В этом равенстве двойная сумма

$$\sum_i \sum_k \mathbf{F}_{ik} = \mathbf{0}$$

В соответствии с третьим законом Ньютона силы взаимодействия между частицами системы попарно одинаковы по модулю и противоположны по направлению.

это сумма всех внутренних сил.

$$\frac{d\mathbf{p}_{cuc}}{dt} = \mathbf{F}$$

В результате получаем следующее выражение, где

$$\mathbf{F} - \text{результатирующая всех внешних сил } \mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i$$

производная импульса системы по времени равна векторной сумме всех внешних сил, действующих на частицы системы



Как в случае с одной частицы, получим выражение приращения импульса системы за конечный промежуток времени:

$$\mathbf{p}_{cuc2} - \mathbf{p}_{cuc1} = \int_0^t \mathbf{F} dt$$

- закон изменения импульса системы.

Приращение импульса системы равно импульсу результирующей всех внешних сил за соответствующий промежуток времени.

Импульс системы может изменяться под действием только внешних сил.

Внутренние силы не могут изменить импульс системы независимо от их конкретного вида.



Замкнутая система – система, на которую не действуют внешние силы.

Закон сохранения импульса звучит:

В инерциальной системе отсчета импульс замкнутой системы частиц остается постоянным, т. е. не меняется со временем

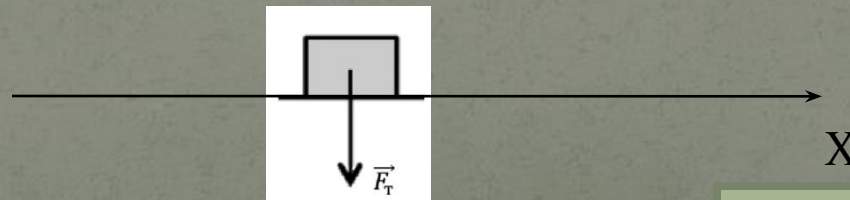
$$\mathbf{p}_{cuc} = \sum_i \mathbf{p}_i(t) = const$$

Не замкнутая система

Закон сохранения импульса выполняется, если результирующая сил будет равна нулю.
Или проекция на одну из осей даст ноль.

$$\frac{dP_x}{dt} = F_x$$

Например, сила тяжести перпендикулярна оси Ox .
Её проекция будет ноль.



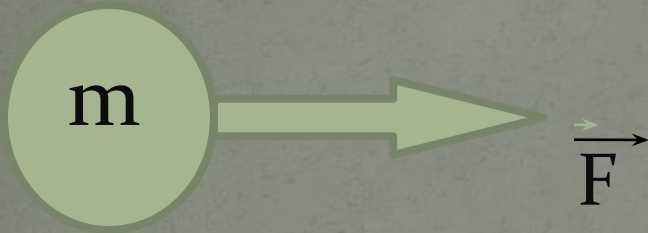
Механическая энергия



СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ.

Рассмотрим понятие кинетической энергии частицы. Пусть частица массы m движется под действием некоторой силы F . Найдем элементарную работу, которую совершает эта сила на элементарном перемещении dr



$$dA = \mathbf{F}d\mathbf{r} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = m\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right)$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия – энергия, зависящая от скоростей движения тел системы.

приращение кинетической энергии частицы на некотором перемещении равно алгебраической сумме работ всех сил, действующих на частицу на том же перемещении.

$$E_{\text{кин1}} - E_{\text{кин2}} = A_{12}$$



$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{конс}} + \mathbf{F}_{\text{сторон}}$$

Результирующая сила, действующая на частицу.

Работа всех этих сил идет на приращение кинетической энергии частицы:

$$dE_{\text{кин}} = dA_{\text{конс}} + dA_{\text{сторон}}$$

$$dA_{\text{конс}} = -dU$$
 - работа поля это убыль потенциальной энергии.

Объединив последние два выражения получим:

$$dE_{\text{кин}} + dU = d(E_{\text{кин}} + U) = dA_{\text{сторон}}$$

работа сторонних сил идет на приращение величины $E_{\text{кин}} + U$.



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

$$E_2 - E_1 = A_{\text{сторон}}$$

приращение полной механической энергии частицы на элементарном перемещении

Это есть закон изменения энергии частицы:

Приращение полной механической энергии частицы на некотором пути равно алгебраической сумме работ всех сторонних сил, действующих на частицу на том же пути.

Если $A_{\text{сторон}} > 0$, то полная механическая энергия частицы увеличивается, если же $A_{\text{сторон}} < 0$, то уменьшается.



Закон сохранения полной механической энергии частицы во внешнем поле:

Если сторонние силы отсутствуют или таковы, что алгебраическая сумма их мощностей равна нулю в течение интересующего нас времени, то полная механическая энергия частицы остается постоянной за это время.

$$E = E_{\text{кин}} + U = \text{const}$$



Проведем классификацию сил по их свойствам.

Известно, что частицы рассматриваемой системы могут взаимодействовать как между собой, так и с телами, не входящими в данную систему.

В соответствии с этим силы взаимодействия между частицами системы называют **внутренними**, а силы, обусловленные действием других тел, не входящих в данную систему, - **внешними**.

Силы делят на **потенциальные** и **непотенциальные**.

$$E_2 - E_1 = A_{\text{сторон}}$$



$$E_2 - E_1 = A_{\text{внеш}} + A_{\text{внутр}}^{\text{непотен}}$$

Это закон изменения энергии системы:
Механическая энергия системы может изменяться под действием как внешних сил, так и внутренних непотенциальных сил.



Закон сохранения механической энергии:

В инерциальной системе отсчета механическая энергия замкнутой системы частиц, в которой нет непотенциальных сил, сохраняется в процессе движения

$$E = E_{\text{кин}} + U = \text{const}$$

ВАЖНО: при движении замкнутой консервативной системы сохраняется именно полная механическая энергия, кинетическая же и потенциальная в общем случае изменяются.



Закон сохранения момента импульса

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M} \quad (1)$$

Где $\mathbf{M} = \sum \mathbf{M}_i$ - суммарный момент всех внешних сил.

производная момента импульса системы по времени
равна суммарному моменту всех внешних сил.

Интегрируя, получим:

$$\mathbf{L}_2 - \mathbf{L}_1 = \int_0^t \mathbf{M} dt$$

Закон изменения момента импульса:

Приращение момента импульса системы равно импульсу суммарного момента всех внешних сил за соответствующий промежуток времени.



$$\mathbf{L} = \sum \mathbf{L}_i(t) = \text{const}$$

Закон сохранения момента импульса:

В инерциальной системе отсчета момент импульса замкнутой системы частиц остается постоянным, т.е, не меняется со временем.

При этом моменты импульса отдельных частей или частиц замкнутой системы могут изменяться со временем!



Спасибо за внимание



Конец
презентации

