

Вычисление производной тангенса и котангенса

15.05.17



ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(kx + b)' = k$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^p}\right)' = -\frac{p}{x^{p+1}}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$(C \cdot u)' = C \cdot u', \text{ где } C = \text{const}$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(C_1 u + C_2 v)' = C_1 u' + C_2 v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$\left(\frac{u}{C}\right)' = \frac{u'}{C}$$

$$\left(\frac{C}{u}\right)' = -\frac{C \cdot u'}{u^2}$$

ПРОИЗВОДНАЯ

СЛОЖНОЙ

ФУНКЦИИ



$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(f(u(x)))' = f'(u) \cdot u'$$

$$(u^k)' = k \cdot u^{k-1} \cdot u'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$$

$$(u(kx+b))' = u'(kx+b) \cdot k$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$$

$$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$$

$$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$$

$$(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$$

$$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$$

$$(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u'$$

Пример 6. Найти производную функции:

а) $y = \operatorname{tg} x$; б) $y = \operatorname{ctg} x$.

Решение. а) Воспользуемся тем, что $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, и правилом дифференцирования частного (теорема 4). Получим:

$$\begin{aligned} (\operatorname{tg} x)' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{\cos^2 x} = \\ &= \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}. \end{aligned}$$

Итак, мы вывели еще одну формулу дифференцирования:

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

С-38. Вычисление производных*Вариант 1*

Найдите производную функции:

1. $y = x^3 - 2x^2 + x + 2;$

4. $y = \frac{1}{\cos x};$

2. $y = \sqrt{x} (2 \sin x + 1);$

5. $y = \frac{3x^2 - 2}{x^3};$

3. $y = \frac{1}{x^2};$

6. $y = \operatorname{tg} x + \frac{1}{x}.$

Найдите производную функции:

1. $y = 0,25x^4 + x^2 - 4;$

4. $y = -\frac{2}{\cos x};$

2. $y = (x^2 - 5x) \cdot (1 - 2\sqrt{x});$

5. $y = \frac{\sin x}{x^2 + 3};$

3. $y = \frac{2}{\sqrt{x}};$

6. $y = (3x + 1)\operatorname{ctg} x.$

С-38. Вычисление производных*Вариант 2*

Найдите производную функции:

1. $y = -x^3 + 0,5x^2 - x + 1;$

4. $y = \frac{1}{\sin x};$

2. $y = -3 \cos x \cdot (x^2 + 2);$

5. $y = \frac{x^4}{3 - x};$

3. $y = \frac{1}{\sqrt{x}};$

6. $y = x^2 + \operatorname{ctg} x.$

Найдите производную функции:

1. $y = -0,5x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x;$

4. $y = \frac{3}{\sin x};$

2. $y = (4\sqrt{x} + 3)\left(1 - \frac{1}{x}\right);$

5. $y = \frac{x^2 + 4}{\cos x};$

3. $y = -\frac{1}{x^3};$

6. $y = x^2 \operatorname{tg} x.$









Дома п.3 стр.172-173

3. Дифференцирование функции $y = f(kx + m)$

Мы знаем, чему равны производные функций $y = x^n$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \sqrt{x}$. Нередко на практике приходится находить производные функций $y = \sin 2x$, $y = \cos\left(3 - \frac{x}{2}\right)$ и т. д. Возникает вопрос: если мы знаем, чему равна производная функции $y = f(x)$, то как вычислить производную функции $y = f(kx + m)$?

Найдите производную функции:

28.15. а) $y = x^3 + 2x^5$;

в) $y = x^3 + 4x^{100}$;

б) $y = x^4 - x^9$;

г) $y = x^4 - 7x^9$.

28.16. а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$;

в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$;

г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

28.17. а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$;

в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

б) $y = \sqrt{x} \cos x$;

г) $y = \sqrt{x} \sin x$.

○28.18. а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$;

в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$;

г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

28.19. а) $y = 3 \sin x + \operatorname{ctg} x$;

в) $y = \cos x + \operatorname{tg} x$;

б) $y = \operatorname{tg} x - \cos x$;

г) $y = 6 \operatorname{tg} x - \sin x$.

28.20. а) $y = x \operatorname{tg} x$;

в) $y = x \operatorname{ctg} x$;

б) $y = \sin x \operatorname{tg} x$;

г) $y = \cos x \operatorname{ctg} x$.

Найдите производную функции:

28.29. а) $y = \sin(3x - 9)$;

в) $y = \cos(9x - 10)$;

б) $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$;

г) $y = \sin(5 - 3x)$.

28.30. а) $y = \sqrt{15 - 7x}$;

в) $y = \sqrt{4 + 9x}$;

б) $y = \sqrt{42 + 0,5x}$;

г) $y = \sqrt{50 - 0,2x}$.

О28.31. Найдите значение производной функции в точке x_0 :

а) $y = (3x - 2)^7$, $x_0 = 3$;

б) $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$;

в) $y = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$;

г) $y = \sqrt{25 - 9x}$, $x_0 = 1$;