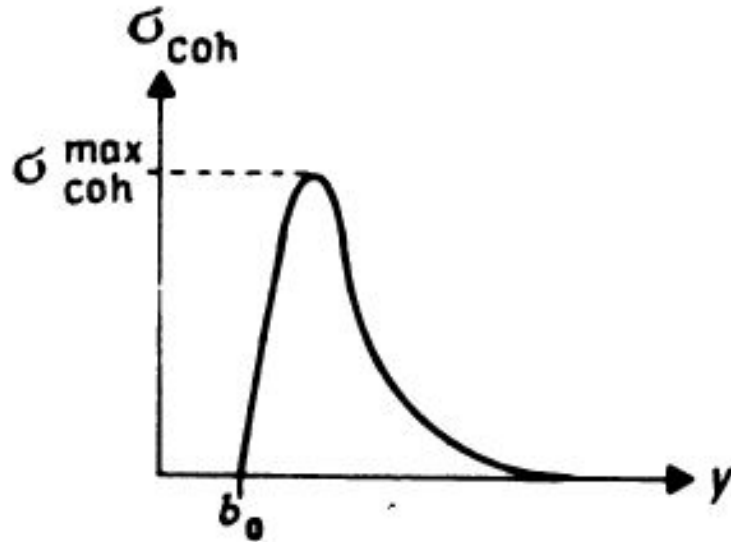


Тема:

«Модель с силами сцепления у
вершины трещины. Модель
Дагдейла.»

Для того, чтобы учесть релаксацию напряжений у вершины трещины, вводятся модели с силами сцепления.



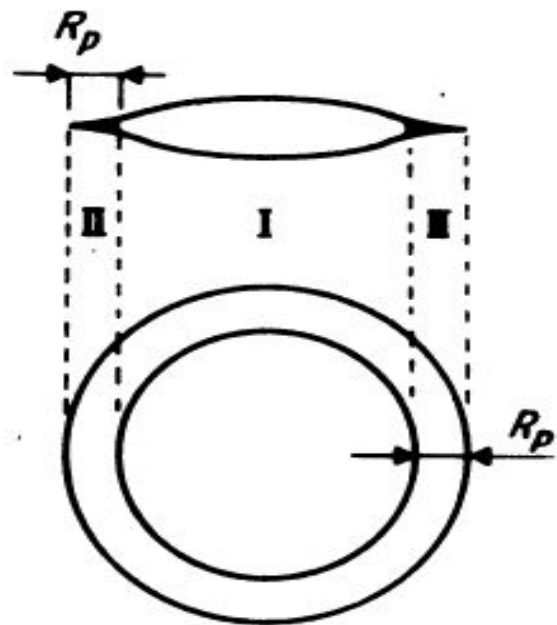
$$\sigma_{coh}^{max} \sim \sqrt{E\gamma/b_0} \sim E/10$$

y – межатомное расстояние; b_0 – межатомное расстояние;

σ_{coh} - напряжение сцепления;

зависимость между поверхностной энергией γ и напряжением сцепления выражается соотношением

$$2\gamma = \int_{b_0}^{\infty} \sigma_{coh}(y) dy$$



Модель трещины с областью действия сил сцепления.

Основные гипотезы концепции сил

1) Длина R_p зоны действия сил сцепления

по сравнению с длиной трещины, однако она достаточна, чтобы применять методы

сплошных сред

2) Профиль трещины в зоне действия сил сцепления и, следовательно, локальное распределение напряжений сцепления не зависят от приложенных внешних нагрузок и являются постоянными материала для

данных

условий температуры и скорости деформирования.

Поля напряжений и перемещений можно представить в виде двух составляющих:

- 1) поля, соответствующие телу без трещины, на которое действует заданная внешняя нагрузка;
- 2) поля, соответствующие телу с трещиной, на берегах которой действуют напряжения $\sigma(\mathbf{x})$, представляющие собой разность между напряжениями сцепления $\overline{\sigma_{coh}(\mathbf{x})}$ и приложенными внешними напряжениями.

Коэффициент интенсивности напряжений K_I подобной модели можно получить, используя принцип наложения:

$$K_I = K_I^a + K_I^b,$$

где K_I^a - коэффициент интенсивности напряжений, связанный с внешней нагрузкой; K_I^b - коэффициент интенсивности напряжений, связанный с силами сцепления

Модель Дагдейла.

Модель Дагдейла представляет действительную трещину длиной l , от вершины которой физически бесконечно тонкая пластическая зона R_p остирается на длину R_p (фиктивная длина трещи $c = l + R_p$)

На длине R_p σ_T силы сцепления имеют постоянное значение и равны пределу текучести

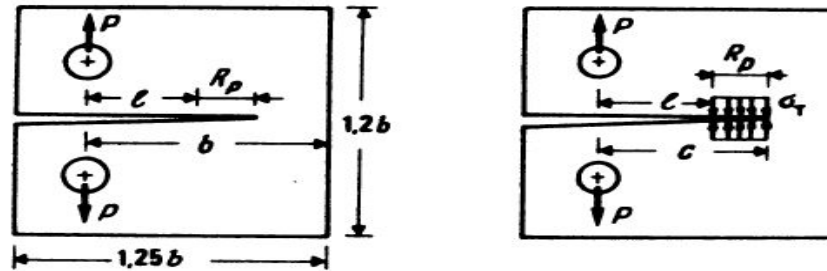


Рис. 8.2. Схема модели Дагдейла.

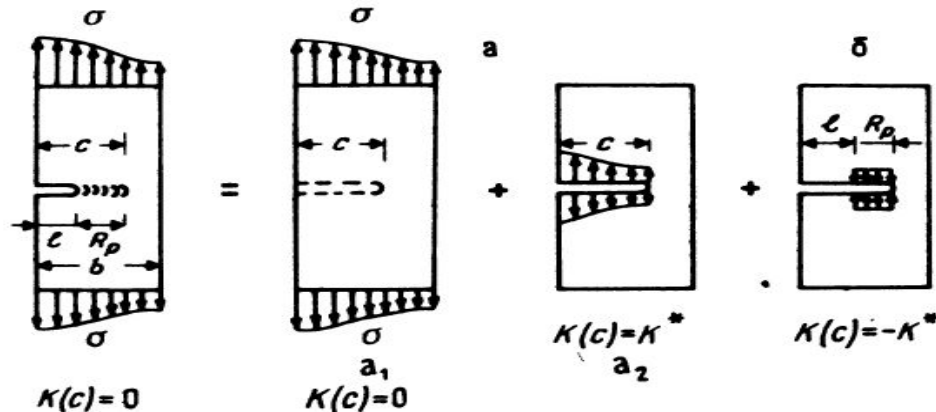


Рис. 8.3. Представление модели Дагдейла в виде двух составляющих a и b (составляющая a разделена на a_1 и a_2).

Коэффициент интенсивности напряжений в случае «а» равен:

$$K_I^a = \sigma \sqrt{\pi(l + R_p)}$$

Коэффициент интенсивности напряжений в случае «б» составляет:

$$K_I^b = 2\sigma_T \sqrt{\frac{l + R_p}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{l}{l + R_p} \right]}$$

Требование, чтобы перемещения были равны нулю в вершине трещины длиной c , определяется соотношением

$$K_I^a(c) + K_I^b(c) = 0.$$

Это условие приводит к соотношению

$$l/(l + R_p) = \cos(\pi\sigma/2\sigma_T)$$

откуда $R_p = l[\sec(\pi\sigma/2\sigma_T) - 1]$. Размер пластической зоны можно представить в форме ряда:

$$R_p = l \sum_{i=1}^{\infty} \frac{|E_i^{el}|}{(2i)!} \left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right)^{2i}$$

Здесь E_i^{el} - члены числовой последовательности Эйлера. В случае $\sigma \ll \sigma_T$ можно использовать

$$R_p = \pi^2 \frac{l}{8} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_T} \right)^2$$

где K_I - коэффициент интенсивности напряжений для трещины длиной $2l$.

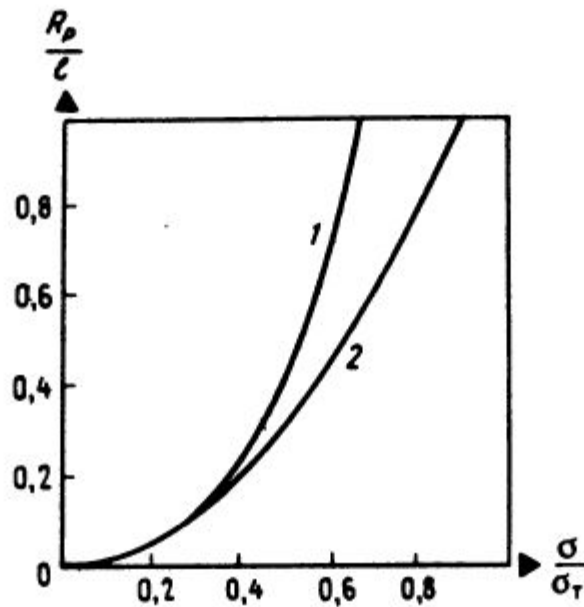


Рис. 8.4. Длина пластической зоны как функция отношения σ/σ_T .
 1 — модель Дагдейла; 2 — модель Ирвина.

Для расчета перемещений вычисляется функция Вестергафта Z_a для случая «а» и для случая «б». Применяя принцип наложения можно на $\bar{Z} = \hat{Z}_a + Z_b$. Функция примет вид

$$Z_a = \sigma(z_1 + l) / \sqrt{(z_1 + l)^2 - (l + R_p)^2}$$

$z = z_1 + l$, z_1 — комплексная переменная

$$Z_b = -\sigma_T \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{l}{l + R_p} \right) \frac{z_1 + l}{\sqrt{(z_1 + l)^2 - (l + R_p)^2}} +$$

$$+\sigma_T \left\{ -\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{l}{z_1 + l} \sqrt{\frac{(z_1 + l)^2 - (l + R_p)^2}{(l + R_p)^2 - l^2}} \right\},$$

С учётом формулы $l/(l + R_p) = \cos(\pi\sigma/2\sigma_T)$ выражение для Z:

$$Z = \frac{2\sigma_T}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R_p(2l + R_p)(z_1 + l)}{(z_1 - R_p)(z_1 + 2l + R_p)l}}$$

Соотношение $\epsilon_{2\mu v} = [(\kappa + 1)/2] \operatorname{Im}(\int Z dz - y \operatorname{Re} Z)$ определяет перемещение $v(x)$ в направлении y . В плоскости $y=0$ справедливо соотношение

$2\mu v = [(\kappa + 1)/2] \operatorname{Im}(\int Z dz)$, откуда следует

$$v(x) = \frac{(\kappa + 1)\sigma_T l}{4\pi\mu} \left[\ln \frac{1 + \sqrt{\frac{2l+R_p+x}{2l+R_p} \left(1 - \frac{x}{R_p}\right)}}{1 - \sqrt{\frac{2l+R_p+x}{2l+R_p} \left(1 - \frac{x}{R_p}\right)}} - \left(1 + \frac{x}{l}\right) \ln \frac{1 + \frac{x}{l} + \sqrt{\frac{2l+R_p+x}{2l+R_p} \left(1 - \frac{x}{R_p}\right)}}{1 + \frac{x}{l} - \sqrt{\frac{2l+R_p+x}{2l+R_p} \left(1 - \frac{x}{R_p}\right)}} \right]$$

В вершине трещины $v(x=0) = \frac{(\kappa + 1)\sigma_T l}{2\pi\mu} \ln \left(\sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right)$

Раскрытие трещины δ определяется величиной $\hat{\delta} = 2v(x=0)$ и при плоском напряжённом состоянии можно получить

$$\delta = 8 \frac{\sigma_T l}{\pi E} \ln \left(\sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right)$$