Теория автоматического управления

Лекция 3. Каноническая форма с общим выходом. Управляемая каноническая форма. Наблюдаемая каноническая форма. Структурные схемы.

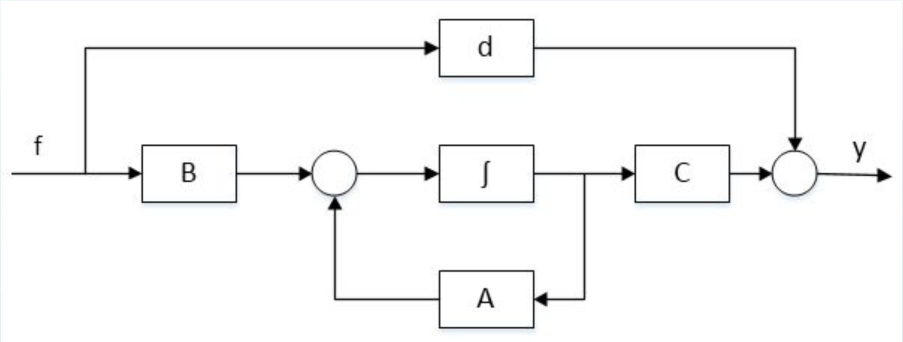
Наблюдаемая каноническая форма

- Пусть записано уравнение в следующем виде

$D(p)y(t) = g_0 f(t)$

$d_n = 1, G(p) = g_0, m = 0, V_1 = y.$

$\frac{dV_1}{dt} = \frac{dy}{dt} = V_2; \ \frac{dV_2}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = V_3; \ \ldots \frac{dV_{n-1}}{dt} = \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} = V_n.$



N-1 – количество уравнений состояния.

$d_n \frac{d^n y}{dt^n} + d_{n-1} \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \ \ldots d_1 \frac{dy}{dt} + d_0 y = g_0 f.$

$\frac{dV_n}{dt} = -d_0 V_1 - d_1 V_2 - \ldots - -d_{n-1} V_n + \ g_0 f$

$$\begin{cases} \frac{d\vec{V}}{dt} = A\vec{V} + Bf \\ y = C\vec{V} + df \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \end{pmatrix}$$

$$d = 0$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -d_0 & -d_1 & -d_2 & \cdots & -d_n \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \ldots \\ g_0 \end{pmatrix}$$

А – матрица Фробениуса

Наблюдаемая каноническая форма

- Пусть $D(p)y(t) = G(p)f(t)$, $G(p) = g_m p^m + g_{m-1}p^{m-1} + \ ... + g_1 p + g_0.,\ d_n = 1.$

А – матрица Фробениуса

$$LB = G, \text{где } B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \text{при } m < n, G = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \dots \\ g_m \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},\ m = n\ ,\ G = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \dots \\ g_{n-1} \end{pmatrix}, L =$$

$$L = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_{n-1} & 1 \\ d_2 & d_3 & \dots & 1 & 0 \\ d_3 & d_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$d = 0$$

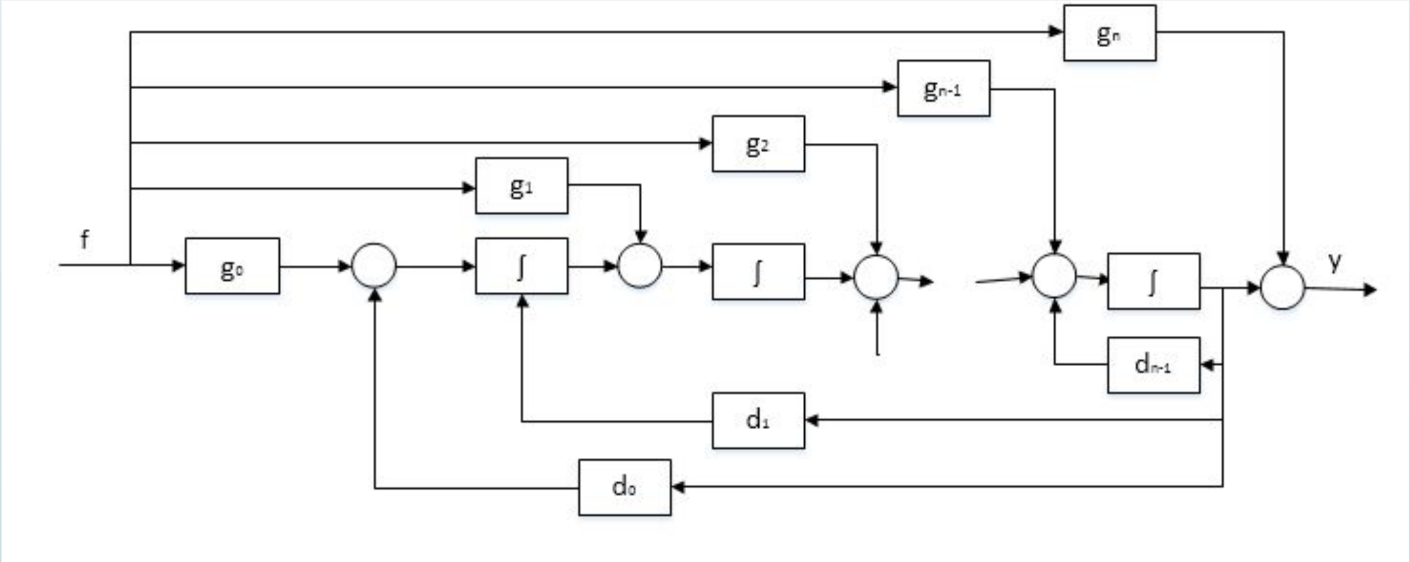
Управляемая каноническая форма

$D(p)y(t) = g_0 f(t)$, $d_n = 1$, A – матрица Фробениуса.

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}, C = (g_0 \quad g_1 \quad \dots \quad 0)$$

Идентификационное каноническое представление

$$W(s) = \frac{g_n s^n + g_{n-1} s^{n-1} + \ \dots + \ g_1 s + g_0}{s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \ \dots + \ d_1 s + d_0}$$



Диагональная каноническая формы

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ s_1 & s_2 & \dots & s_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1^{n-1} & s_2^{n-1} & \dots & s_n^{n-1} \end{pmatrix} = T$$

A – матрица Фробениуса для преобразования A к диагональному виду можно использовать матрицу Вандермонта.

$s_1 \; \dots \; s_n$ – собственные числа матрицы A.

Все собственные числа различны, $\det W \neq 0 \; \rightarrow \; \exists \; W^{-1}, \; \tilde{A} = diag\,\{s_1 \; \dots \; s_n\} = W^{-1}AW, \tilde{B} = W^{-1}B;$

$\tilde{C} = CW.$

Задания

1. Изобразить структурную схему для наблюдаемой канонической формы для системы n-го порядка.
2. Изобразить структурную схему для управляемой канонической формы для системы n-го порядка.
3. Определить матрица для идентификационного канонического