

Теория автоматического управления



Лекция 3. Каноническая форма с общим выходом. Управляемая каноническая форма. Наблюдаемая каноническая форма. Структурные схемы.

Наблюдаемая каноническая форма

Пусть записано уравнение в следующем виде

$$D(p)y(t) = g_0 f(t)$$

$$d_n = 1, G(p) = g_0, m = 0, V_1 = y.$$

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{dy}{dt} = V_2; \quad \frac{dV_2}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = V_3; \quad \dots \quad \frac{dV_{n-1}}{dt} = \frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} = V_n.$$

$n-1$ – количество уравнений состояния.

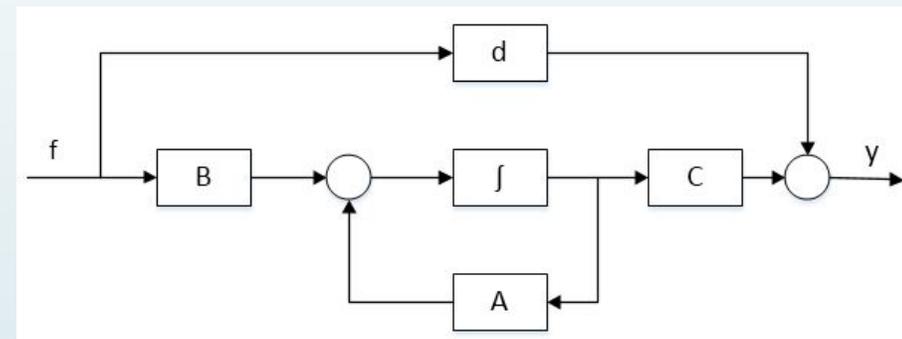
$$d_n \frac{d^n y}{dt^n} + d_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + d_1 \frac{dy}{dt} + d_0 y = g_0 f.$$

$$\frac{dV_n}{dt} = -d_0 V_1 - d_1 V_2 - \dots - d_{n-1} V_n + g_0 f$$

$$\begin{cases} \frac{d\vec{V}}{dt} = A\vec{V} + Bf \\ y = C\vec{V} + df \end{cases}$$

$$\begin{aligned} C &= (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0) \\ d &= 0 \end{aligned}$$

A – матрица Фробениуса



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -d_0 & -d_1 & -d_2 & \dots & -d_n \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ g_0 \end{pmatrix}$$

Наблюдаемая каноническая форма

▣ Пусть $D(p)y(t) = G(p)f(t)$, $G(p) = g_m p^m + g_{m-1} p^{m-1} + \dots + g_1 p + g_0$, $d_n = 1$.

A – матрица Фробениуса

$$LB = G, \text{ где } B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}, \text{ при } m < n, G = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \dots \\ g_m \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, m = n, G = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \dots \\ g_{n-1} \end{pmatrix}, L =$$

$$L = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 & \dots & d_{n-1} & 1 \\ d_2 & d_3 & \dots & 1 & 0 \\ d_3 & d_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = (1 \ 0 \ \dots \ 0)$$
$$d = 0$$

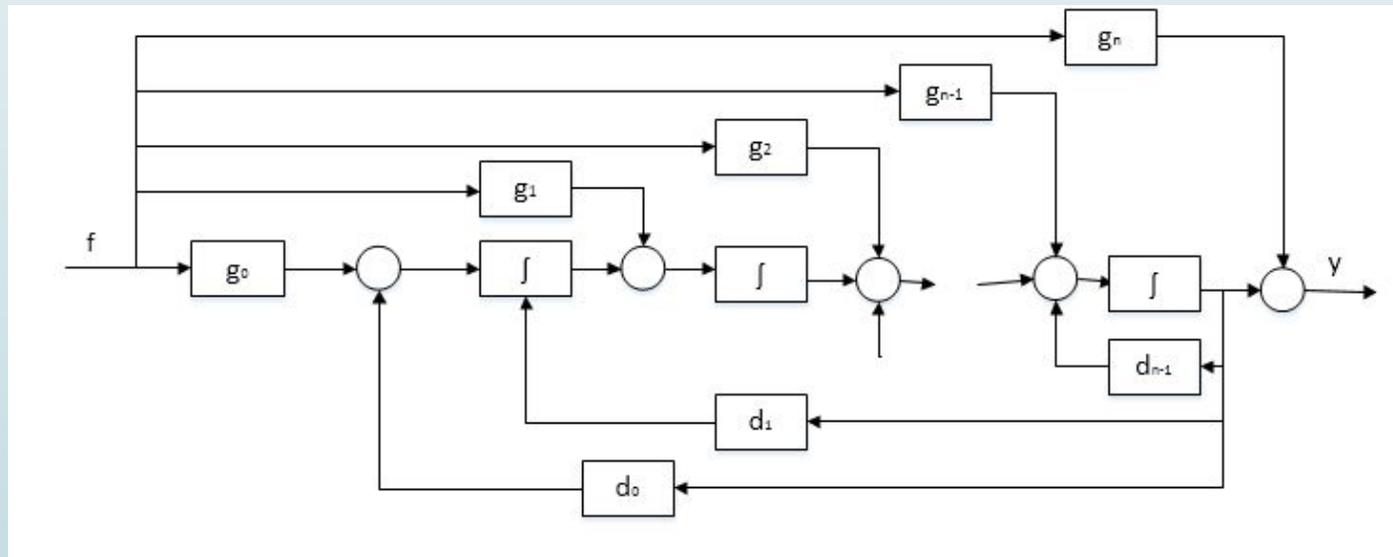
Управляемая каноническая форма

$\mathbb{D}(p)y(t) = g_0 f(t)$, $d_n = 1$, A – матрица Фробениуса.

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}, C = (g_0 \quad g_1 \quad \dots \quad 0)$$

Идентификационное каноническое представление

$$W(s) = \frac{g_n s^n + g_{n-1} s^{n-1} + \dots + g_1 s + g_0}{s^n + d_{n-1} s^{n-1} + \dots + d_1 s + d_0}$$



Диагональная каноническая формы

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ s_1 & s_2 & \dots & s_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1^{n-1} & s_2^{n-1} & \dots & s_n^{n-1} \end{pmatrix} = T$$

\tilde{A} – матрица Фробениуса для преобразования A к диагональному виду можно использовать матрицу Вандермонта.

$s_1 \dots s_n$ – собственные числа матрицы A .

Все собственные числа различны, $\det W \neq 0 \rightarrow \exists W^{-1}, \tilde{A} = \text{diag} \{s_1 \dots s_n\} = W^{-1}AW, \tilde{B} = W^{-1}B;$

$\tilde{C} = CW.$

Задания

1. Изобразить структурную схему для наблюдаемой канонической формы для системы n -го порядка.
2. Изобразить структурную схему для управляемой канонической формы для системы n -го порядка.
3. Определить матрица для идентификационного канонического