

# Teoretické základy informatiky

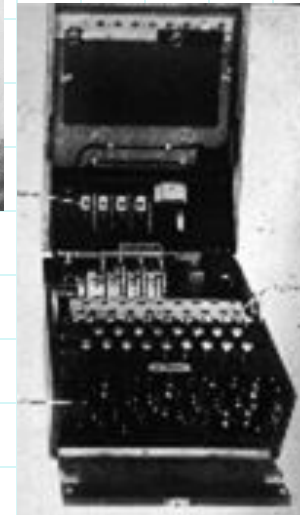
## Turingov stroj

# Alan Turing (1912-1954) "the father of modern computer science"

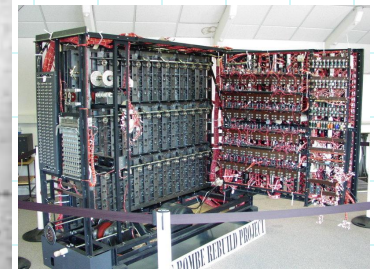
- 1936 práca "*On Computable Numbers with an application to the Entscheidungsproblem*" - model abstraktných výpočtových strojov pre rôzne výpočty, používal unárnu číselnú sústavu, pripočítanie zretázením, dokáže realizovať akýkoľvek algoritmus
- 1940 *Turing-Welchman Bombe*, 1939-1942 práca na dešifrovacom stroji pre Enigmu počas 2. svetovej vojny
- 1950 *Computing Machinery and Intelligence*  
Turingov test v umelej inteligencii, ako dosiahnuť, aby stroj myslel ako človek



Alan Turing



The Enigma cipher machine



Replica of a bombe machine



Alan Turing (right) at the console of the Manchester computer

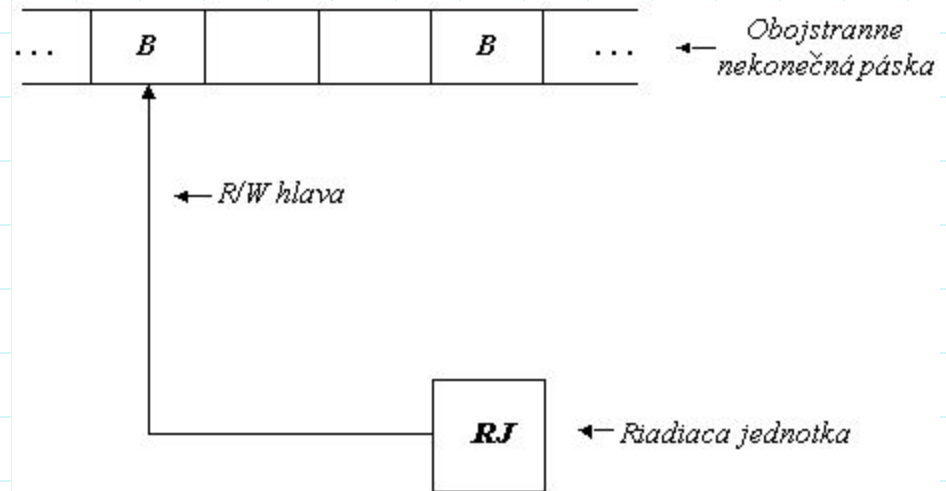
## ZDROJE:

<http://www.turing.org.uk/turing/>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Alan\\_Turing](http://en.wikipedia.org/wiki/Alan_Turing)

# Turingov stroj – neformálny popis

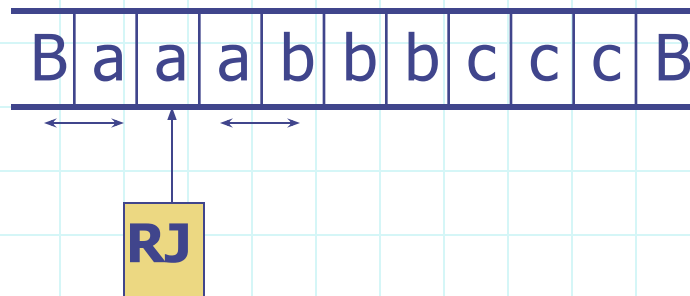
Výpočtový model reprezentovaný Turingovým strojom:



- riadiaca jednotka,
- čítacia/zapisovacia hlava
- nekonečná vstupná páska.

# Turingov stroj

Turingov stroj = Turing machine  
TS, TM



Hlava – číta aj prepisuje

Pohyb hlavy – vpravo, stoj, vľavo

Páska – nekonečná, za hranicami slova sú symboly  
„blank“ - B

# Definícia - Turingov Stroj

## Definícia 1.1.1 Nedeterministický turingov stroj

Nedeterministický turingov stroj (*NTM - nondeterministic turing machine*) je šestica  $TM = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ , kde:

$K$  je konečná množina stavov,

$\Sigma$  je vstupná abeceda,

$\Gamma$  je pracovná abeceda, ( $\Sigma \subseteq \Gamma; B \in \Gamma; B - \text{blank}$ )

$\delta$  je prechodová funkcia, pričom platí

$$\delta : K \times \Gamma \rightarrow 2^{K \times \Gamma \times \{-1;0;1\}}$$

$q_0 \in K$  je počiatkový stav,

$F \subseteq K$  je množina koncových (akceptačných) stavov.

**Poznámka 1.1.1** Ak platí  $\#(\delta(q, a)) \leq 1$ , hovoríme, že Turingov stroj je deterministický.

# TS: Konfigurácia, krok výpočtu

*Konfigurácia Turingovho stroja* je trojica (stav, neprázdny obsah pásky, poloha hlavy)

$$K \times \Gamma^+ \times N$$

$$(q, x) \in K \times \Gamma^* \uparrow \Gamma^*$$

kde:

$q$  je momentálny stav,

$x$  je čítaný symbol,

$\uparrow$  je poloha hlavy.

*Krok výpočtu Turingovho stroja* je relácia  $\vdash_A$  na konfigurácii definovaná nasledovne:

$$(q, au) \vdash_A (p, u, P), \quad ak \quad \delta(q, a) = p,$$

pričom  $p, q \in K$ ,  $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$ ,  $u \in \Gamma \cup \{B\}$ ,  $P \in \{-1, 0, 1\}$ .

*Jazyk rozpoznávaný Turingovým strojom* (koncovým stavom) je množina

$$L(A) = \{ w \in \Sigma^* \mid (\dots), q \in F \}.$$



# Techniky pri konštrukcii TM

- Viacnásobné stopy
- Zapamätanie si symbolov v stave
- Označovanie symbolov
- Podprogramy - simulovanie



# Príklady

$$L_2 = \{w1^i\#1^i\#1^iw^R \mid w \in \{a,b\}^*, i \in \mathbb{N}^+\}$$

$$L_3 = \{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\} \in \mathcal{L}_{CS}$$

$$L_4 = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^+\} \quad - \text{ NPDA, DTM}$$

# Trieda jazykov rozpoznávaná TS

**Veta 1.1.1** *Trieda jazykov rozpoznávaných nedeterministickými turingovými strojmi je zhodná s triedou všetkých rekurzívnych vyčísliteľných jazykov. Formálne:*

$$\mathcal{L}(NTM) = \mathcal{L}_{RE} . \quad (1.1)$$

**Veta 1.1.2** *Trieda jazykov rozpoznávaných nedeterministickými turingovými strojmi je zhodná s triedou jazykov rozpoznávaných deterministickými turingovými strojmi. Formálne:*

$$\mathcal{L}(NTM) = \mathcal{L}(DTM) . \quad (1.2)$$

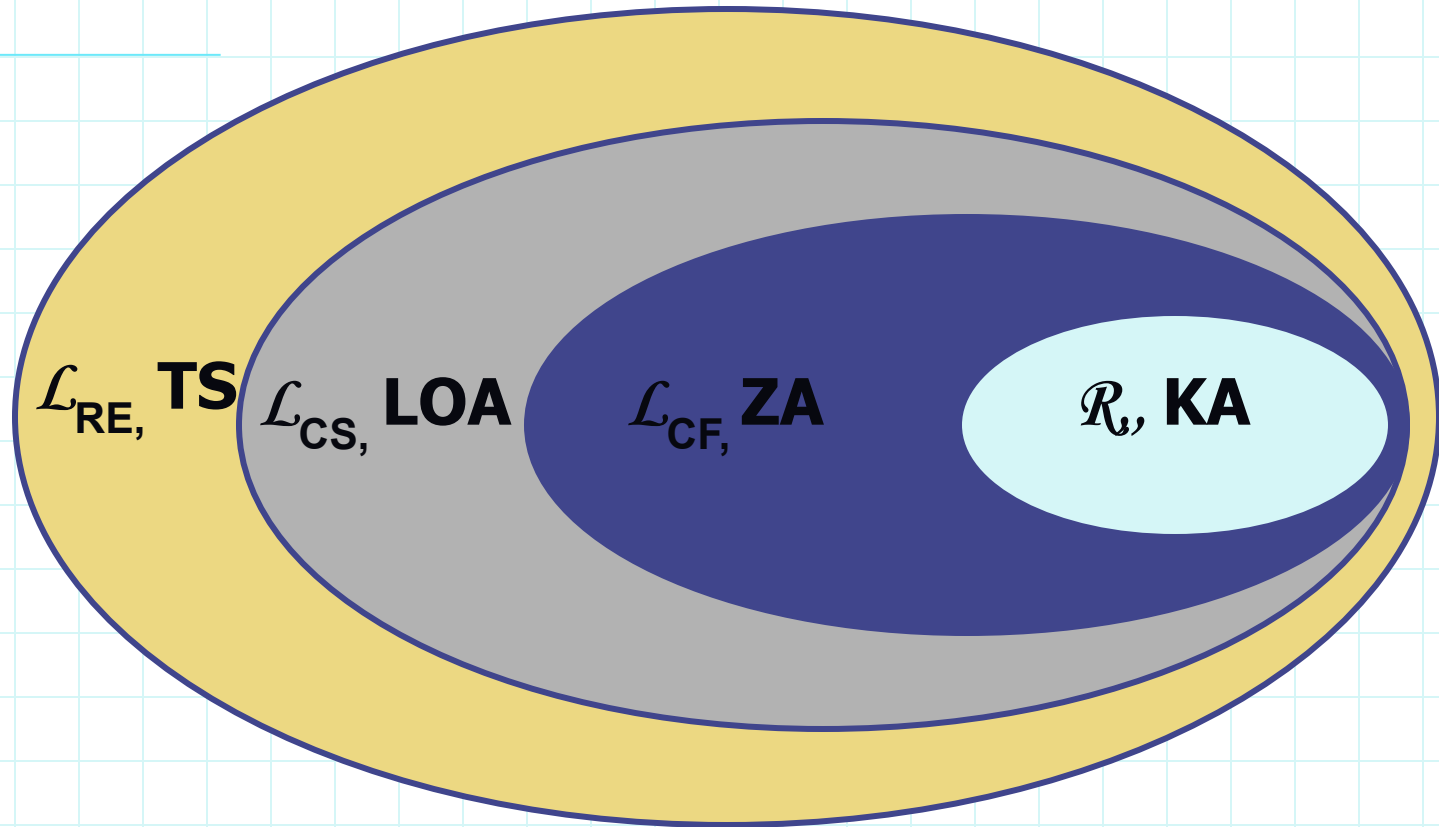
**Poznámka 1.1.2** *Zdôvodnenie sa konštruuje cez strom konfigurácií, kde simulujeme výpočet nedeterministického turingovho stroja tak, že prehladávam strom konfigurácií do šírky, kým nenájdem akceptujúcu konfiguráciu.*

# Uzáverové vlastnosti triedy $\mathcal{L}_{RE}$

**Veta 1.1.3** *Trieda rekurzívnych vyčísliteľných jazykov  $\mathcal{L}_{RE}$  je uzavretá vzhľadom na operácie:*

1. *prieniku ( $\cap$ ),*
2. *zjednotenia ( $\cup$ ),*
3. *zret'azenia ( $\cdot$ ).*

# Chomského hierarchia jazykov



$\mathcal{L}_{RE}$  Trieda rekurzívne vyčísliteľných jazykov, generovaných frázovou gramatikou (Turingov Stroj)

$\mathcal{L}_{CS}$  Trieda kontextových jazykov, generovaných kontextovou gramatikou (Lineárne ohraničený Automat)

$\mathcal{L}_{CF}$  Trieda bezkontextových jazykov, generovaných bezkontextovou gramatikou (Zásobníkový Automat)

$\mathcal{R}$  Trieda regulárnych jazykov, generovaných regulárnou gramatikou (Konečný Automat)

# Vzt'ah automatov a jazykov z Chomského hierarchie

Automat	Determin. verzia	Nedetermin. verzia	Trieda jazykov
konečný	$\mathcal{L}(DFA)$	$= \mathcal{L}(NFA)$	$= \mathcal{R}$
zásobníkový	$\mathcal{L}(DPDA)$	$\subsetneq \mathcal{L}(NPDA)$	$= \mathcal{L}_{CF}$
lin. ohraničený	$\mathcal{L}(DLBA)$	$\subseteq^* \mathcal{L}(NLBA)$	$= \mathcal{L}_{CS}$
Turingov stroj	$\mathcal{L}(DTM)$	$= \mathcal{L}(NTM)$	$= \mathcal{L}_{RE}$

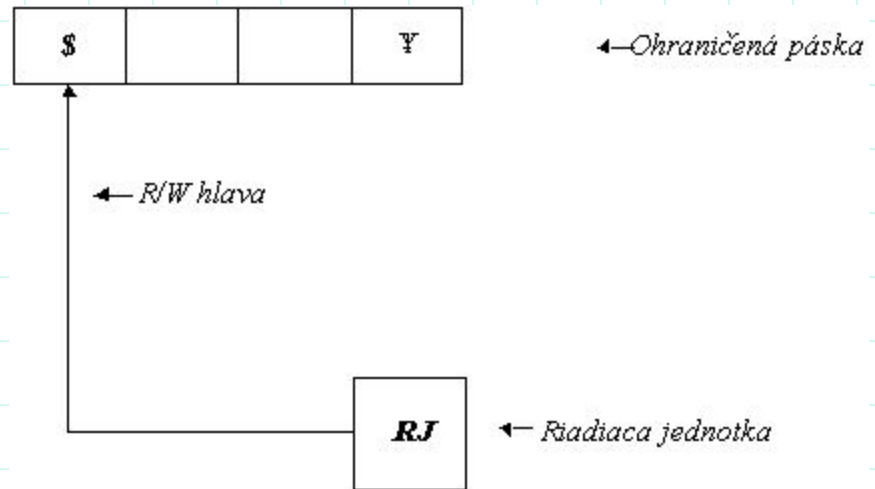
\* 1. LBA problém; platí jedna z dvoch možností: buď  $\subsetneq$  alebo  $=$ .

# Teoretické základy informatiky

## Lineárne ohraničený automat

# Lineárne ohraničený automat – neformálny popis

Výpočtový model reprezentovaný Lineárne ohraničeným automatom:



- riadiaca jednotka,
- čítacia/zapisovacia hlava
- ohraničená vstupná páska.

# Trieda jazykov rozpoznávaná LBA

**Veta 1.2.1** *Trieda jazykov rozpoznávaných nedeterministickými Lineárne ohraničeným automatom je zhodná s triedou všetkých kontextových jazykov. Formálne:*

$$\mathcal{L}(NLBA) = \mathcal{L}_{CS} . \quad (1.3)$$



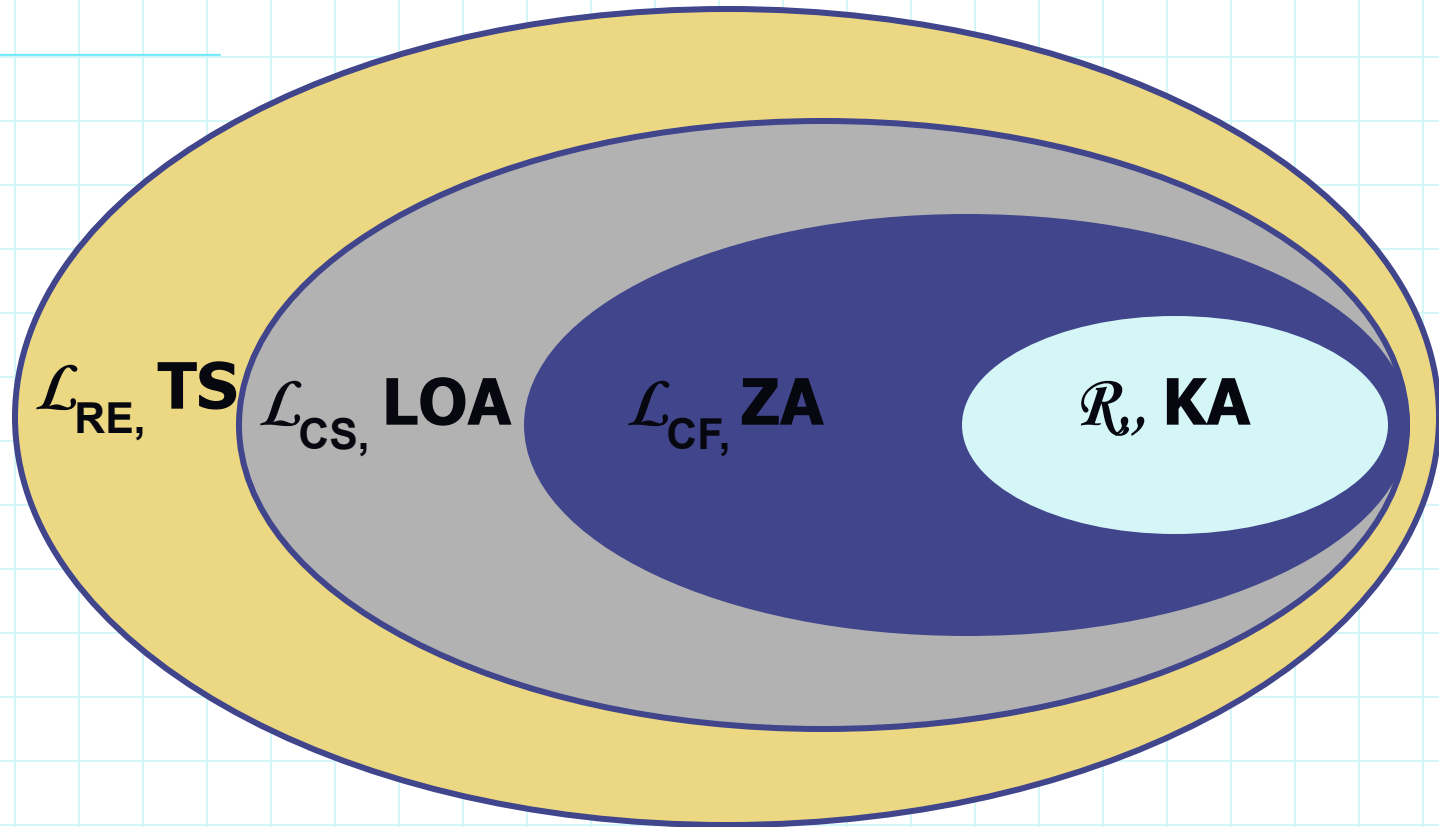
# Uzáverové vlastnosti triedy $\mathcal{L}_{CS}$

**Veta 1.2.2** *Trieda kontextových jazykov  $\mathcal{L}_{CS}$  je uzavretá vzhľadom na operácie:*

1. *zjednotenia ( $\cup$ ),*
2. *zret'azenia ( $\cdot$ ).*
3. *nevymazávajúci homomorfizmus  $h$ ,*
4. *prieniku ( $\cap$ ),*
5. *doplnu ( $^C$ ).*

**Veta 1.2.3** *Trieda kontextových jazykov  $\mathcal{L}_{CS}$  nie je uzavretá vzhľadom na operáciu vymazávajúci homomorfizmus.*

# Chomského hierarchia jazykov



$\mathcal{L}_{RE}$  Trieda rekurzívne vyčísliteľných jazykov, generovaných frázovou gramatikou (Turingov Stroj)

$\mathcal{L}_{CS}$  Trieda kontextových jazykov, generovaných kontextovou gramatikou (Lineárne ohraničený Automat)

$\mathcal{L}_{CF}$  Trieda bezkontextových jazykov, generovaných bezkontextovou gramatikou (Zásobníkový Automat)

$\mathcal{R}$  Trieda regulárnych jazykov, generovaných regulárnou gramatikou (Konečný Automat)

# Vzt'ah automatov a jazykov z Chomského hierarchie

Automat	Determin. verzia	Nedetermin. verzia	Trieda jazykov
konečný	$\mathcal{L}(DFA)$	$= \mathcal{L}(NFA)$	$= \mathcal{R}$
zásobníkový	$\mathcal{L}(DPDA)$	$\subsetneq \mathcal{L}(NPDA)$	$= \mathcal{L}_{CF}$
lin. ohraničený	$\mathcal{L}(DLBA)$	$\subseteq^* \mathcal{L}(NLBA)$	$= \mathcal{L}_{CS}$
Turingov stroj	$\mathcal{L}(DTM)$	$= \mathcal{L}(NTM)$	$= \mathcal{L}_{RE}$

\* 1. LBA problém; platí jedna z dvoch možností: buď  $\subsetneq$  alebo  $=$ .

**Ďakujem za pozornosť.**