

## **Основные вопросы, рассматриваемые в рамках занятий модуля №23:**

- 1) Изучение новых разделов: «Электрический ток. Закон Ома для однородного участка цепи. Соединения проводников. Электрическая ёмкость проводника. Конденсатор. Соединение конденсаторов».
- 2) Примеры решения задач.
- 3) Контрольная работа (домашнее задание).

**Лектор: Денисов Дмитрий**  
**Геннадьевич**  
e-mail: denisov\_dg@mail.ru

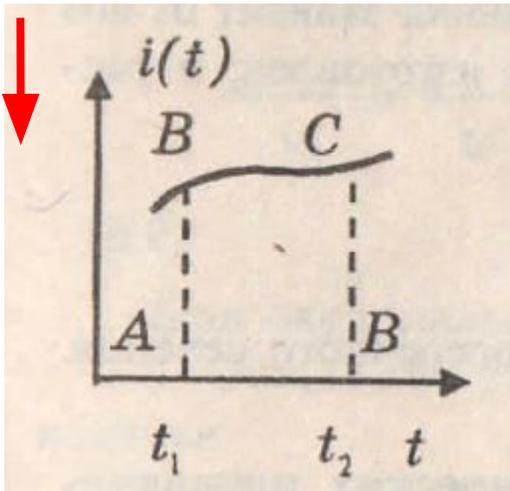


Количественной характеристикой тока является **сила тока**

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \text{const} \quad , (1)$$

где  $\Delta q$  – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $\Delta t$ . Если сила тока с течением времени не меняется, то ток называют постоянным. Сила тока зависит от заряда  $q_0$  частиц, образующих электрический ток, концентрации  $n$  этих частиц, скорости  $v$  их упорядоченного движения, площади  $S$  поперечного сечения проводника и выражается формулой:

$$I = |q_0| n v S \quad , (2)$$



$$i(t) = q'(t) \quad , (3)$$

$$q(t) = S_{ABCD} = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt \quad , (4)$$



**Плотностью электрического тока** называют отношение силы тока  $I$  к площади поперечного сечения проводника  $S$ :

$$j = \frac{I}{S}, \quad (5)$$

Для возникновения и существования постоянного электрического тока в веществе должны выполняться два условия:

1. В веществе должны присутствовать свободные заряды.
2. Необходима сила, действующая на заряды в определенном направлении.

В металлах, например, свободными зарядами являются свободные электроны. Для создания силы, действующей на заряды, к концам проводника прикладывают постоянную разность потенциалов. В результате в проводнике возникает электрическое поле, которое действует на свободные заряды с силой  $F = |q_0|E$ , где  $E$  – напряженность поля. Эта сила заставляет свободные заряды смещаться вдоль проводника.



## Сопротивление проводника. Закон Ома для однородного участка цепи. Последовательное и параллельное соединение проводников

Проводник характеризуется своим сопротивлением  $R$  электрическому току. Сопротивление проводника зависит от его размеров, а также вещества, из которого он изготовлен, и рассчитывается по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (6)$$

↓ где  $l$  – длина проводника,  $S$  – площадь поперечного сечения,  $\rho$  – удельное сопротивление.

Электрическое сопротивление металлических проводников с ростом температуры возрастает и вычисляется по формуле:

$$R(t) = R_0 (1 + \alpha t), \quad (7)$$

↓ где  $R_0$  – сопротивление проводника при  $0^\circ\text{C}$ ,  $t$  – температура  $^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

Участок электрической цепи, не содержащий источников тока, называется однородным. Однородный участок цепи можно рассматривать как проводник сопротивлением  $R$ .



## Закон Ома

$$I = \frac{u}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}, (8)$$

При последовательном соединении

1. Сила тока в проводниках одинакова:

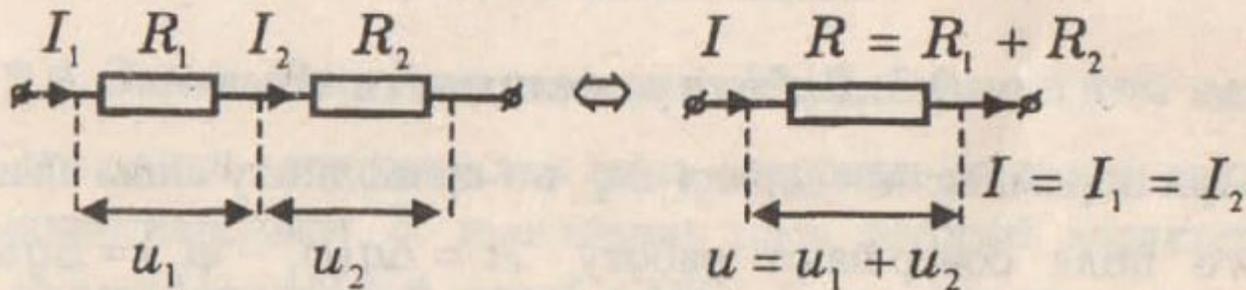
$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = I, (9)$$

2. Напряжение равно сумме напряжений на проводниках:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n, (10)$$

3. Сопротивление равно сумме сопротивлений проводников:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n, (11)$$



### При параллельном соединении

1. Общий ток равен сумме токов, протекающих через проводники:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n, \quad (12)$$

2. Напряжение на проводниках одинаково:

$$u_1 = u_2 = \dots = u_n.$$

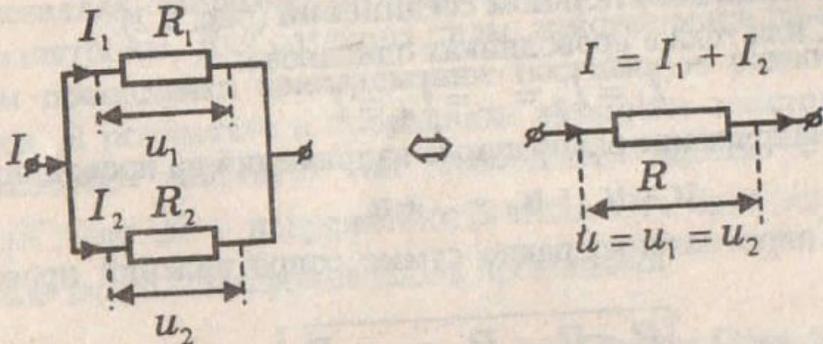
Сопротивление участка электрической цепи, состоящего из параллельно соединенных проводников, рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}, \quad (13)$$

Из формулы (9.10) получаем два важных частных случая:

1. При  $n = 2$  
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

2. При  $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R_0$  
$$R = \frac{R_0}{n}.$$



## Електроёмкость. Плоский конденсатор

Електроёмкостью проводника называют отношение заряда проводника  $Q$  к его потенциалу  $\varphi$

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \quad (14)$$

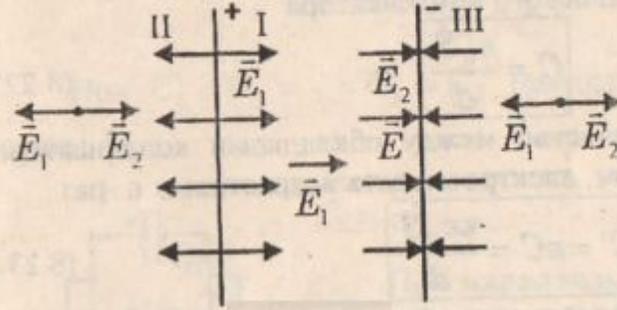
Опыт показывает, что заряд проводника пропорционален его потенциалу. Поэтому электроёмкость не зависит ни от заряда, ни от потенциала и определяется формой и размерами проводника. В частности, шар радиусом  $R$  и зарядом  $Q$  имеет потенциал поверхности  $\varphi = k \frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$ , поэтому его электроёмкость

$$C = 4\pi\epsilon_0 R, \quad (15)$$

Електроёмкостью двух проводников называют отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этими проводниками

$$C = \frac{|Q|}{|\varphi_1 - \varphi_2|} = \frac{|Q|}{|u|}, \quad (16)$$

Плоский конденсатор представляет собой две параллельные пластины, разделенные слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами пластин.



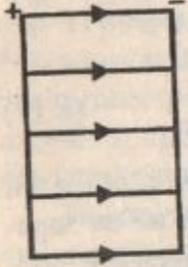
При зарядке конденсатора одна из его пластин (обкладок) получает положительный заряд, другая — равный по модулю отрицательный заряд

Зарядом конденсатора называют абсолютную величину заряда одной из пластин.

$$|\sigma| = \frac{|Q|}{S}, \quad (17)$$



## Електроемкость. Плоский конденсатор



В вакууме каждая пластина создает поле с напряженностью  $E_1 = E_2 = \frac{|\sigma|}{2\epsilon_0}$ . Результирующее поле пластин находим по принципу суперпозиции  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  (рис. 8.11).

Сложение векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  в областях II и III (вне пластин) приводит к результату  $\vec{E} = 0$ . В области I (внутри конденсатора) напряженность удваивается по сравнению с напряженностью, создаваемой одной пластиной.

$$E = 2E_1 = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}, \quad (18)$$

Результирующее поле изображено на рис. Поскольку поле в конденсаторе оказалось однородным, то его напряженность можно рассчитывать по формуле

$$E = \frac{u}{d}, \quad (19)$$

где  $u$  – разность потенциалов (напряжение на конденсаторе),  
 $d$  – расстояние между пластинами.

Електроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \quad (20)$$

Когда все пространство между обкладками конденсатора заполнено диэлектриком, электроемкость возрастает в  $\epsilon$  раз

$$C' = \epsilon C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (21)$$

Заряженный конденсатор обладает энергией, которую вычисляют по формулам

$$W_P = \frac{qu}{2} = \frac{Cu^2}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (22)$$



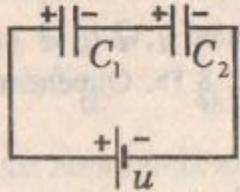
## Емкость. Плоский конденсатор

Единица объема, в котором сосредоточено поле конденсатора, обладает энергией

$$\omega = \frac{W_P}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}, \quad (23)$$

Эта величина называется плотностью энергии электростатического поля. Формула (23) справедлива для любых электростатических полей.

Конденсаторы можно соединить последовательно и параллельно.



При последовательном соединении

1. Заряды конденсаторов одинаковы:

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n.$$

2. Напряжение на конденсаторах равно сумме напряжений на конденсаторах:  $u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ , (24)

3. Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов вычисляется по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}, \quad (25)$$

где  $C_i$  – емкость конденсаторов.

При  $n = 2$  удобно пользоваться формулой

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}.$$

При  $C_1 = C_2 = \dots = C_n = C_0$  (емкости всех конденсаторов равны  $C_0$ )

$$C = \frac{C_0}{n}.$$

При параллельном соединении конденсаторов

1. Заряд батареи равен сумме зарядов конденсаторов:

$$q = q_1 + q_2 + \dots + q_n, \quad (26)$$

2. Напряжения на конденсаторах одинаковы:

$$u_1 = u_2 = \dots = u_n = u, \quad (27)$$

3. Емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n, \quad (28)$$



1) Четыре одинаковых резистора соединены как показано на рис. Сопротивление каждого резистора равно  $R$ . Определить сопротивление между точками  $A$  и  $B$ . Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

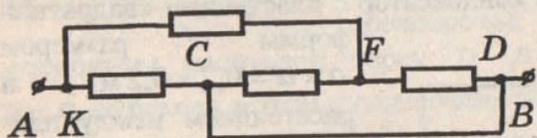


Рис. 9.15

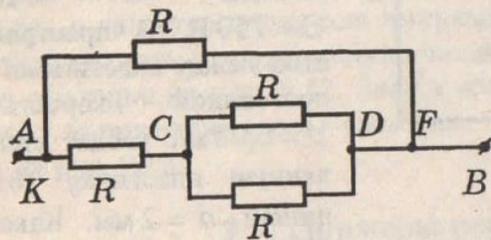


Рис. 9.16

**Решение.**

При решении подобных задач надо найти точки, имеющие одинаковый потенциал, а затем их совместить. В рассматриваемой задаче по проводу, соединяющему точки  $C$  и  $D$ , протекает электрический ток, но  $\varphi_C - \varphi_D = IR_{\text{пр}} = 0$ , так как сопротивление провода

$R_{\text{пр}} = 0 \Rightarrow \varphi_C = \varphi_D$ . Совмещая точки  $C$  и  $D$ , получим эквивалентную схему, изображенную на рис. 9.16.

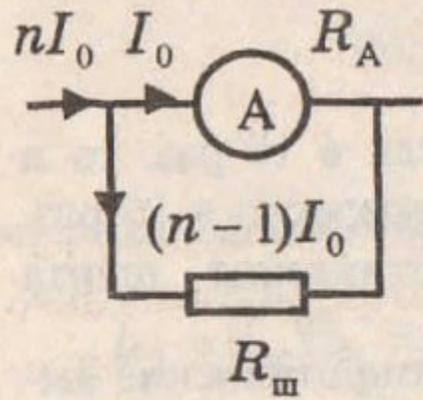
Сопротивление участка  $KCD$  этой цепи равно  $R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2}R$ . Общее сопротивление между точками  $A$  и  $B$

находим по формуле параллельного соединения двух проводников:

$$R_{AB} = \frac{R \cdot 3R/2}{R + 3R/2} = \frac{3}{5}R.$$


Примеры решения задач.

- 2) Амперметр рассчитан на максимальный ток  $I_0$ . Его сопротивление равно  $R_A$ . Какое сопротивление надо включить параллельно амперметру, чтобы им можно было измерять ток в  $n$  раз больший?

*Решение.*

Сопротивление, о котором идет речь в условии задачи, называется шунтом. Шунт включают параллельно амперметру (рис. 9.17). По условию задачи общий ток равен  $nI_0$ , ток через амперметр —  $I_0$ , следовательно, через шунт протекает ток  $nI_0 - I_0 = (n-1)I_0$ . Так как напряжение на амперметре и шунте одинаково, то

$$I_0 R_A = (n-1)I_0 R_{ш} \Rightarrow R_{ш} = \frac{R_A}{n-1}.$$

Примеры решения задач.

3) Вольтметром можно измерять максимальное напряжение  $u_0$ . Его сопротивление равно  $R_V$ . Какое сопротивление надо включить последовательно с вольтметром, чтобы

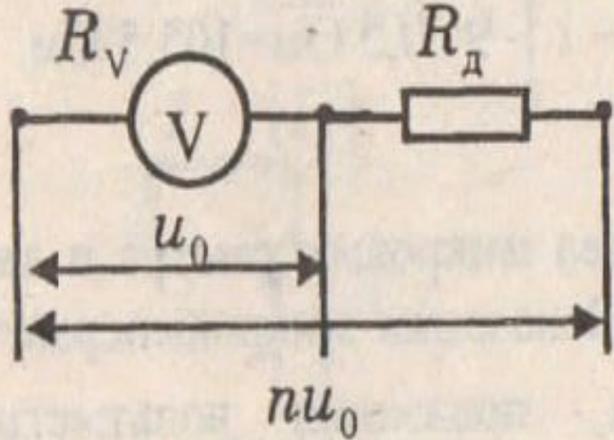
можно было измерять напряжение в  $n$  раз больше?

*Решение.*

Сопротивление, о котором идет речь в условии задачи, называется добавочным. Его включают последовательно с вольтметром. По условию задачи общее напряжение —  $nu_0$ , причем напряжение на

вольтметре —  $u_0$ . Следовательно, на добавочном сопротивлении напряжение равно  $nu_0 - u_0 = (n - 1)u_0$ . Так как ток через вольтметр и добавочное сопротивление одинаков, то

$$\frac{u_0}{R_V} = \frac{(n - 1)u_0}{R_d} \Rightarrow R_d = (n - 1)R_V.$$



Примеры решения задач.

4) Определить внутреннее сопротивление аккумулятора, если известно, что при замыкании его на внешнее сопротивление  $R_1 = 1$  Ом напряжение на зажимах аккумулятора  $u_1 = 2$  В, а при замыкании на сопротивление  $R_2 = 2$  Ом напряжение на зажимах  $u_2 = 2,4$  В

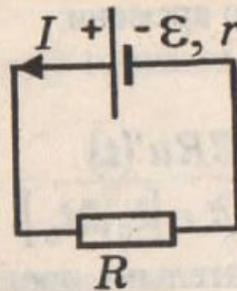


Рис. 9.25

*Решение.*

Напряжение на зажимах аккумулятора  $u$  – это напряжение на внешнем сопротивлении  $R$ . По закону Ома для замкнутой цепи  $\varepsilon = u + Ir$ , где сила тока в цепи  $I = \frac{u}{R}$ . Используя условия

задачи, составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} \varepsilon = u_1 + \frac{u_1}{R_1} r, \\ \varepsilon = u_2 + \frac{u_2}{R_2} r, \end{cases} \Rightarrow u_1 + \frac{u_1}{R_1} r = u_2 + \frac{u_2}{R_2} r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{u_1}{R_1} - \frac{u_2}{R_2} \right) r = u_2 - u_1 \Rightarrow r = \frac{u_2 - u_1}{u_1/R_1 - u_2/R_2} = 0,5 \text{ Ом.}$$

5)

Два конденсатора, емкости которых  $C_1$  и  $C_2$ , соединены последовательно и подключены к источнику с напряжением  $u$ . Определить напряжение на конденсаторах.

*Решение.*

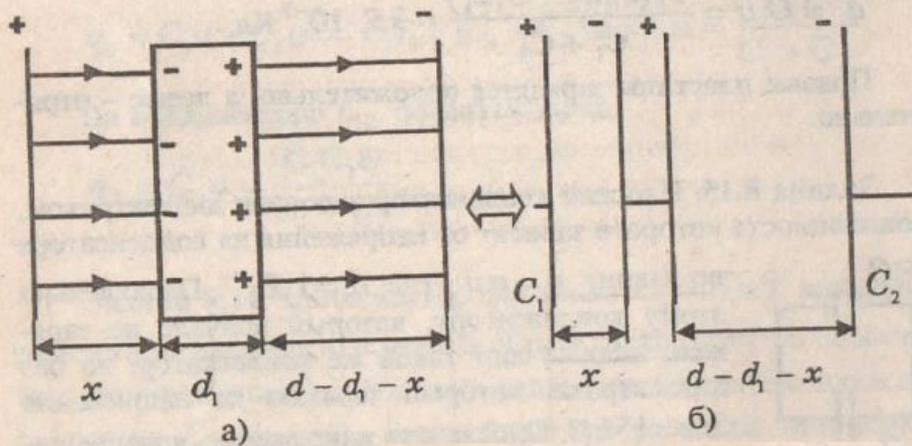
Пусть  $u_1$  и  $u_2$  – напряжения на конденсаторах, тогда заряды на них равны  $C_1 u_1$  и  $C_2 u_2$ . Используя свойства последовательного соединения конденсаторов, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_1 u_1 = C_2 u_2, \\ u_1 + u_2 = u, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = \frac{C_1}{C_2} u_1, \\ u_1 + \frac{C_1}{C_2} u_1 = u, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{C_2 u}{C_1 + C_2}, \\ u_2 = \frac{C_1 u}{C_1 + C_2}. \end{cases}$$

6) Между пластинами плоского воздушного конденсатора (расстояние между пластинами  $d$ , площадь каждой пластины  $S$ ) вводится параллельно пластинам металлическая пластинка, толщина которой  $d_1 < d$ . Определить емкость получившегося конденсатора.

*Решение.*

Предположим, что на пластины конденсатора, в который введена пластинка, подано напряжение. Так как электростатическое



поле не проникает внутрь металлического проводника, то поле внутри конденсатора существует только в пространстве, не занятом пластинкой

На поверхности пластинки наводятся заряды разных знаков, но вся пластинка при этом является поверхностью равного потенциала (эквипотенциальной поверхностью). Поэтому конденсатор с введенной металлической пластинкой эквивалентен двум последовательно соединенным конденсаторам. Ем-

кость  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{x}$ , а емкость  $C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1 - x}$ . Искомая емкость

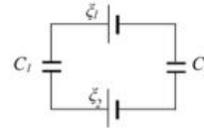
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{x}{\epsilon_0 S} + \frac{d - d_1 - x}{\epsilon_0 S} = \frac{d - d_1}{\epsilon_0 S} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_1}$$

Как видно, емкость  $C$  не зависит от  $x$ , т. е. от того, в каком месте введена пластинка. Если толщина пластинки мала ( $d_1 \rightarrow 0$ ), то емкость конденсатора не изменяется.

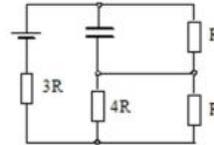
## Контрольная работа (домашнее задание).

### МОДУЛЬ № 23 КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ВАРИАНТ № 1

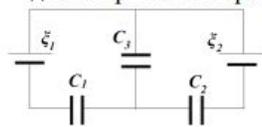
1. Определите напряжение на конденсаторах  $C_1$  и  $C_2$  ( $\xi_1 > \xi_2$ ).



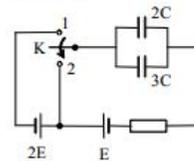
2. В электрической цепи, схема которой показана на рисунке, установившееся напряжение на конденсаторе  $U = 20 \text{ В}$ . Считая параметры элементов схемы известными, определите величину ЭДС источника тока. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.



3. В пространство между обкладками воздушного конденсатора внесли параллельно пластинам металлическую пластинку толщиной  $a$ . Определите емкость  $C$  конденсатора с учетом пластинки, если расстояние между обкладками  $d$ , а площадь пластин  $S$ .
4. Воздушный конденсатор емкостью  $C$  и расстоянием между обкладками  $d$  зарядили до напряжения  $U_0$  и отключили от источника. Каким будет напряжение  $U$  на конденсаторе, если вставить между обкладками параллельно пластинам пластинку из диэлектрика толщиной  $a$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ ?



5. Определите заряды конденсаторов в схеме.



6. Найдите количество тепла, которое выделится в цепи при переключении ключа  $K$  из положения 1 в положение 2.
7. В схеме, показанной на рисунке, перед замыканием ключа  $K$  батарея, состоящая из двух одинаковых конденсаторов емкости  $C$  каждый, не была заряжена. Ключ замыкают на некоторое время, в течение которого батарея конденсаторов зарядилась до напряжения  $U$ . Определите, какое количество теплоты  $Q_1$  выделится за это время на резисторе сопротивления  $R_1$ . ЭДС источника тока равна  $\xi$ , его внутренним сопротивлением пренебречь.

