

Физика космоса

кружок

Занятие 3

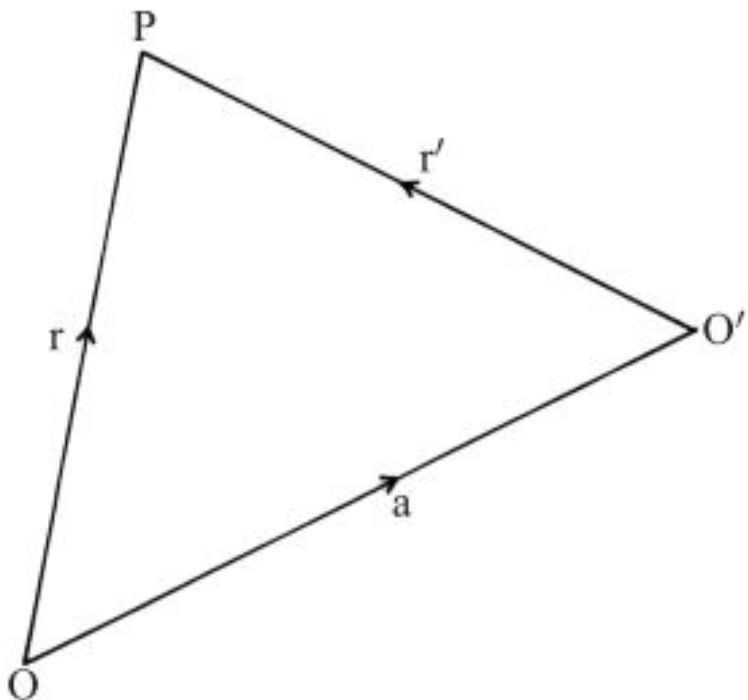
Космология Ньютона. Часть 1.

Москва

Космологический принцип

- Фундаментальные наблюдатели находятся в покое относительно «субстрата» Вселенной.
- Картина развивающейся во времени Вселенной называется космологической моделью.
- Космологический принцип. Вселенная
 - однородна
 - изотропна
- Следствием космологического принципа является существование универсального космического времени, т. е. все наблюдатели видят одну последовательность событий и могут по ним синхронизовать часы.

Космология Ньютона



По закону сложения радиус-векторов

$$r' = r - a$$

Тогда

$$v'(r') = v'(r - a)$$

По закону сложения скоростей

$$v'(r') = v(r) - v(a)$$

Согласно принципу однородности

$$v'(r - a) = v(r - a)$$

Тогда

$$v(r - a) = v(r) - v(a)$$

Космология Ньютона

Согласно принципу однородности также

$$\rho(\mathbf{r}') = \rho(\mathbf{r}), \quad p(\mathbf{r}') = p(\mathbf{r})$$

Тогда

$$\rho(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = \rho(\mathbf{r}), \quad p(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = p(\mathbf{r})$$

Поскольку все точки выбраны произвольно, то \mathbf{r} и \mathbf{a} – тоже произвольные величины.
Т.е. характеристики Вселенной не зависят от точки наблюдения.

Космология Ньютона

Общее решение системы 3-х уравнений

$$v(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = v(\mathbf{r}) - v(\mathbf{a})$$

даётся выражением (9-ю уравнениями)

$$v_i(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=1}^3 a_{ik}(t)x_k \quad \text{при } i = 1, 2, 3$$

Первое решение

$$v_1(x_1, x_2, x_3, t) = a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + a_{13}(t)x_3$$

Однако условие изотропии требует, что бы

$$a_{ik} = 0, \quad i \neq k$$

Диагональные элементы решения

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = H(t)$$

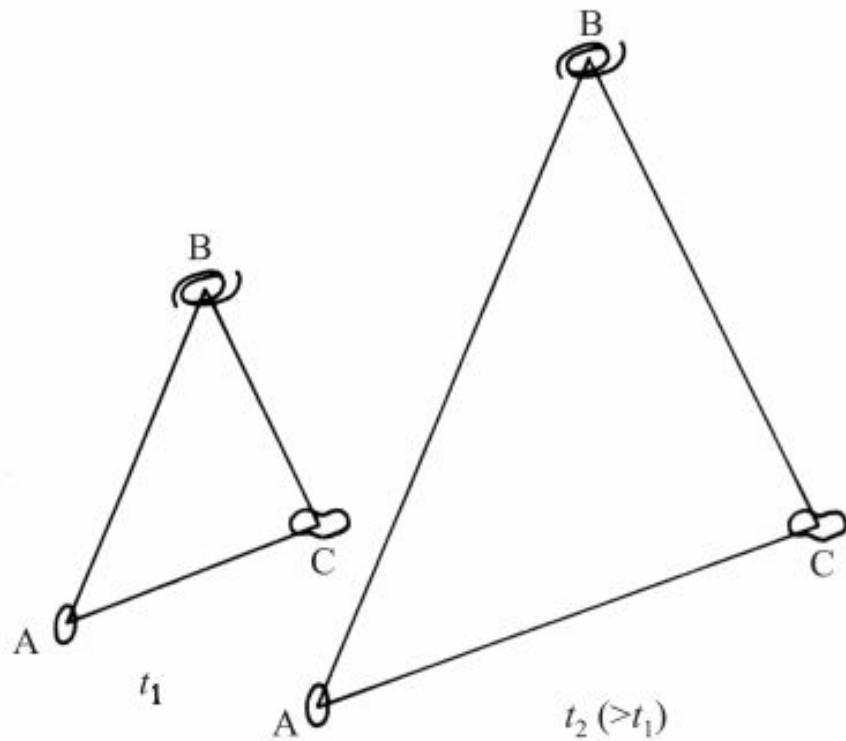
Тогда из естественных рассуждений получает закон Хаббла

$$v_1 = H(t)x_1, \quad v_2 = H(t)x_2, \quad v_3 = H(t)x_3$$

Однородна изотропная Вселенная может быть стационарной или сжиматься/расширяться по закону

$$\mathbf{v} = H(t)\mathbf{r}$$

Космология Ньютона



Поскольку

$$v = dr/dt$$

Постоянную Хаббла можно представлять как относительную скорость расширения или сжатия Вселенной

$$H(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}$$

Тогда закон Хаббла имеет вид

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{R(t)} \frac{dR}{dt} r$$

Его решение

$$r = R(t) \times \text{постоянный вектор} = \frac{R(t)}{R_0} r_0$$

$$R_0 = R(t_0)$$

$$r = r_0 \text{ в момент } t = t_0$$

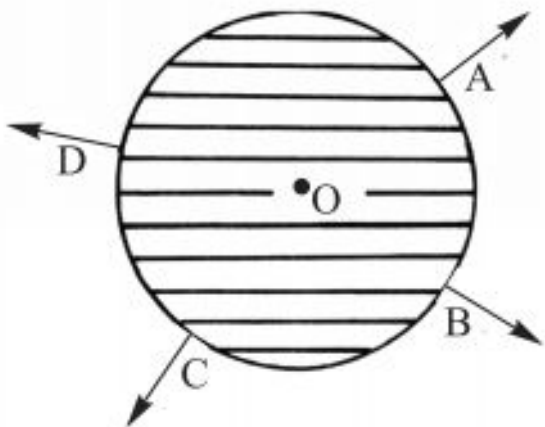
Космология Ньютона

Т.к. объем пропорционален 3-ей степени масштабного фактора, то плотность вещества (только нерелятивистского в данном приближении)

$$\rho(t) \propto R(t)^{-3}$$

или

$$\rho(t) = \rho_0 R_0^3 / R^3(t) \quad \rho = \rho(t_0)$$



Сила, действующая на частицы на поверхности некоторого шара

$$m\ddot{r} = -\frac{4\pi Gm\rho}{3}r$$

Считаем, что все внешние силы скомпенсированы.

Для бесконечной Вселенной это утверждение доказывается в рамках ОТО (теорема Биркгофа)

Космология Ньютона

Выполняем подстановку в уравнение радиус-вектора

$$\mathbf{r} = \frac{R(t)}{R_0} \mathbf{r}_0$$

Тогда

$$\ddot{R} \frac{\mathbf{r}_0}{R_0} = - \frac{4\pi G \rho R \mathbf{r}_0}{3R_0}$$

$$\ddot{R} = -4\pi G \rho R / 3$$

Проведём интегрирование с учётом распределения вещества

$$\rho(t) = \rho_0 R_0^3 / R^3(t)$$

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi G \rho_0 R_0^3}{3R} - kc^2$$

k - некоторая постоянная.

Это уравнение очень близко к уравнению общей теории относительности.

Теории относительности

Специальная теория относительности

Учитывает релятивистские эффекты.

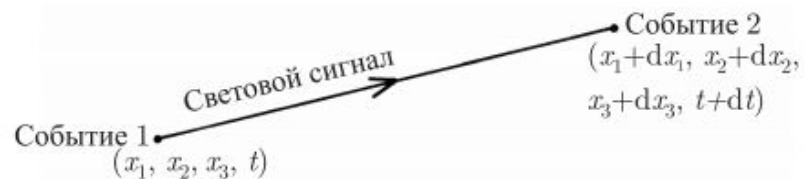
$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

Вводится понятие события в 4-х мерном пространстве

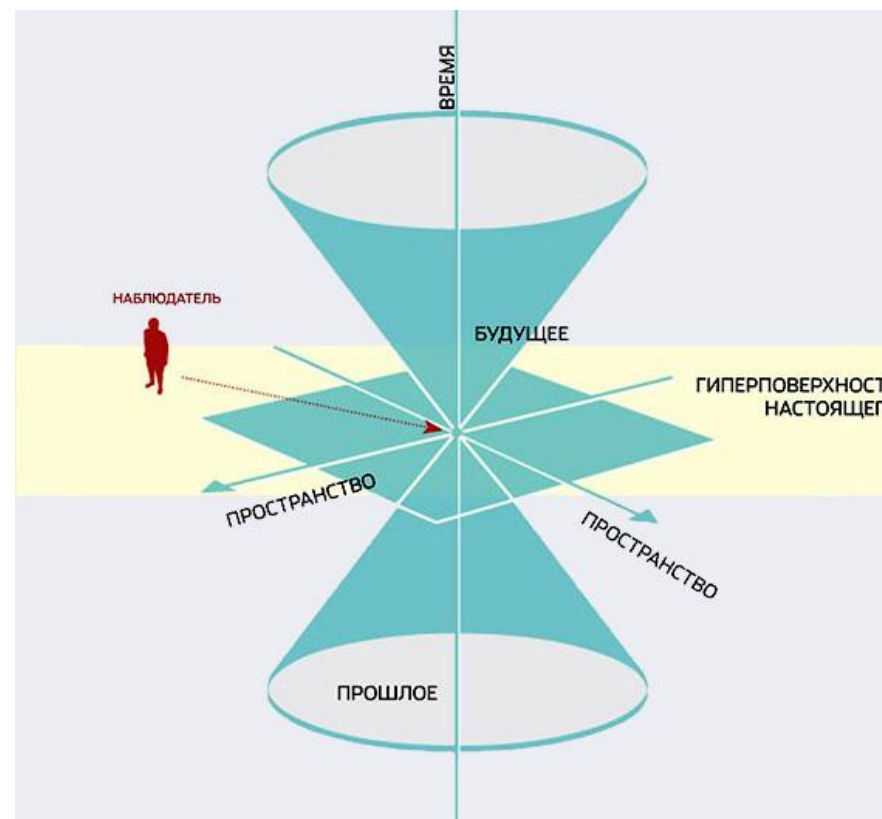
$$(x_1, x_2, x_3, t)$$

Расстояние – интервал – между двумя событиями

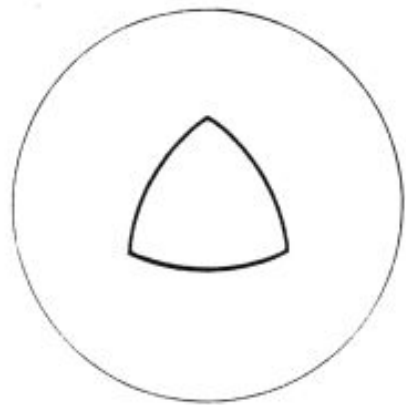
$$(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3, t + dt)$$



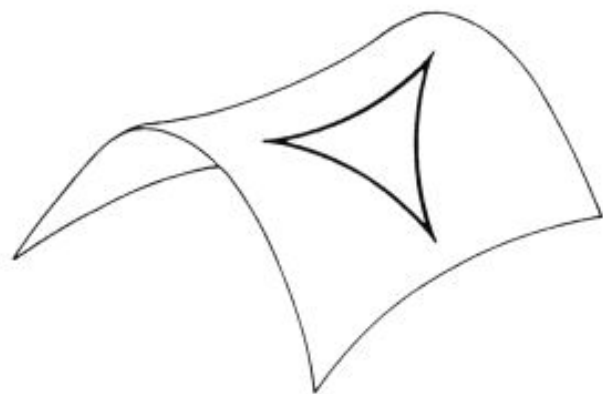
$$ds^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2}(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) = 0$$



Кривизна пространства



Положительная кривизна



Отрицательная кривизна

