

Компьютерное моделирование свободного падения

Гл 3.2 §3.2.3

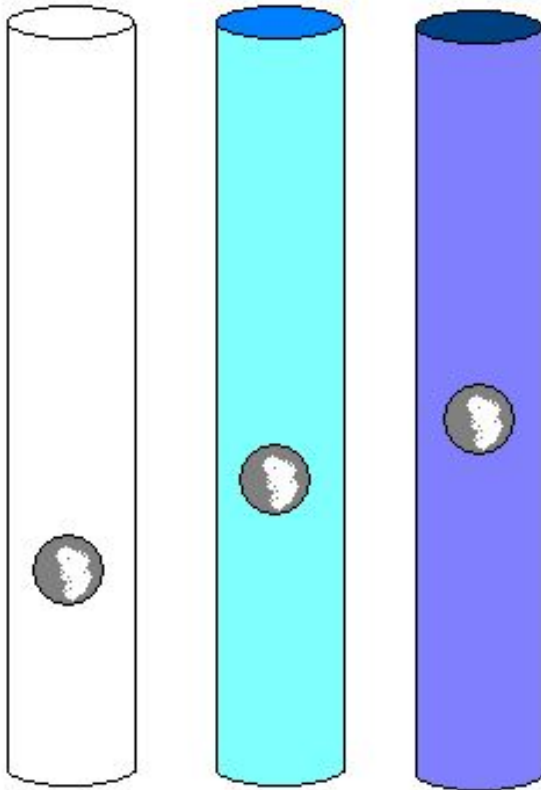
11 класс

Задача 1

- Сопоставить процессы падения твердого шара радиуса r с одной и той же высоты в разных средах:
- в пустоте (без сопротивления)
- в воздухе
- в воде



Физический эксперимент



- Вакуум
- Воздух при нормальном атмосферном давлении
- Вода
- 3 одинаковых металлических шарика начинают падать одновременно

Математическая модель на ПК

- Для тела сферической формы
- $k_1 = 6\pi \cdot \mu \cdot r$
- $k_2 = \frac{1}{2} c_2 \cdot \delta_3 \cdot \rho = \frac{1}{2} 0,4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \rho_c$
- $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{жел}}$

Физические параметры веществ

Среда	μ – динамическая вязкость	ρ - плотность
Железо	н · с /кв м	7800 кг/куб м
Воздух	0.0182	1.29
Вода	1.002	1000

ФОРМУЛЫ

Без учета сопротивления	С учетом сопротивления
$a = -g$ <hr/> $y = H - \frac{gt^2}{2}$ $v = -gt$	$a(t) = \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m}$ <hr/> $v_0 = 0 \quad y_0 = H$ $v_{i+1} = v_i + \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m} \Delta t$ $y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t$

Таблица 3.1. Вычислительный эксперимент со свободным падением тела

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Параметры модели (константы)									
Плотность шара: $\rho_{\text{желез}} =$	7800	кг/м ³	Начальная высота: $H =$	10	м				
Плотность воздуха: $\rho_{\text{воз}} =$	1,29	кг/м ³	Начальная скорость: $V_0 =$	0	м/с				
Вязкость воздуха: $\mu_{\text{воз}} =$	0,0182	н·с·м ⁻²	Радиус шара: $r =$	0,05	м				
Плотность воды: $\rho_{\text{воды}} =$	1000	кг/м ³	Ускорение св. падения: $g =$	9,8	м/с ²				
Вязкость воды: $\mu_{\text{воды}} =$	1,002	н·с·м ⁻²							
Вычисляемые параметры модели:									
Масса шара:			$m =$	4,08407	кг				
Коэффициент вязкого трения воздуха:			$K_1 =$	0,017153	н·с/м				
Коэффициент лобового сопротивления воздуха:			$K_2 =$	0,002026	н(с/м) ²				
Коэффициент вязкого трения воды:			$K_1 =$	0,944363	н·с/м				
Коэффициент лобового сопротивления воды:			$K_2 =$	1,570796	н(с/м) ²				
Шаг по времени: $\Delta t =$	0,1	с							
В пустоте			В воздухе			В воде			
i	t_i	v_i	y_i	v_i	y_i	v_i	y_i		
0	0	0,000	10,000	0,000	10,000	0,000	10,000		
1	0,1	-0,980	9,951	-0,980	10,000	-0,980	10,000		
2	0,2	-1,960	9,804	-1,960	9,902	-1,946	9,902		
3	0,3	-2,940	9,559	-2,941	9,706	-2,825	9,707		
4	0,4	-3,920	9,216	-3,922	9,412	-3,563	9,425		
5	0,5	-4,900	8,775	-4,903	9,020	-4,137	9,069		
6	0,6	-5,880	8,236	-5,884	8,529	-4,555	8,655		
7	0,7	-6,860	7,599	-6,864	7,941	-4,842	8,199		
8	0,8	-7,840	6,864	-7,845	7,255	-5,032	7,715		
9	0,9	-8,820	6,031	-8,825	6,470	-5,155	7,212		
10	1	-9,800	5,100	-9,805	5,588	-5,232	6,696		

см. окончание таблицы

Заполняем таблицу в Excel

Учебник
стр.185-186

Таблица 3.1. Вычислительный эксперимент со свободным падением тела

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
Параметры модели (константы)										
Плотность шара: $\rho_{\text{желез}} =$	7800	кг/м ³	Начальная высота: $H =$	10	м					
Плотность воздуха: $\rho_{\text{воз}} =$	1,29	кг/м ³	Начальная скорость: $V_0 =$	0	м/с					
Вязкость воздуха: $\mu_{\text{воз}} =$	0,0182	н·с·м ⁻²	Радиус шара: $r =$	0,05	м					
Плотность воды: $\rho_{\text{воды}} =$	1000	кг/м ³	Ускорение св. падения: $g =$	9,8	м/с ²					
Вязкость воды: $\mu_{\text{воды}} =$	1,002	н·с·м ⁻²								
Вычисляемые параметры модели:										
Масса шара:			$m =$	4,08407	кг					
Коэффициент вязкого трения воздуха:			$K_1 =$	0,017153	н·с/м					
Коэффициент лобового сопротивления воздуха:			$K_2 =$	0,002026	н(с/м) ²					
Коэффициент вязкого трения воды:			$K_1 =$	0,944363	н·с/м					
Коэффициент лобового сопротивления воды:			$K_2 =$	1,570796	н(с/м) ²					
Шаг по времени: $\Delta t =$	0,1	с								
			В пустоте			В воздухе			В воде	
i	t_i	v_i	y_i	v_i	y_i	v_i	y_i			
0	0	0,000	10,000	0,000	10,000	0,000	10,000			
1	0,1	-0,980	9,951	-0,980	10,000	-0,980	10,000			
2	0,2	-1,960	9,804	-1,960	9,902	-1,946	9,902			
3	0,3	-2,940	9,559	-2,941	9,706	-2,825	9,707			
4	0,4	-3,920	9,216	-3,922	9,412	-3,563	9,425			
5	0,5	-4,900	8,775	-4,903	9,020	-4,137	9,069			
6	0,6	-5,880	8,236	-5,884	8,529	-4,555	8,655			
7	0,7	-6,860	7,599	-6,864	7,941	-4,842	8,199			
8	0,8	-7,840	6,864	-7,845	7,255	-5,032	7,715			
9	0,9	-8,820	6,031	-8,825	6,470	-5,155	7,212			
10	1	-9,800	5,100	-9,805	5,588	-5,232	6,696			

см. окончание таблицы

Формулы в Excel

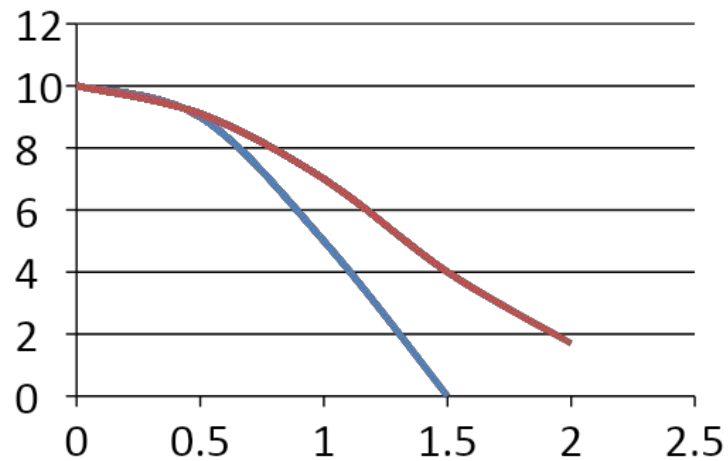
- $E_{20} = E_{19} + (\$G\$10 * E_{19} + \$G\$11 * E_{19}^2 - \$G\$9 * \$I\$5)$

- $* \$D\$15 / \$G\$9 \quad -v_1$

- $F_{20} = F_{19} + E_{19} * \$D\$15 \quad -y_i$

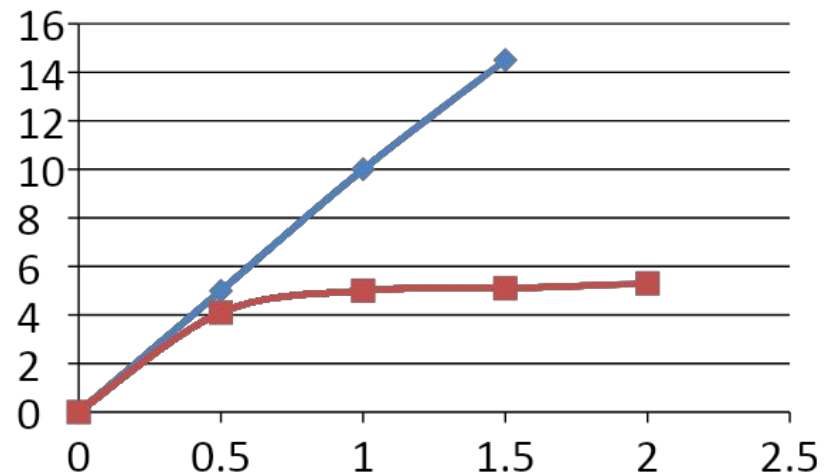
Графики

Изменение высоты



— Значения 1 (воздух)
— Значение 2 (вода)

Изменение скорости



◆ Значения 1 (воздух)
■ значение 2 (вода)

Задача 2

- Рассчитать время падения шара в воде с точностью до 0,01 сек.
- Метод:
- приближенные численные вычисления с точностью 0,001 (*dt*)
- Число шагов вычислений $n = 100$
- Результат округлить до 0,01

Программа на Pascal

Программа

```
Const Ro_shar=7800;  
        Ro_sreda=1000;  
        Mju=1.02; h=10; v0=0; r=0.05; g=9.8;  
Var i,n: integer;  
        t, y, dt, m, V, k1, k2:real;  
Begin  
k1:=6*Pi*Mju*r; k2:=0.2*Pi*r*r*Ro_sreda;  
m:=4/3*Pi*r*r*r*Ro_shar;  
Write ('шаг по времени:');readln (dt);  
Write ('Число шагов');readln (n);
```

Программа продолжение

```
i:=0; t:=0; v:=v0; y:=h+v*dt;  
While y>0 do  
Begin  
i:=i+1; t:=t+dt;  
v:=v+(k1*V+k2*v*v-m*g)/m*dt;  
If I mod n=0 then writeln (t:7:4,abs(V):7:4,y:7:4);  
y:=y+V*dt;  
End;  
writeln ('Tmax=',t:7:4,'Vmax=',abs(V):7:4)  
End.
```

Результаты

- При $\Delta t = 0,001$
- $T_{\max} = 2,23$ сек
- $V_{\max} = 5,355$ м\с

Погрешности

- Основное правило:

Точность результата не может быть выше точности исходных данных.

Абсолютная погрешность $X \pm \Delta X$

Относительная погрешность $\delta X = \Delta X / X$

пример

- **Если** $g = 9,8 \pm 0,01$, то $\Delta g = 0,01/9,8 \approx 0,1\%$

- **Следовательно**

$$\Delta T_{\max} = 2,23 \cdot 0,001 \approx 0,003$$

$$\Delta V_{\max} = 5,355 \cdot 0,001 \approx 0,006$$

- **ИТОГО:**

- **$T_{\max} = 2,23 \pm 0,003$ сек**

- **$V_{\max} = 5,355 \pm 0,006$ м\с**

Удачи!

