Компьютерное моделирование свободного падения

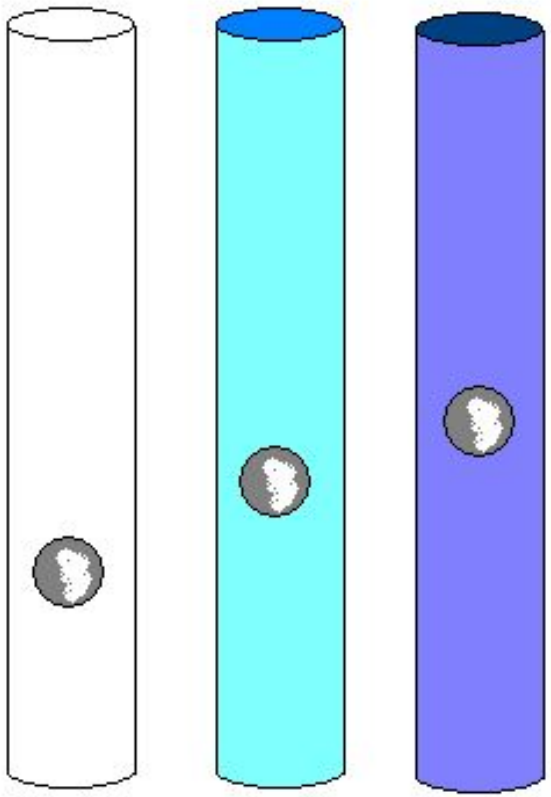
Гл 3.2 §3.2.3

11 класс

Задача 1

- Сопоставить процессы падения твердого шара радиуса ***r*** с одной и той же высоты в разных средах:
- в пустоте (без сопротивления)
- в воздухе
- в воде

Физический эксперимент



- Вакуум
- Воздух при нормальном атмосферном давлении
- Вода
- 3 одинаковых металлических шарика начинают падать одновременно

Математическая модель на ПК

- Для тела сферической формы
- $k_1 = 6\pi \cdot \mu \cdot r$
- $k_2 = \frac{1}{2} c_2 \cdot \delta_3 \cdot \rho = \frac{1}{2} 0{,}4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \rho_c$
- $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{жел}$

Физические параметры веществ

Среда	*μ – динамическая вязкость*	*ρ - плотность*
Железо	н ·с /кв м	7800 кг/куб м
Воздух	0.0182	1.29
Вода	1.002	1000

ФОРМУЛЫ

Без учета сопротивления	С учетом сопротивления
$a = -g$	$a(t) = \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m}$
$y = H - \frac{gt^2}{2}$	$v_0 = 0 \quad y_0 = H$
$v = -gt$	$v_{i+1} = v_1 + \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m} \Delta t$
	$y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t$

Таблица 3.1. **Вычислительный эксперимент со свободным падением тела**

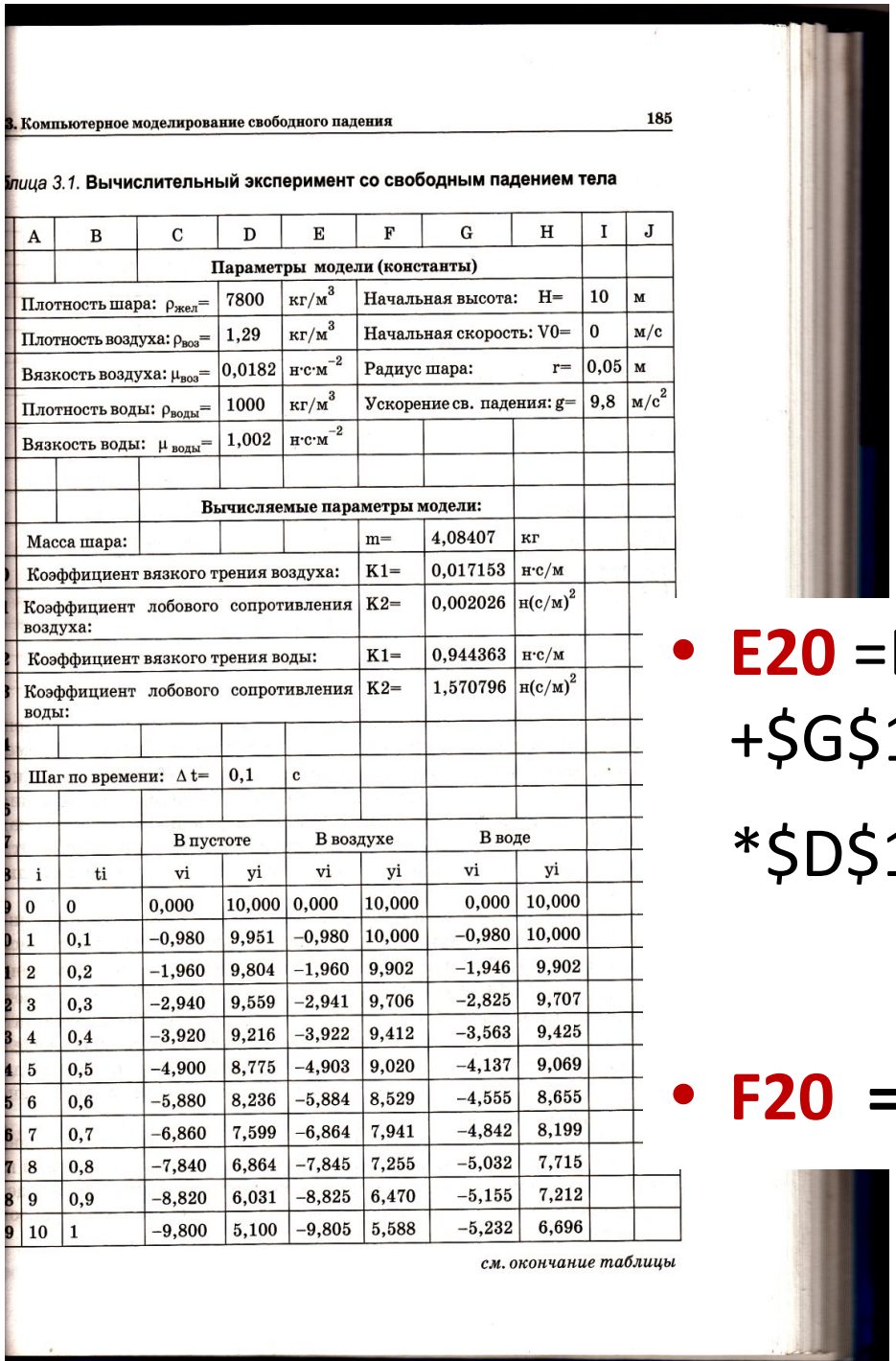
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
			Параметры модели (константы)							
	Плотность шара: $\rho_{жел}$=			7800	кг/м^3	Начальная высота: H=			10	м
	Плотность воздуха: $\rho_{воз}$=			1,29	кг/м^3	Начальная скорость: V0=			0	м/с
	Вязкость воздуха: $\mu_{воз}$=			0,0182	н·с·м$^{-2}$	Радиус шара:		r=	0,05	м
	Плотность воды: $\rho_{воды}$=			1000	кг/м^3	Ускорение св. падения: g=			9,8	м/с^2
	Вязкость воды: $\mu_{воды}$=			1,002	н·с·м$^{-2}$					
			Вычисляемые параметры модели:							
	Масса шара:					m=	4,08407	кг		
	Коэффициент вязкого трения воздуха:					K1=	0,017153	н·с/м		
	Коэффициент лобового сопротивления воздуха:					K2=	0,002026	н(с/м)^2		
	Коэффициент вязкого трения воды:					K1=	0,944363	н·с/м		
	Коэффициент лобового сопротивления воды:					K2=	1,570796	н(с/м)^2		
	Шаг по времени: Δt=		0,1	с						
			В пустоте		В воздухе		В воде			
	i	ti	vi	yi	vi	yi	vi	yi		
	0	0	0,000	10,000	0,000	10,000	0,000	10,000		
	1	0,1	–0,980	9,951	–0,980	10,000	–0,980	10,000		
	2	0,2	–1,960	9,804	–1,960	9,902	–1,946	9,902		
	3	0,3	–2,940	9,559	–2,941	9,706	–2,825	9,707		
	4	0,4	–3,920	9,216	–3,922	9,412	–3,563	9,425		
	5	0,5	–4,900	8,775	–4,903	9,020	–4,137	9,069		
	6	0,6	–5,880	8,236	–5,884	8,529	–4,555	8,655		
	7	0,7	–6,860	7,599	–6,864	7,941	–4,842	8,199		
	8	0,8	–7,840	6,864	–7,845	7,255	–5,032	7,715		
	9	0,9	–8,820	6,031	–8,825	6,470	–5,155	7,212		
	10	1	–9,800	5,100	–9,805	5,588	–5,232	6,696		

см. окончание таблицы

Заполняем таблицу в Excel

Учебник стр.185-186

Формулы в Excel



3. Компьютерное моделирование свободного падения 185

лица 3.1. **Вычислительный эксперимент со свободным падением тела**

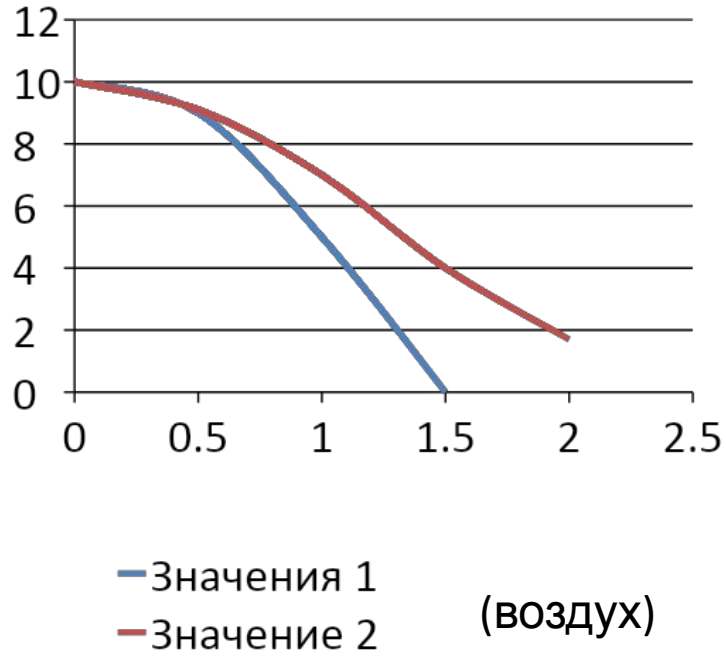
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
		Параметры модели (константы)							
Плотность шара: $\rho_{жел}$=			7800	кг/м^3	Начальная высота: H=			10	м
Плотность воздуха: $\rho_{воз}$=			1,29	кг/м^3	Начальная скорость: V0=			0	м/с
Вязкость воздуха: $\mu_{воз}$=			0,0182	н·с·м$^{-2}$	Радиус шара: r=			0,05	м
Плотность воды: $\rho_{воды}$=			1000	кг/м^3	Ускорение св. падения: g=			9,8	м/с^2
Вязкость воды: $\mu_{воды}$=			1,002	н·с·м$^{-2}$					
		Вычисляемые параметры модели:							
Масса шара:					m=	4,08407	кг		
Коэффициент вязкого трения воздуха:					K1=	0,017153	н·с/м		
Коэффициент лобового сопротивления воздуха:					K2=	0,002026	н(с/м)^2		
Коэффициент вязкого трения воды:					K1=	0,944363	н·с/м		
Коэффициент лобового сопротивления воды:					K2=	1,570796	н(с/м)^2		
Шаг по времени: Δ t=			0,1	с					
		В пустоте		В воздухе		В воде			
i	ti	vi	yi	vi	yi	vi	yi		
0	0	0,000	10,000	0,000	10,000	0,000	10,000		
1	0,1	−0,980	9,951	−0,980	10,000	−0,980	10,000		
2	0,2	−1,960	9,804	−1,960	9,902	−1,946	9,902		
3	0,3	−2,940	9,559	−2,941	9,706	−2,825	9,707		
4	0,4	−3,920	9,216	−3,922	9,412	−3,563	9,425		
5	0,5	−4,900	8,775	−4,903	9,020	−4,137	9,069		
6	0,6	−5,880	8,236	−5,884	8,529	−4,555	8,655		
7	0,7	−6,860	7,599	−6,864	7,941	−4,842	8,199		
8	0,8	−7,840	6,864	−7,845	7,255	−5,032	7,715		
9	0,9	−8,820	6,031	−8,825	6,470	−5,155	7,212		
10	1	−9,800	5,100	−9,805	5,588	−5,232	6,696		

см. окончание таблицы

- **E20** =E19+($G$10*E19 +$G$11*E19^2-$G$9*$I$5) *$D$15/$G$9 $-v_1$
- **F20** =F19+E19*$D$15 $-y_i$

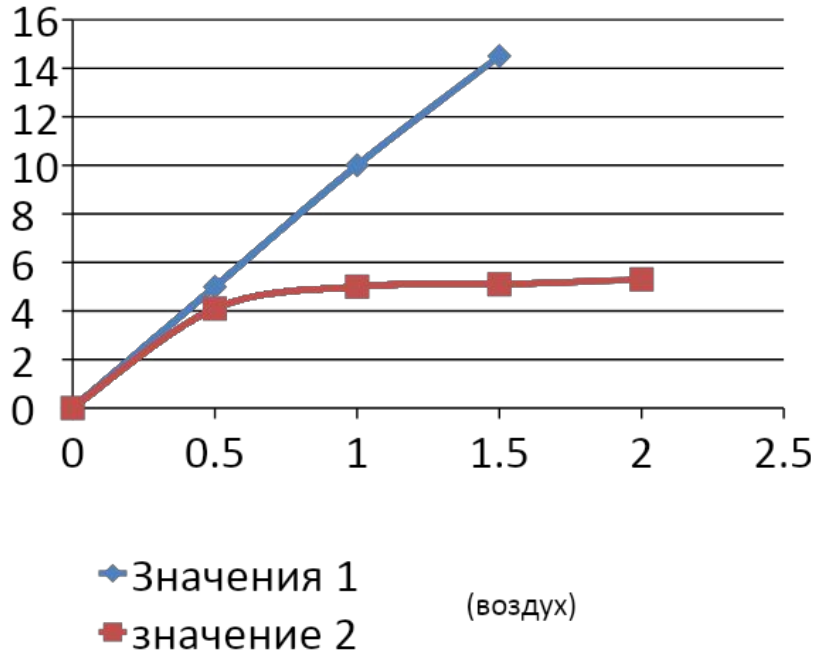
Графики

Изменение высоты



(воздух)

Изменение скорости



(воздух)

(вода)

Задача 2

- **Рассчитать время падения шара в воде с точностью до 0,01 сек.**
- **Метод**:
- приближенные численные вычисления с точностью 0,001 (***dt***)
- Число шагов вычислений ***n*** = 100
- Результат округлить до 0,01

Программа на Pascal

Программа

```
Const Ro_shar=7800;
      Ro_sreda=1000;
      Mju=1.02; h=10;  v0=0;  r=0.05; g=9.8;
Var i,n: integer;
    t, y, dt, m, V, k1, k2:real;
Begin
k1:=6*Pi*Mju*r; k2:=0.2*Pi*r*r*Ro_sreda;
m:=4/3*Pi*r*r*r*Ro_shar;
Write (‘шаг по времени:’);readln (dt);
Write (‘Число шагов’);readln (n);
```

Программа продолжение

```
i:=0; t:=0; v:=v0; y:=h+v*dt;
While y>0 do
Begin
i:=i+1; t:=t+dt;
v:=v+(k1*V+k2*v*v-m*g)/m*dt;
If I mad n=0 then writeln (t:7:4,abs(V):7:4,y:7:4);
y:=y+V*dt;
End;
writeln (‘Tmax=‘,t:7:4,’Vmax=‘,abs(V):7:4)
End.
```

Результаты

- **При ∆ t=0,001**
- **Tmax = 2,23 сек**
- **Vmax = 5,355 м\с**

Погрешности

- Основное правило:

Точность результата не может быть выше точности исходных данных.

Абсолютная погрешность $X \pm \Delta X$

Относительная погрешность $\delta X = \Delta X / X$

пример

- ***Если*** $g = 9{,}8 \pm 0{,}01$, то $\Delta g = 0{,}01/9{,}8 \approx 0{,}1\%$
- **Следовательно**

$\Delta T_{max} = 2{,}23 \cdot 0{,}001 \approx 0{,}003$

$\Delta V_{max} = 5{,}355 \cdot 0{,}001 \approx 0{,}006$

- **ИТОГО**:
- **$T_{max} = 2{,}23 \pm 0{,}003$ сек**
- **$V_{max} = 5{,}355 \pm 0{,}006$ м\с**

Удачи!