

Компьютерное моделирование свободного падения

Гл 3.2 §3.2.3

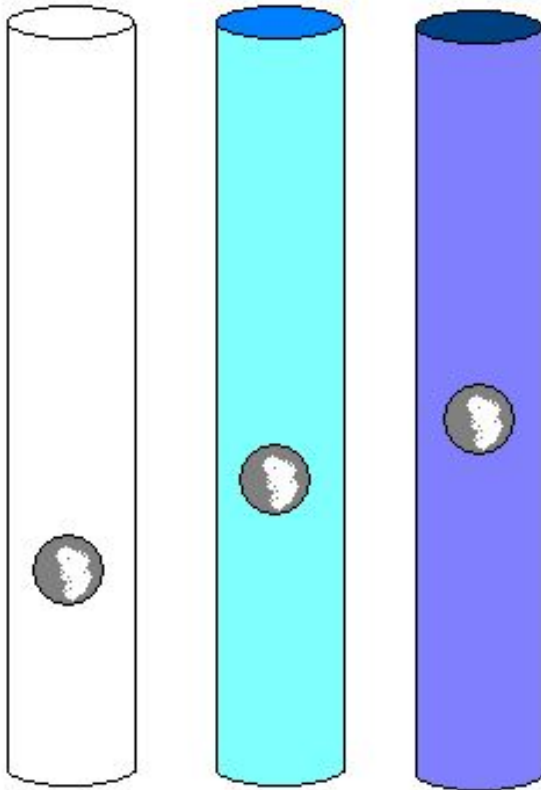
11 класс

Задача 1

- Сопоставить процессы падения твердого шара радиуса r с одной и той же высоты в разных средах:
- в пустоте (без сопротивления)
- в воздухе
- в воде



Физический эксперимент



- Вакуум
- Воздух при нормальном атмосферном давлении
- Вода
- 3 одинаковых металлических шарика начинают падать одновременно

Математическая модель на ПК

- Для тела сферической формы
- $k_1 = 6\pi \cdot \mu \cdot r$
- $k_2 = \frac{1}{2} c_2 \cdot \delta_3 \cdot \rho = \frac{1}{2} 0,4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \rho_c$
- $m = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{\text{жел}}$

Физические параметры веществ

| Среда | μ – динамическая вязкость | ρ - плотность |
|--------|----------------------------------|--------------------|
| Железо | н · с /кв м | 7800 кг/куб м |
| Воздух | 0.0182 | 1.29 |
| Вода | 1.002 | 1000 |

ФОРМУЛЫ

| Без учета сопротивления | С учетом сопротивления |
|---|--|
| $a = -g$ <hr/> $y = H - \frac{gt^2}{2}$ $v = -gt$ | $a(t) = \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m}$ <hr/> $v_0 = 0 \quad y_0 = H$ $v_{i+1} = v_i + \frac{k_1 v_i + k_2 v_i^2 - mg}{m} \Delta t$ $y_{i+1} = y_i + v_i \Delta t$ |

Таблица 3.1. Вычислительный эксперимент со свободным падением тела

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|--------|---------------------|------------------------------|----------|---------------------|--------|--------|---|---|
| Параметры модели (константы) | | | | | | | | | |
| Плотность шара: $\rho_{\text{желез}} =$ | 7800 | кг/м ³ | Начальная высота: $H =$ | 10 | м | | | | |
| Плотность воздуха: $\rho_{\text{воз}} =$ | 1,29 | кг/м ³ | Начальная скорость: $V_0 =$ | 0 | м/с | | | | |
| Вязкость воздуха: $\mu_{\text{воз}} =$ | 0,0182 | н·с·м ⁻² | Радиус шара: $r =$ | 0,05 | м | | | | |
| Плотность воды: $\rho_{\text{воды}} =$ | 1000 | кг/м ³ | Ускорение св. падения: $g =$ | 9,8 | м/с ² | | | | |
| Вязкость воды: $\mu_{\text{воды}} =$ | 1,002 | н·с·м ⁻² | | | | | | | |
| Вычисляемые параметры модели: | | | | | | | | | |
| Масса шара: | | | $m =$ | 4,08407 | кг | | | | |
| Коэффициент вязкого трения воздуха: | | | $K_1 =$ | 0,017153 | н·с/м | | | | |
| Коэффициент лобового сопротивления воздуха: | | | $K_2 =$ | 0,002026 | н(с/м) ² | | | | |
| Коэффициент вязкого трения воды: | | | $K_1 =$ | 0,944363 | н·с/м | | | | |
| Коэффициент лобового сопротивления воды: | | | $K_2 =$ | 1,570796 | н(с/м) ² | | | | |
| | | | | | | | | | |
| Шаг по времени: $\Delta t =$ | 0,1 | с | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| В пустоте | | | В воздухе | | | В воде | | | |
| i | t_i | v_i | y_i | v_i | y_i | v_i | y_i | | |
| 0 | 0 | 0,000 | 10,000 | 0,000 | 10,000 | 0,000 | 10,000 | | |
| 1 | 0,1 | -0,980 | 9,951 | -0,980 | 10,000 | -0,980 | 10,000 | | |
| 2 | 0,2 | -1,960 | 9,804 | -1,960 | 9,902 | -1,946 | 9,902 | | |
| 3 | 0,3 | -2,940 | 9,559 | -2,941 | 9,706 | -2,825 | 9,707 | | |
| 4 | 0,4 | -3,920 | 9,216 | -3,922 | 9,412 | -3,563 | 9,425 | | |
| 5 | 0,5 | -4,900 | 8,775 | -4,903 | 9,020 | -4,137 | 9,069 | | |
| 6 | 0,6 | -5,880 | 8,236 | -5,884 | 8,529 | -4,555 | 8,655 | | |
| 7 | 0,7 | -6,860 | 7,599 | -6,864 | 7,941 | -4,842 | 8,199 | | |
| 8 | 0,8 | -7,840 | 6,864 | -7,845 | 7,255 | -5,032 | 7,715 | | |
| 9 | 0,9 | -8,820 | 6,031 | -8,825 | 6,470 | -5,155 | 7,212 | | |
| 10 | 1 | -9,800 | 5,100 | -9,805 | 5,588 | -5,232 | 6,696 | | |

см. окончание таблицы

Заполняем таблицу в Excel

Учебник
стр.185-186

Таблица 3.1. Вычислительный эксперимент со свободным падением тела

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | |
|---|--------|---------------------|------------------------------|---------|------------------|---------------------|--------|---|--------|--|
| Параметры модели (константы) | | | | | | | | | | |
| Плотность шара: $\rho_{\text{желез}} =$ | 7800 | кг/м ³ | Начальная высота: $H =$ | 10 | м | | | | | |
| Плотность воздуха: $\rho_{\text{воз}} =$ | 1,29 | кг/м ³ | Начальная скорость: $V_0 =$ | 0 | м/с | | | | | |
| Вязкость воздуха: $\mu_{\text{воз}} =$ | 0,0182 | н·с·м ⁻² | Радиус шара: $r =$ | 0,05 | м | | | | | |
| Плотность воды: $\rho_{\text{вод}} =$ | 1000 | кг/м ³ | Ускорение св. падения: $g =$ | 9,8 | м/с ² | | | | | |
| Вязкость воды: $\mu_{\text{вод}} =$ | 1,002 | н·с·м ⁻² | | | | | | | | |
| Вычисляемые параметры модели: | | | | | | | | | | |
| Масса шара: | | | | $m =$ | 4,08407 | кг | | | | |
| Коэффициент вязкого трения воздуха: | | | | $K_1 =$ | 0,017153 | н·с/м | | | | |
| Коэффициент лобового сопротивления воздуха: | | | | $K_2 =$ | 0,002026 | н(с/м) ² | | | | |
| Коэффициент вязкого трения воды: | | | | $K_1 =$ | 0,944363 | н·с/м | | | | |
| Коэффициент лобового сопротивления воды: | | | | $K_2 =$ | 1,570796 | н(с/м) ² | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Шаг по времени: $\Delta t =$ | 0,1 | с | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | В пустоте | | | В воздухе | | | В воде | |
| i | t_i | v_i | y_i | v_i | y_i | v_i | y_i | | | |
| 0 | 0 | 0,000 | 10,000 | 0,000 | 10,000 | 0,000 | 10,000 | | | |
| 1 | 0,1 | -0,980 | 9,951 | -0,980 | 10,000 | -0,980 | 10,000 | | | |
| 2 | 0,2 | -1,960 | 9,804 | -1,960 | 9,902 | -1,946 | 9,902 | | | |
| 3 | 0,3 | -2,940 | 9,559 | -2,941 | 9,706 | -2,825 | 9,707 | | | |
| 4 | 0,4 | -3,920 | 9,216 | -3,922 | 9,412 | -3,563 | 9,425 | | | |
| 5 | 0,5 | -4,900 | 8,775 | -4,903 | 9,020 | -4,137 | 9,069 | | | |
| 6 | 0,6 | -5,880 | 8,236 | -5,884 | 8,529 | -4,555 | 8,655 | | | |
| 7 | 0,7 | -6,860 | 7,599 | -6,864 | 7,941 | -4,842 | 8,199 | | | |
| 8 | 0,8 | -7,840 | 6,864 | -7,845 | 7,255 | -5,032 | 7,715 | | | |
| 9 | 0,9 | -8,820 | 6,031 | -8,825 | 6,470 | -5,155 | 7,212 | | | |
| 10 | 1 | -9,800 | 5,100 | -9,805 | 5,588 | -5,232 | 6,696 | | | |

см. окончание таблицы

Формулы в Excel

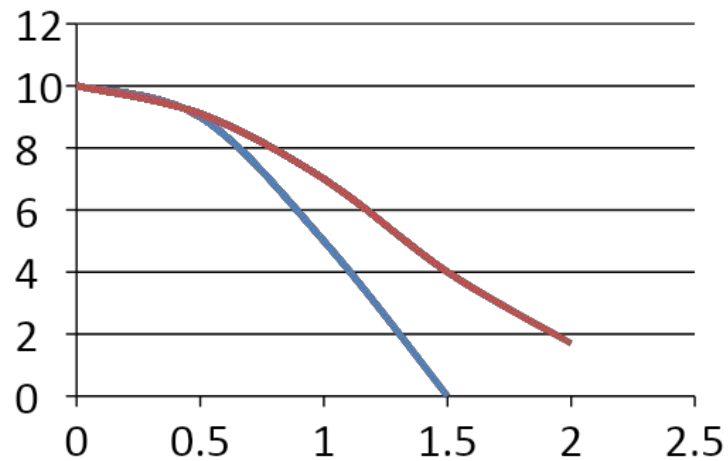
- $E_{20} = E_{19} + (\$G\$10 * E_{19} + \$G\$11 * E_{19}^2 - \$G\$9 * \$I\$5)$

- $* \$D\$15 / \$G\$9 \quad -v_1$

- $F_{20} = F_{19} + E_{19} * \$D\$15 \quad -y_i$

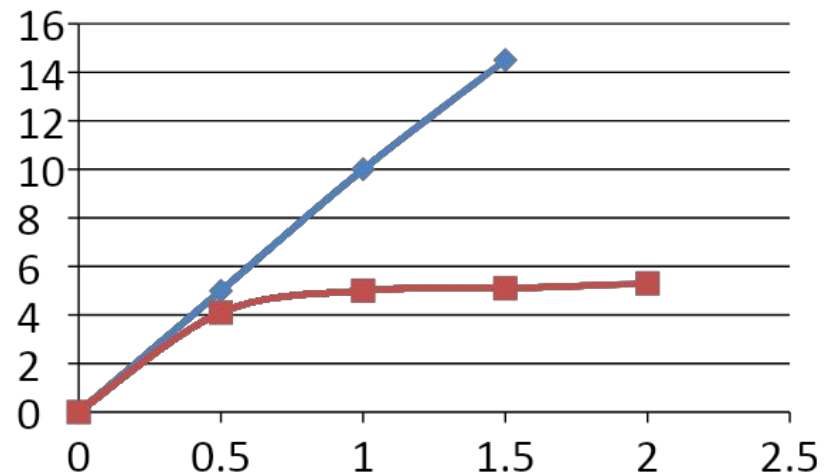
Графики

Изменение высоты



— Значения 1 (воздух)
— Значение 2 (вода)

Изменение скорости



◆ Значения 1 (воздух)
■ значение 2 (вода)

Задача 2

- Рассчитать время падения шара в воде с точностью до 0,01 сек.
- Метод:
- приближенные численные вычисления с точностью 0,001 (*dt*)
- Число шагов вычислений *n* = 100
- Результат округлить до 0,01

Программа на Pascal

Программа

```
Const Ro_shar=7800;  
        Ro_sreda=1000;  
        Mju=1.02; h=10; v0=0; r=0.05; g=9.8;  
Var i,n: integer;  
        t, y, dt, m, V, k1, k2:real;  
Begin  
k1:=6*Pi*Mju*r; k2:=0.2*Pi*r*r*Ro_sreda;  
m:=4/3*Pi*r*r*r*Ro_shar;  
Write ('шаг по времени:');readln (dt);  
Write ('Число шагов');readln (n);
```

Программа продолжение

```
i:=0; t:=0; v:=v0; y:=h+v*dt;  
While y>0 do  
Begin  
i:=i+1; t:=t+dt;  
v:=v+(k1*V+k2*v*v-m*g)/m*dt;  
If I mod n=0 then writeln (t:7:4,abs(V):7:4,y:7:4);  
y:=y+V*dt;  
End;  
writeln ('Tmax=',t:7:4,'Vmax=',abs(V):7:4)  
End.
```

Результаты

- При $\Delta t = 0,001$
- $T_{\max} = 2,23$ сек
- $V_{\max} = 5,355$ м\с

Погрешности

- Основное правило:

Точность результата не может быть выше точности исходных данных.

Абсолютная погрешность $X \pm \Delta X$

Относительная погрешность $\delta X = \Delta X / X$

пример

- **Если** $g = 9,8 \pm 0,01$, то $\Delta g = 0,01/9,8 \approx 0,1\%$

- **Следовательно**

$$\Delta T_{\max} = 2,23 \cdot 0,001 \approx 0,003$$

$$\Delta V_{\max} = 5,355 \cdot 0,001 \approx 0,006$$

- **ИТОГО:**

- $T_{\max} = 2,23 \pm 0,003$ сек

- $V_{\max} = 5,355 \pm 0,006$ м\с

Удачи!

