

ГЛАВА I. МЕХАНИКА

§7. Момент импульса.

Закон сохранения момента импульса

О. И. Лубенченко
НИУ МЭИ

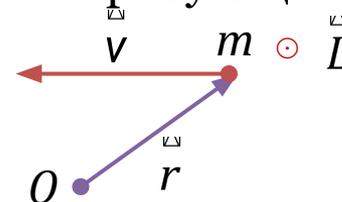
Кафедра физики им. В. А. Фабриканта
2020

I. Момент импульса

Момент импульса — векторная (псевдовекторная) ФВ, характеризующая инертность тела в движении.

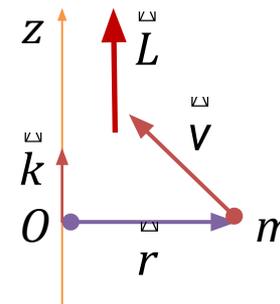
1. Момент импульса МТ относительно точки:

$$L = [rp]$$



2. Момент импульса МТ относительно оси:

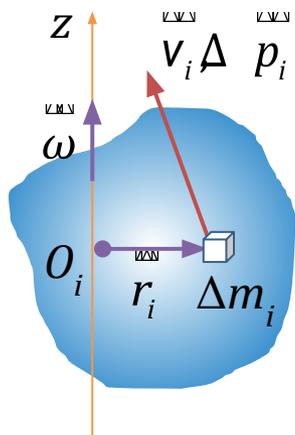
$$L = [rp]_z k$$



3. Момент импульса механической системы (относительно точки или оси):

$$L = \sum L_i$$

4. Момент импульса ТТ, вращающегося вокруг неподвижной оси



$$\Delta L_i = [r_i, \Delta p_i]$$

$$\vec{L} = \sum \Delta L_i = \sum [r_i, \Delta p_i] = \sum [r_i, \Delta m_i v_i] = \sum [r_i, \Delta m_i [\omega \times r_i]] =$$

$$= \sum \Delta m_i \{ r_i^2 \omega - \omega r_i^2 \} = \sum \Delta m_i r_i^2 \omega = I \omega$$

5. Момент импульса ТТ, совершающего плоское движение:

$$L = [r_C P] + L_C$$

Доказательство

$$L = \sum \Delta L_i = \sum [r_i, \Delta p_i] = \sum [r_i, \Delta m_i v_i]$$

$$L_C = I_C \omega$$

$$p_i = r_C + r_i \implies v_i = v_C + u_i \quad \omega \rho = \frac{d}{dt} \rho = \dots$$

M — масса тела

$$\begin{aligned}
 \vec{p} &= \sum m \left[r_c + u_i \Delta \quad (v_c + m_i) \right] r = \sum \Delta \quad r \left\{ \left[u_c v_c \right] \rho + \left[c \quad i \right] \rho \left[u_i v_c \right] + \left[i \quad i \right] \right\} = \\
 &= \left[p_c v_c \right] \sum \Delta m_i \rho + \left[r_c \sum \Delta m_i u_i \right] + \left[\sum \Delta m_i \quad i, v_c \right] + \sum \left[i, \Delta \quad i \quad i \right] = \\
 &= \left[r_c \Delta M v_c \right] + \left[r_c, \sum m_i \frac{d}{dt} \right] + \sum \Delta m_i \left[\omega_i \rho \left[\quad i \right] \right] = \\
 &= \left[p_c P \right] + \left[r_c \frac{d}{dt} \left(\sum m_i r_i \right) \right] + \omega \sum m_i \rho_i^2 = \left[r_c P \right] \Delta + I \omega \sum i i^2 = \left[c \right] + c
 \end{aligned}$$

II. Закон сохранения момента импульса

$$\frac{dL}{dt} = M^e$$

Если система замкнута, то $\frac{dL}{dt} = 0 \longrightarrow \boxed{L = \text{const}}$

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы относительно любой неподвижной оси или точки не изменяется с течением времени.

§7. Закон сохранения момента импульса

Условия сохранения момента импульса механической системы

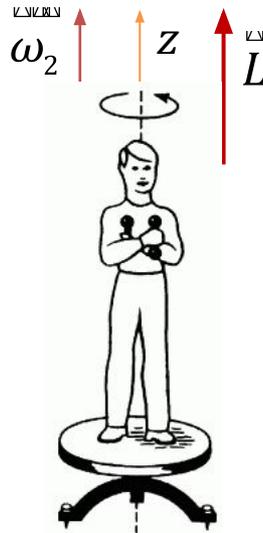
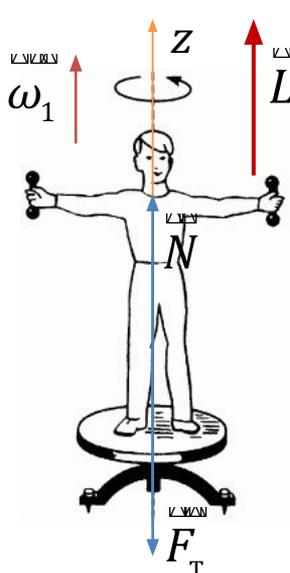
1. Моменты внешних сил скомпенсированы: $\sum M^e = 0$
2. Движение системы рассматривается в течение короткого промежутка времени Δt , при этом $M^i \gg M^e$.

ПРИМЕР

Скамья Жуковского

Скамья Жуковского — диск, который может вращаться вокруг вертикальной оси — оси симметрии — почти без трения. На скамье может стоять (или сидеть) человек и выполнять различные действия.

Опыт 1



$$\vec{L} = \text{const} \leftarrow \sum M^e = 0$$

$$L_1 = I_1 \omega_1 \quad L_2 = I_2 \omega_2$$

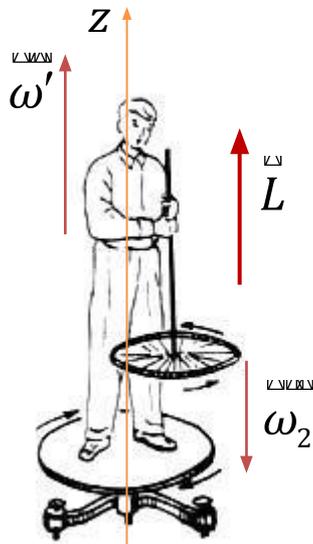
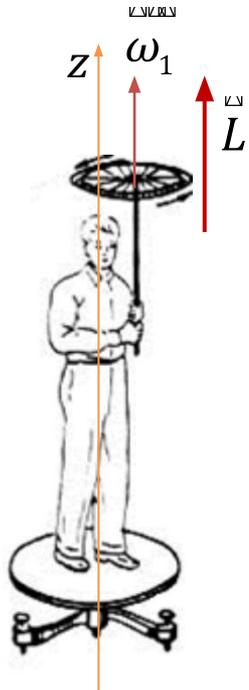
$$\omega_1 \neq \omega_2$$

$$\omega: I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2}$$

§7. Закон сохранения момента импульса

Опыт 2



$$L = \text{const} \leftarrow \sum M^e = 0$$

$$L_1 = I_1 \omega_1 \quad L_2 = I_1 \omega_2 + I_2 \omega_2'$$

$$L_1 \neq L_2 \neq L_2'$$

$$\text{т.е. } I_1 \omega_1 = I_1 \omega_2 + I_2 \omega_2'$$

$$\omega_2' = \frac{2L_1}{I_2}$$