

**Санкт-Петербургский государственный
университет телекоммуникаций
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича**
*Факультет Цифровой Экономики, Бизнес-
Информатики и Управления*
*Кафедра Управления и Моделирования
в Социально-Экономических Системах*

РИСК-АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

*на основе функций чувствительности
и теории нечетких множеств*

Содержание презентации

- Проблемы анализа влияния рисков на финансовые результаты инвестиционных проектов (ИП)
- Риски кредиторов
- Подход к анализу рисков с точки зрения функций чувствительности
- Нелинейные модели чувствительности
- Теория нечетких множеств, как альтернатива вероятностному подходу
- Расчет рисковой поправки в ставке дисконтирования

Основные определения:

- **Бизнес-процесс** – последовательная смена состояний системы при взаимодействии ее с внешним окружением.
- **Владелец процесса** – лицо, контролирующее бизнес-процесс и/или управляющее им, а также получающее выгоды (убытки) от протекания процесса в благоприятном (неблагоприятном) направлении.
- **Выгода (ущерб)** – измеренное количественно или качественно позитивное (негативное) влияние, оказываемое со стороны процесса на своего владельца.
- **Благоприятное (неблагоприятное) развитие процесса** – такое, в результате которого данный владелец процесса получает выгоду (ущерб).
- **Возможность** – мера осуществимости, допустимости чего-либо. Областью значений возможности является единичный интервал $[0, 1]$. Крайние точки: 0 – событие (ситуация) невозможна; 1 – событие (ситуация) неизбежна.
- **Риск** – это возможность неблагоприятного развития процесса для данного владельца.
- **Шанс** - это возможность благоприятного развития процесса для данного владельца.

Проблемы современного риск-анализа

Результаты воздействия рисков всегда субъектно-ориентированы (инвесторы, кредиторы, менеджеры и персонал). Оценки рискованности и отношения к риску у всех субъектов различные.

В научной литературе широко представлены качественные методы риск-анализа.

Существующий инструментарий количественного риск-анализа весьма скудный и плохо приспособлен к практическим нуждам менеджеров и разработчиков проектов.

В известных количественных методах в ряде случаев не вполне адекватно используется теория вероятности.

Показатели риска кредиторов

Коэффициент текущей задолженности:

$$КТЗ_t = \frac{ОНС_t}{СОФ_t + ЧП_t + A_t + НС_t} \times 100\%$$

ОНС_t – остаток непогашенных ссуд (долг к моменту **t**)

СОФ_t – стоимость основных фондов с учетом ликвидности

ЧП_t – чистая прибыль

A_t – амортизационные отчисления

НС_t – накопленные денежные средства к началу периода **t**

Требования к $КТЗ(t)$

- Если данный коэффициент меньше единицы во всех периодах горизонта планирования, то это означает, что для кредитора отсутствует риск понести убытки в случае ее банкротства фирмы, реализующей ИП.
- По европейским нормам этот показатель не должен превышать **0,75**.
- Таким образом кредитор страхует себя от риска банкротства фирмы, реализующей проект.

Снижение риска кредитора

- Для снижения $КТЗ(t)$ до приемлемой величины можно уменьшить объем заемных средств за счет увеличения собственных вложений.
- При этом происходит перераспределение рисков: снижается риск кредитора и увеличивается риск собственников проекта.

Показатели риска кредиторов

(продолжение)

Коэффициент покрытия погашения ссуды и процентов

$$KППСуП_t = \frac{НС_t + ЧП_t + П_t + А_t + ПЗС_t + ВУК_t - И_t}{П_t + ПС_t}$$

$НС_t$ – накопленные денежные средства к началу периода t

$ЧП_t$ – чистая прибыль после уплаты процентов по кредитам

$П_t$ – проценты по кредиту

$А_t$ – амортизационные отчисления

$ПЗС_t$ – полученные заемные средства в данном периоде

$ВУК_t$ – вложения в уставной капитал

$И_t$ – инвестиции в данном периоде

$ПС_t$ – погашение ссуды (долга) в данном периоде

Требования к $KППCuП(t)$

- В случае если $KППCuП < 1$, собственных средств для полного обслуживания задолженности не хватает и погашение взятых обязательств возможно лишь за счет привлечения в данном периоде новых кредитов или дополнительных вложений инвесторов.
- При значениях $1 \leq KППCuП \leq 1.5$ можно говорить о существовании зоны риска по выполнению кредитного соглашения.
- Если значение данного показателя больше **1,5** – можно говорить о практическом отсутствии риска исполнения кредитного договора.

Снижение риска кредитора

Для увеличения $KППCuП(t)$ в периоде t следует уменьшить долю погашения ссуды в этом периоде, отложив погашение на последующие периоды. Это ведет к увеличению срока кредитования и росту процентных платежей.

Показатели риска кредиторов

(продолжение)

Коэффициент покрытия погашения процентов

$$КППиП_t = \frac{НС_t + ЧП_t + П_t + А_t + ПЗС_t + ВУК_t - И_t}{П_t}$$

Заметим, что **$КПП \geq КППСуП \forall t$** . Если анализ **$КППСуП$** говорит об отсутствии риска, то необходимость анализировать **$КПП$** отпадает.

При наличии зоны риска по суммарным обязательствам, полезно знать, существует ли риск неуплаты процентов.

При значениях **$1 < КПП < 1.5$** можно говорить о существовании зоны риска по выполнению кредитного соглашения.

В случае если значение данного показателя больше 1,5, можно говорить о практическом отсутствии риска не уплаты процентов.

При анализе влияния рисков

следует различать:

ИСТОЧНИКИ РИСКОВ

И

РИСКОВЫЕ СОБЫТИЯ

Источники рисков могут порождать или не порождать те или иные рисковые события, влияющие на проект.

Классификация источников риска

1. Внешние источники рисков (вне фирмы)

- 1.1. **Политические** (изменение внутренней и внешней политики государства, колебания международных отношений, таможенные пошлины, эмбарго, квоты на ввоз и вывоз капитала, ограничения на торговлю, международные санкции, смена правительства)
- 1.2. **Юридические** (изменения правовых норм в бизнесе, лицензирование, антимонопольное регулирование, нестабильность налогового законодательства, акцизы, штрафные санкции, правовая незащищенность бизнеса)
- 1.3. **Макроэкономические** (рост инфляции, колебания курсов иностранной валюты и валютное регулирование, колебание мировых цен на сырье, энергоносители, состояние фондового и финансового рынков, высокая ставка рефинансирования ЦБ РФ, спад или подъем экономики в стране)
- 1.4. **Региональные** (экономическое положение региона, степень развитости инфраструктуры, особенности географического положения, климат, регион-донор или дотационный)
- 1.5. **Отраслевые** (экономическое положение и инвестиционная привлекательность отрасли, фирма производит конечный продукт или полуфабрикат)
- 1.6. **Рыночные** (колебания платежеспособного спроса потребителей, влияние конкурентной среды, неустойчивость рынка поставщиков сырья, энергоресурсов, комплектующих, колебания процентных и депозитных ставок коммерческих банков, рост тарифов естественных монополий)
- 1.7. **Форс-мажор** (непредвиденные ситуации, стихийные бедствия, ЧП)

Классификация источников риска

(продолжение)

2. Внутренние источники рисков (внутри фирмы)

- 2.1. **Организационные** (неэффективность системы управления, недостаточный опыт и невысокое качество работы менеджеров)
- 2.2. **Технологические** (низкое качество технологических решений, недостатки в системе контроля технологических процессов и качества производимых товаров, физическая и моральная изношенность основных фондов)
- 2.3. **Проектные** (низкое качество проработки проекта, несогласованность проекта с внешней средой)
- 2.4. **Маркетинговые** (неадекватность оценки платежеспособного спроса, не гибкая ценовая политика, недооценка возможностей конкурентов)
- 2.5. **Финансовые** (недостаточность собственных финансовых ресурсов для инвестиций, ошибки в управлении финансами, недостаточность необходимых оборотных средств, неэффективное управление дебиторской и кредиторской задолженностью)
- 2.6. **Юридические** (ненадежность контрактов с поставщиками и потребителями, недостаточное правовое сопровождение бизнеса, действия менеджеров вне правового поля, арбитражные случаи)
- 2.7. **Персональные** (низкая квалификация и мотивация персонала, низкая приверженность персонала, низкая трудовая дисциплина)

Методы риск-анализа

- **Качественный метод** – анализ источников риска с целью выявления актуальных рисков событий. Определение риск-параметров динамической модели Cash-Flow соответствующих рисков событиям. Оценка предельных отклонений риск-параметров.
- **Количественные методы** – оценка границ отклонений целевых функций при воздействии совокупности рисков в пределах выбранного горизонта планирования. Интегральные оценки степени рискованности проекта. Принято различать:
 - **Метод сценариев**
 - **Метод имитационного моделирования**
 - **Метод функций чувствительности**

Методология риск-анализа

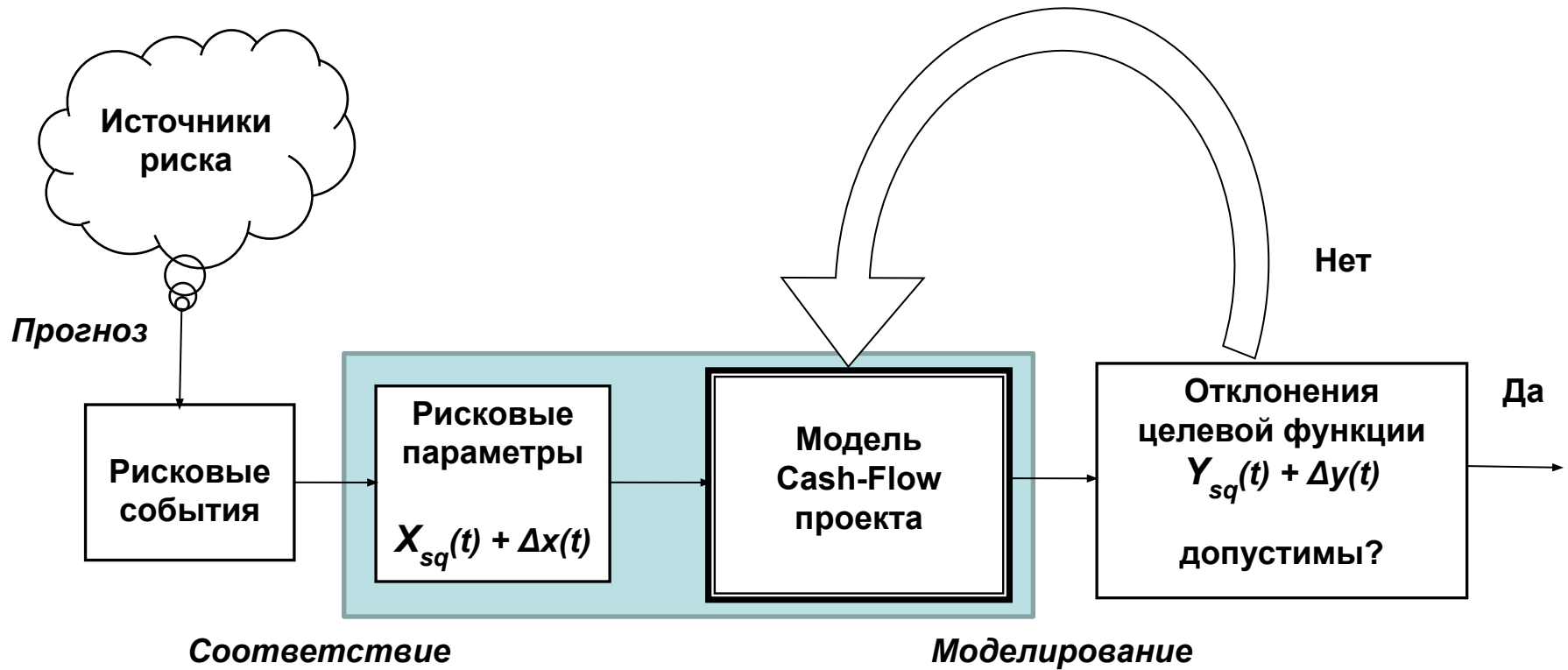
На этапе проектирования:

- Качественный анализ источников риска для конкретного проекта
- Прогнозный количественный риск-анализ проекта (оценка основных индикаторов риска).
- Разработка мероприятий по снижению влияния рисков.

На этапе реализации проекта:

- Мониторинг технологических, инвестиционных, коммерческих и финансовых результатов проекта в каждом периоде планирования.
- Корректировка проекта на основе анализа расхождений прогноза и фактических результатов. Мониторинг динамики индикаторов риска.

Моделирование влияния рисковых событий на инвестиционный проект



Варианты целевых функций:

- ***ASCF(T)*** (*Accumulated Saldo Cash-Flow*) – накопленное сальдо денежных потоков (состояние расчетного счета проекта) к моменту ***T***
- ***ANCF(T)*** (*Accumulated Net Cash-Flow*) – накопленный чистый денежный поток генерируемый проектом к моменту ***T***
- ***NPV(T)*** (*Net Present Value*) – чистая текущая стоимость проекта к моменту ***T***
- ***NCF(T)*** (*Net Cash-Flow*) – чистый денежный поток генерируемый проектом за период ***T***
- ***PbP*** (*PayBack Period*) – срок окупаемости проекта
- ***PI(T)*** (*Profitability Index*) – коэффициент внутренней экономической эффективности проекта к моменту ***T***
- ***SCF(T)*** (*Saldo Cash-Flow*) – сальдо денежных потоков в момент (период) ***T***
- ***IRR(T)*** (*Internal Rate of Return*) – внутренняя норма возврата (доходности) к моменту ***T***

ASCF(T) (Accumulated Saldo Cash-Flow –
накопленное сальдо денежных потоков
(состояние расчетного счета проекта) к
моменту (периоду) ***T***

$$Y(x, T) = \sum_{t=0}^T [CF_{in}(x, t) - CF_{out}(x, t)]$$

ANCF(T) (Accumulated Net Cash-Flow) – накопленный чистый денежный поток генерируемый проектом к моменту (периоду) ***T*** (без дисконтирования)

$$Y(x, T) = \sum_{t=0}^T NCF(x, t)$$

NPV(T) (Net Present Value) –
чистая текущая стоимость
проекта к моменту (периоду) ***T***

$$NPV(x, T) = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF(x, t)}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I(x, t)}{(1+d)^t}$$

NCF(t) (Net Cash-Flow) – чистый денежный поток генерируемый проектом в момент (период) ***t***

$$Y(x, t) = NCF(x, t)$$

Срок окупаемости $T = TbP$
(Time back Period)

**это решение трансцендентного
уравнения:**

$$NPV_{T=PbP} = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1+d)^t} = 0$$

Profitability Index – PI_T

Коэффициент внутренней экономической эффективности к моменту (периоду) T

$$PI_T = \frac{\sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1+d)^t}}{\sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1+d)^t}}$$

SCF(t) (Saldo Cash-Flow) –
сальдо денежных потоков в
момент (период) ***t***

$$Y(x, t) = [CF_{in}(x, t) - CF_{out}(x, t)]$$

Внутренняя норма возврата $IRR(T)$ к моменту (периоду) T – это решение нелинейного уравнения:

$$\sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1 + IRR_T)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1 + IRR_T)^t} = 0$$

Определение функции чувствительности проекта к рискам

- Целевая функция: $Y(\mathbf{x}, t)$
- Риск-параметры: $x_i(t)$
- Относительная функция чувствительности (при бесконечно малых отклонениях):

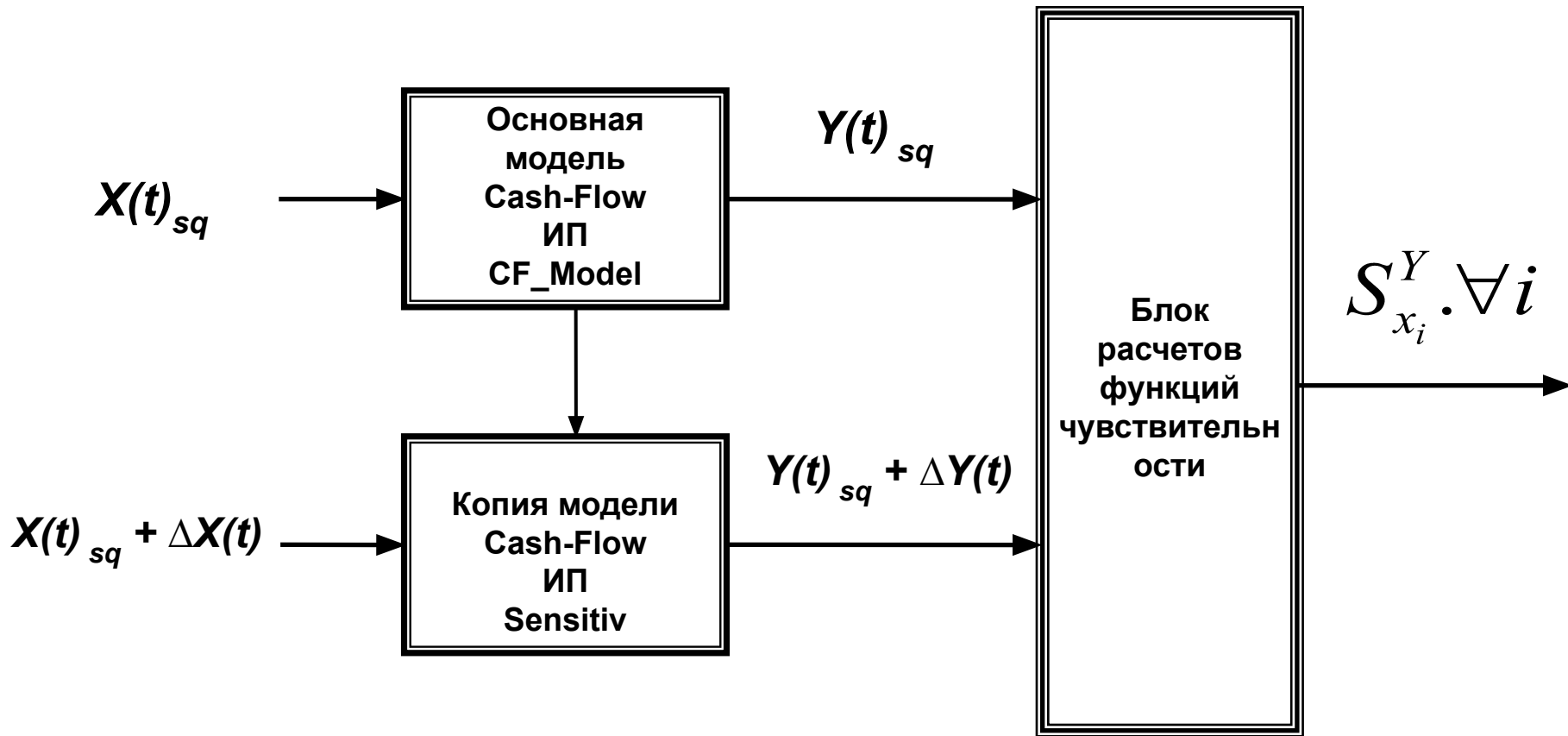
$$S_{x_i}^Y(t) = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln x_i} = \frac{\partial Y / Y}{\partial x_i / x_i} \approx \frac{\Delta Y / Y}{\Delta x_i / x_i}$$

Экономический смысл

Чувствительность показывает на сколько процентов изменится целевая функция при изменении риск-параметра на один процент.

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

Модель расчета функций чувствительности



Работа с моделью

Два файла модели связаны друг с другом.

Файлы не переименовывать. Имя папки это фамилия студента и номер группы.

Копировать можно только всю папку с файлами.

В файлах модели не вставлять и не удалять строки, столбцы или ячейки.

Не пользоваться «ножницами» (вырезать).

В листе MainModel файла Sensitiv в клетках AD20-AD24 должны быть нули (это проверка синхронности модели).

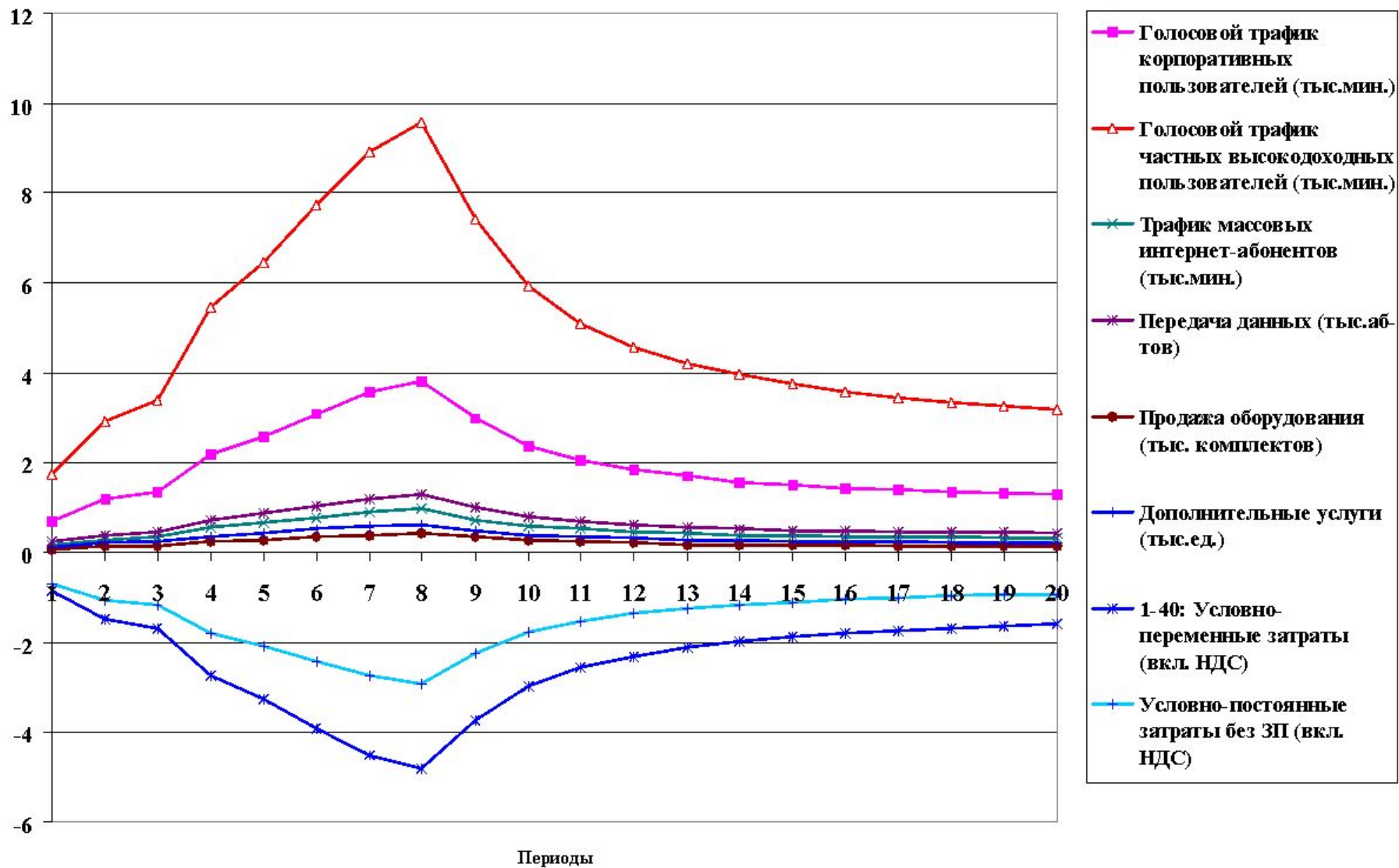
При работе открывать оба файла и закрывать с сохранением.

Защиту листов не снимать. Желтые клетки для ввода исходных данных.

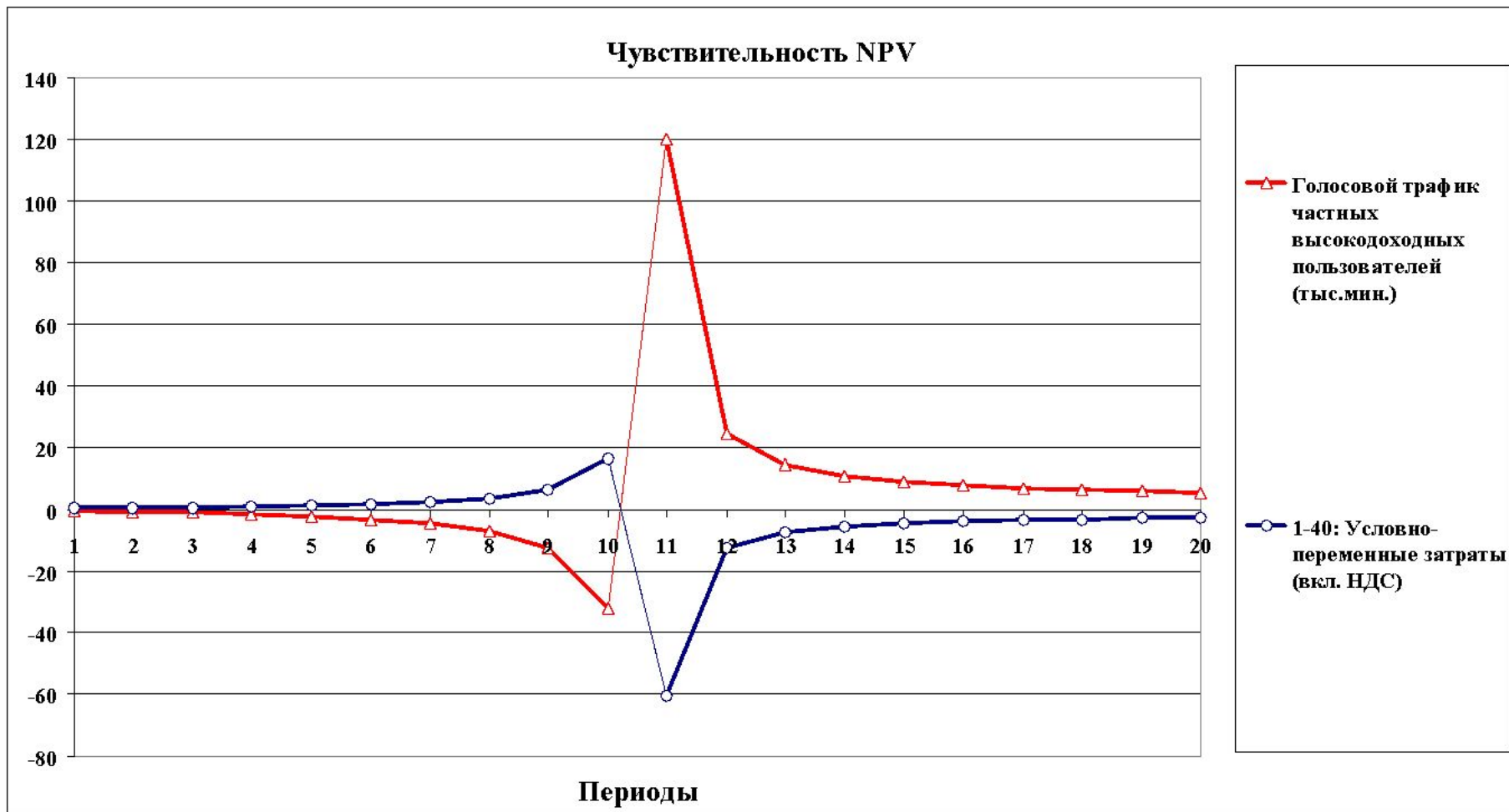
Свойства функций чувствительности (для всех целевых функций, кроме NPV)

- $S(t) \geq 0$ для всех t по всем ценам и натуральным объемам продаж товаров, реализуемых в рамках инвестиционного проекта (*исключая товары с отрицательной рентабельностью*)
- $S(t) \leq 0$ для всех t по всем статьям текущих расходов, а также по ставке процента коммерческих кредитов

Чувствительности накопленного сальдо финансовых потоков (ASCF)



Чувствительность NPV



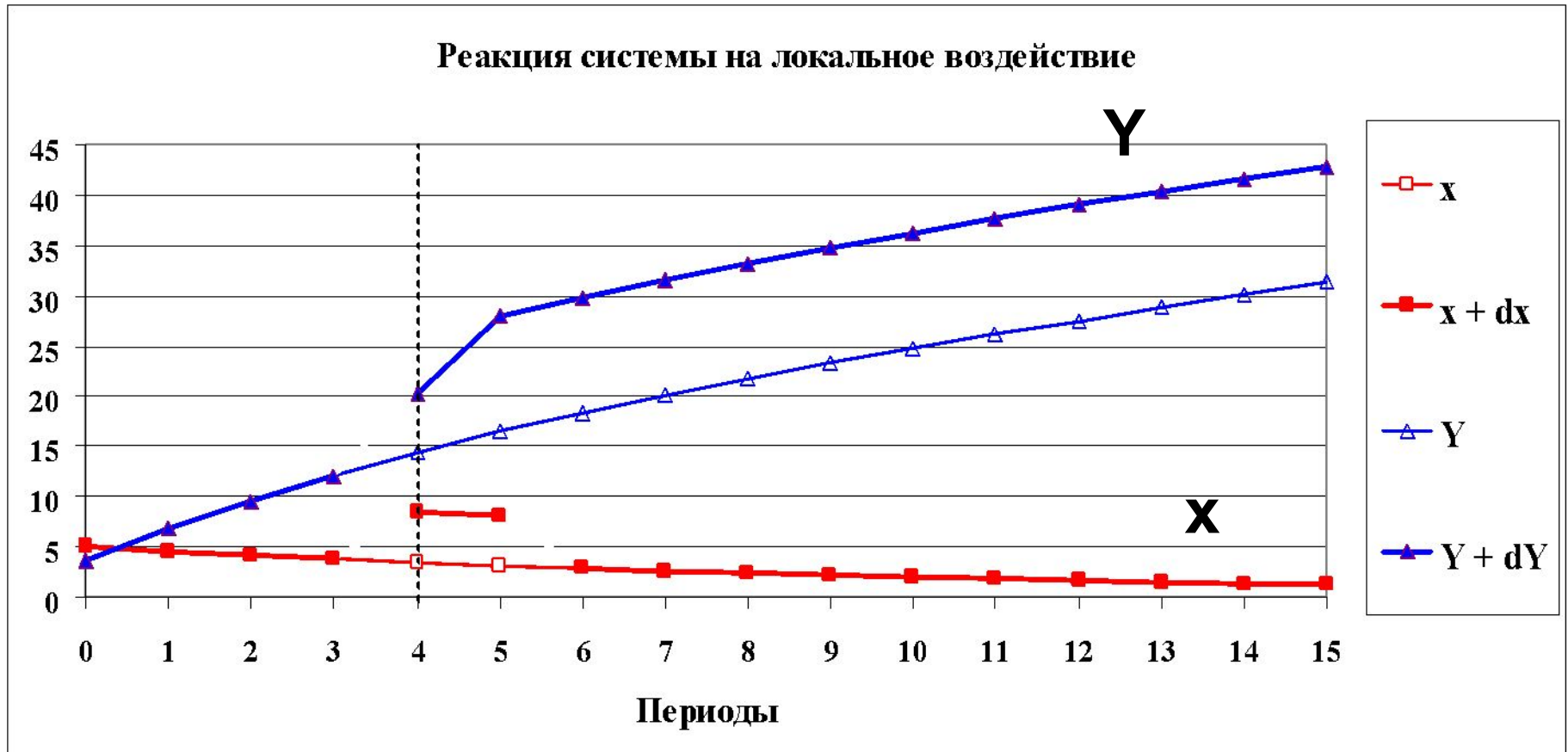
Что дает знание функций чувствительности?

- Позволяет ранжировать риски, выделяя наиболее существенные.
- Позволяет определить наиболее «опасный» период жизни проекта.
- Позволяет количественно сравнивать степени рискованности сценариев или различных проектов между собой.
- Позволяет оценить влияние на проект совокупности рисков.

Локальная чувствительность (*LS*) (определение)

- чувствительность при локальном (краткосрочном во времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение имеет место только в течение одного или нескольких периодов, существенно меньших общего горизонта планирования

Реакция системы на локальное воздействие

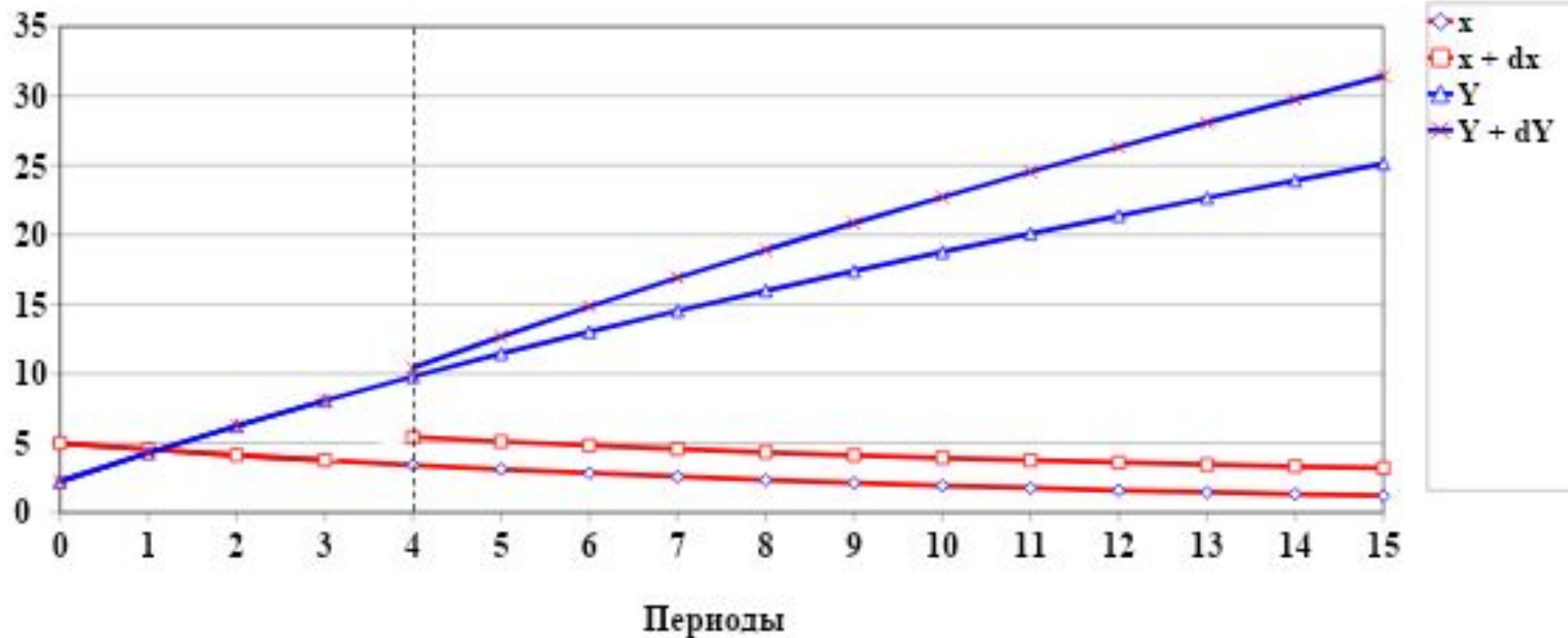


Глобальная чувствительность (GS) (определение)

- чувствительность при глобальном (длительном по времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение, начиная с некоторого момента, может длиться вплоть до конца горизонта планирования

Реакция системы на глобальное воздействие

Реакция системы на глобальное воздействие



Что дает знание функций чувствительности?

- Позволяет ранжировать риски, выделяя наиболее существенные.
- Позволяет определить наиболее «опасный» (высокая чувствительность) период жизни проекта в пределах горизонта планирования.
- Позволяет количественно сравнивать степени рискованности сценариев или различных проектов между собой.
- Позволяет оценить одновременное влияние на проект совокупности рисков и оценить границы отклонения целевой функции в пределах всего горизонта планирования.

Рисковые характеристики сценария реализации проекта

Функции чувствительности вместе с показателями эффективности являются важными характеристиками проекта.

Знание этих характеристик существенно расширяет представление о реализуемости проекта в условиях риска.

Принимая решение о выборе того или иного возможного варианта (сценария) финансового прогноза, при прочих равных условиях следует отдавать предпочтение варианту с наименьшей чувствительностью.

Как же сравнивать сценарии и различные проекты между собой по степени их рискованности?

Влияние совокупности рисков

Если определены чувствительности независимо по всем N риск-параметрам, то можно выразить полное относительное отклонение целевой функции через реальные относительные отклонения аргументов в следующем виде:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

Минимизация чувствительности при выборе сценария

Выбираем тот вариант сценария, у которого:

$$\sum_{i=1}^N \text{MAX} \left| S_{x_i}^Y(t) \right|_{\forall t} \Rightarrow \text{MIN}$$

Для большей информативности можно разбить все риск-параметры на следующие группы:

- **Натуральные объемы продаж**
- **Статьи текущих затрат (условно-постоянные и условно-переменные)**
- **Инвестиционные затраты**

Интегральные индексы чувствительности инвестиционного проекта

Индекс максимальной чувствительности к объемам продаж

- X_q – вектор натуральных объемов продаж по всем позициям ассортимента из M товаров
- M – количество реализуемых товаров в ассортименте

$$\sum_{i=1}^M \max \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSQ$$

Индекс максимальной чувствительности к текущим издержкам

X_c – вектор из L статей текущих издержек

$$\sum_{i=1}^L \max \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSC$$

Индекс максимальной чувствительности к инвестиционным затратам

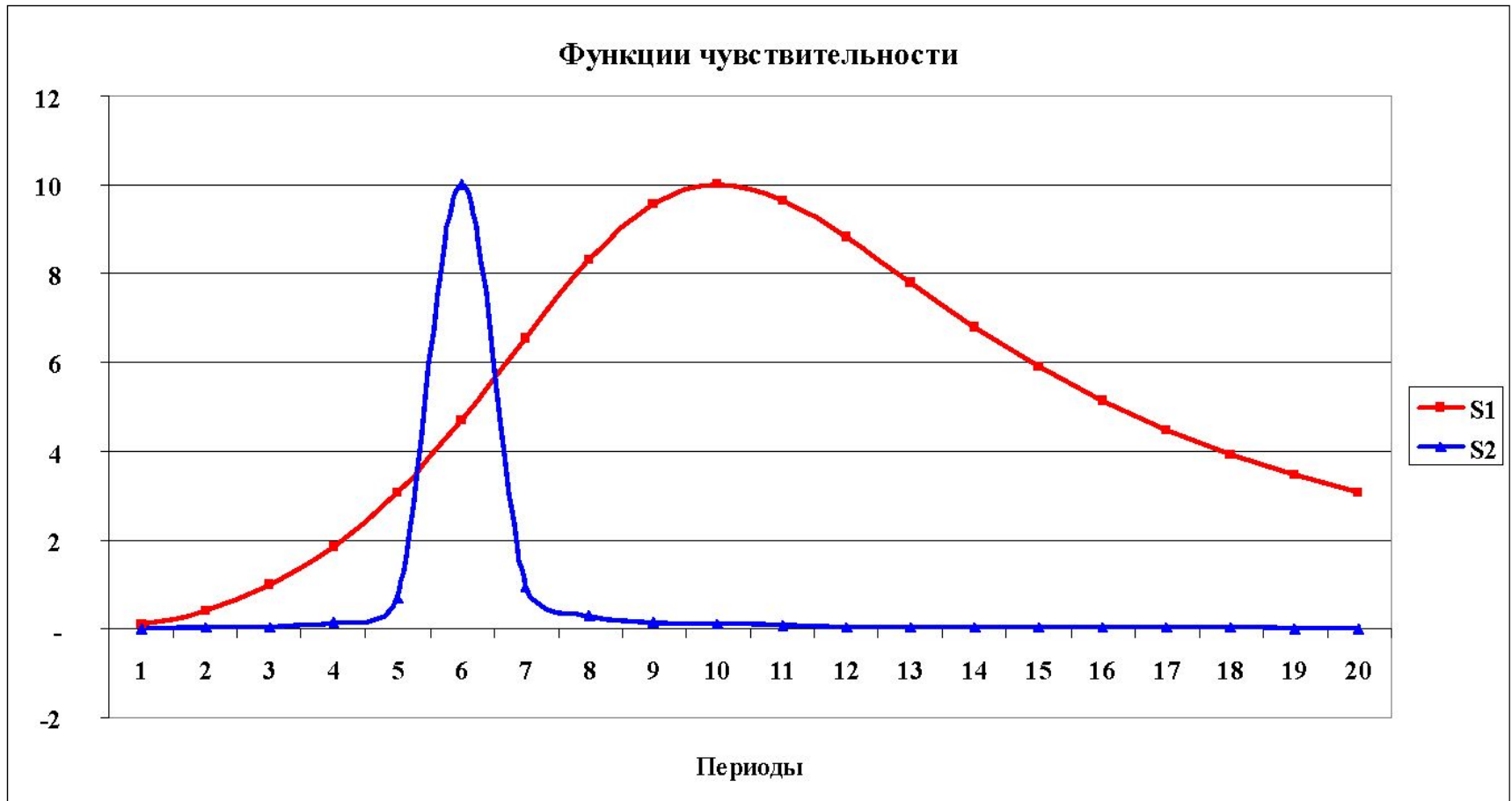
X_{In} – вектор из K статей инвестиционных затрат

$$\sum_{i=1}^K \max \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSI$$

Экономический смысл *IMS*

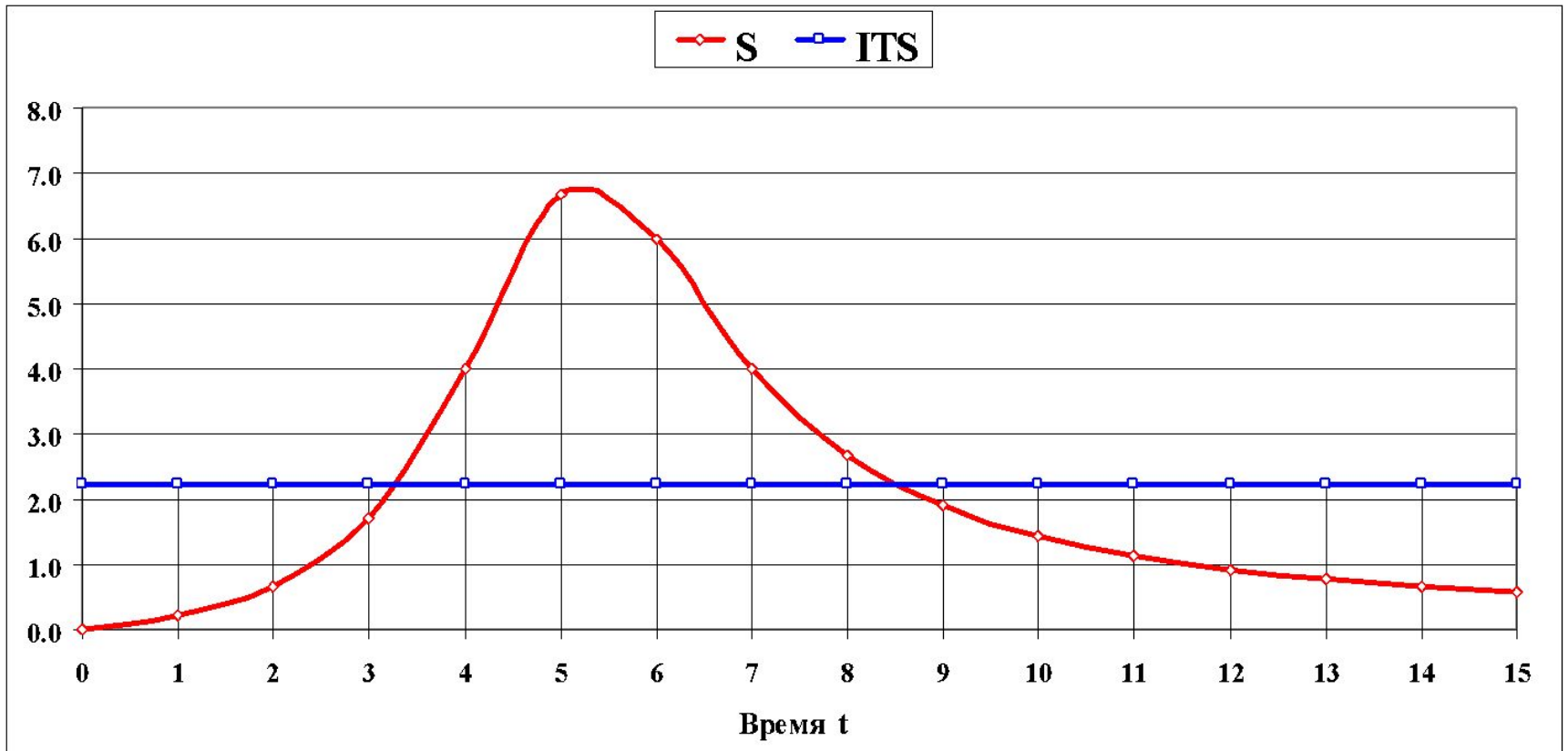
Индекс максимальной чувствительности показывает на сколько процентов **максимально** может измениться целевая функция в пределах горизонта планирования, если одновременно все риск-параметры изменятся на один процент в неблагоприятном направлении.

Случай, когда экстремальные значения не вполне информативны



Индекс полной чувствительности

$$ITS = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt$$



Индекс полной чувствительности к натуральным объемам продаж при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left(\left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{qi}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSQ$$

Индекс полной чувствительности к текущим издержкам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left(\left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{ci}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSC$$

Индекс полной чувствительности к инвестиционным затратам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left(\left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSI$$

Экономический смысл *ITS*

Индекс полной чувствительности показывает на сколько процентов **в среднем** может измениться целевая функция в пределах горизонта планирования, если одновременно все риск-параметры изменятся на один процент в неблагоприятном направлении.

При сравнении проектов по степени рискованности

- Рассчитываются функции чувствительности для всех инвестиционных проектов (ИП)
- Рассчитываются индексы максимальной и полной чувствительности для всех ИП
- Проводится сравнительный анализ проектов по полученным индексам

Сравнение степени рискованности двух проектов

Риск-параметры	Интегральные индексы чувствительности	Проект 1	Проект 2
Объемы продаж	<i>IMSQ</i>	3.5	5.0
Условно-переменные затраты	<i>IM SVC</i>	2.0	4.5
Условно-постоянные затраты	<i>IMSFC</i>	5.5	3.5
Инвестиции	<i>IMSI</i>	1.00	2.0
<i>В целом</i>	<i>Сумма</i>	<i>12.0</i>	<i>15.0</i>
Объемы продаж	<i>ITSQ</i>	1.4	2.1
Условно-переменные затраты	<i>IT SVC</i>	0.6	1.5
Условно-постоянные затраты	<i>ITSFC</i>	2.8	1.9
Инвестиции	<i>ITSI</i>	0.5	0.9
<i>В целом</i>	<i>Сумма</i>	<i>5.3</i>	<i>6.4</i>

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Общее определение линейности системы

Система (в том числе экономическая)
линейна, если выполняются условия
аддитивности и ***гомогенности***.

Необходимо проверить выполнение этих
условий для выбранной целевой
функции по всем риск-параметрам.

Условие аддитивности

Целевая функция аддитивна, если реакция экономической системы на совокупность воздействий (рисков) равна сумме ее реакций на каждое воздействие (риск) в отдельности.

Это известный принцип суперпозиции, который можно выразить в следующей форме:

$$Y \left(\frac{\Delta x}{x_i} \right)_{i=1}^N = \sum_{i=1}^N Y \left(\frac{\Delta x}{x_i} \right)$$

Условие гомогенности

Строго говоря, необходимо проверить выполнение для системы условия гомогенности (пропорциональности)

Если риск-параметр увеличить в ***a*** раз, то целевая функция увеличится во столько же раз:

$$Y(ax) = a Y(x),$$

где ***a*** – некоторая произвольная константа,
x – вектор риск-параметров .

Для линейности экономической системы достаточно выполнения условия аддитивности

Это означает, что

выполнение условия аддитивности (принципа суперпозиции) практически гарантирует линейность экономической системы.

Нелинейная модель чувствительности

- До сих пор мы полагали, что целевая функция (ЦФ) линейно зависит от каждого риск-параметра.
- Для ЦФ, измеряемых в денежных единицах в большинстве случаев это верно.
- В начальной стадии реализации ИП возможно нарушение линейности, например из-за перехода от убытков к прибыли (ЦФ становится кусочно-гладкой).
- Возможна взаимная зависимость отдельных риск-параметров (например: объем продаж и условно-переменные затраты).
- В этих случаях нужна нелинейная модель второго порядка.

**Ряд Тейлора для абсолютного отклонения
целевой функции
(линейная и квадратичная составляющие):**

$$\Delta Y = \sum_i \frac{\partial Y}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \dots \forall i, j$$

Общая нелинейная модель чувствительности второго порядка

Если имеется зависимость X_i от X_j , и/или нелинейность ЦФ, то в общем случае из разложения относительного отклонения ЦФ в ряд Тейлора следует:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_i S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j S_{x_i x_j}^Y \frac{\Delta x_i \Delta x_j}{x_i x_j}$$

где:

$$S_{x_i x_j}^Y = \frac{x_i x_j}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \dots \forall i, j$$

Функции чувствительности второго порядка.

Если $i = j$, то получим собственную чувствительность второго порядка.

Если $i \neq j$, то получим взаимную чувствительность второго порядка.

Нелинейная модель чувствительности для одного риск-параметра

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_x^Y \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \left(\frac{\Delta x}{x} \right)^2 \quad S_x^Y = \frac{x}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \quad S_{xx}^Y = \frac{x^2}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} / \frac{\Delta x}{x} = S_x^Y + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \frac{\Delta x}{x} = S_x^{Y nl}$$

$$S_{xx}^Y = 2(S_x^{Y nl} - S_x^Y) / \left(\frac{\Delta x}{x} \right)$$

Собственная чувствительность второго порядка численно равна удвоенному отклонению нелинейной чувствительности от линейной при изменении риск-параметра на один процент

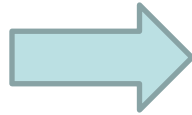
Метод двух экспериментов для определения чувствительностей (первый вариант)

Проводим два эксперимента при различных относительных отклонениях:

x, y - относительные отклонения,

S_1, S_2 - чувствительности первого и второго порядка, соответственно.

$$\begin{cases} y_1 = S_1 x_1 + \frac{1}{2} S_2 x_1^2 \\ y_2 = S_1 x_2 + \frac{1}{2} S_2 x_2^2 \end{cases}$$



$$S_1 = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

$$S_2 = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

Второй вариант определения чувствительностей

При малом значении относительного отклонения $x_1 \ll 0$ из первого уравнения получаем:

$$S_1 = \frac{y_1}{x_1}$$

При $x_2 \gg x_1$ из второго уравнения получаем:

$$S_2 = 2 \left(\frac{y_2}{x_2^2} - \frac{S_1}{x_1} \right)$$

Нелинейная модель чувствительности для двух риск-параметров

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_1}^Y \frac{\Delta x_1}{x_1} + S_{x_2}^Y \frac{\Delta x_2}{x_2} + \frac{1}{2} S_{x_1 x_1}^Y \left(\frac{\Delta x_1}{x_1} \right)^2 + \frac{1}{2} S_{x_2 x_2}^Y \left(\frac{\Delta x_2}{x_2} \right)^2 + S_{x_1 x_2}^Y \left(\frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{x_1 x_2} \right)$$

Алгоритм расчета функций чувствительности при $S_{12} = S_{21}$:

1. Для Y выбираем X_1 и X_2 в исходном режиме SQ
2. При двух различных значениях $\Delta x/x$ поочередно находим чувствительности первого порядка и собственные: S_1' и S_2' при $\Delta x_2 = 0$ и S_1'' и S_2'' при $\Delta x_1 = 0$
3. При выбранных значениях $\Delta x/x$ и одновременно действующих обоих рисках находим: S_{12} при $\Delta x_1 \neq 0$ и при $\Delta x_2 \neq 0$. Если $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$, то получим:

$$\frac{\Delta Y}{Y} / \left(\frac{\Delta x}{x} \right)^2 - [S_{x_1}^Y + S_{x_2}^Y] / \frac{\Delta x}{x} - \frac{1}{2} [S_{x_1 x_1}^Y + S_{x_2 x_2}^Y] = S_{x_1 x_2}^Y$$

Экономический смысл взаимной чувствительности

$$\frac{\Delta Y}{Y} - \left\{ [S_{x_1}^Y + S_{x_2}^Y] \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} [S_{x_1 x_1}^Y + S_{x_2 x_2}^Y] \left(\frac{\Delta x}{x} \right)^2 \right\} = S_{x_1 x_2}^Y \left(\frac{\Delta x}{x} \right)^2$$

Взаимная чувствительность показывает на сколько процентов полное относительное отклонение целевой функции отличается от суммы линейного и нелинейного относительных отклонений при одновременном изменении двух риск-параметров на один процент в неблагоприятном направлении.

Если цена P и натуральный объем продаж Q являются риск-параметрами, то $Y(p, Q)$

- В этом случае можно в качестве риск-параметра выбрать выручку $B = pQ$, тогда модель линейна.
- В случае, когда p и Q независимые риск-параметры, тогда модель не линейна, т.к. целевая функция зависит от произведения этих параметров. Для оценки влияния совокупности рисков используем формулу:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i} + \frac{\Delta p}{p} \frac{\Delta Q}{Q}$$

- Здесь в N вошли p и Q , а их взаимная чувствительность S_{pQ} равна единице.

Метод функций чувствительности является универсальным инструментом риск-анализа и свободен от приписываемых ему недостатков

«Недостатки»:

1. Метод чувствительности является «однофакторным».

Если рассчитаны чувствительности по каждому риску в отдельности, то влияние любой совокупности рисков легко рассчитывается на основе предложенной модели.

2. Метод не работает, когда риски зависят друг от друга.

Нелинейная модель чувствительности позволяет учесть не только взаимное влияние рисков, но и нелинейность модели инвестиционного проекта.

Неопределенность

Неопределенность – это неустранимое свойство рыночной среды, связанное с тем, что на рынке одновременно действует множество факторов различной природы и направленности, корректная совокупная оценка которых практически невозможна.

Рыночная неопределенность *не обладает статистической природой*, т.к. окружающая фирму бизнес-среда постоянно меняется под воздействием различных факторов, включая человеческий фактор.

«Проклятье» экономических систем:

«Нельзя дважды войти в одну и ту же реку».

Вероятность и возможность

При анализе процессов, подчиняющихся статистическим законам, можно использовать **теорию вероятности**.

Для бизнес процессов и систем с интеллектом, т.е. там где люди принимают решения, не существует надежной статистики. Невозможно обеспечить однородность и одинаковость условий эксперимента для расчета вероятности по статистически значимой выборке. Классическая теория вероятности здесь не работает.

При анализе таких систем необходимо использовать **теорию возможностей**, в основе которой лежит теория нечетких множеств.

Нечеткие множества

(этапы развития теории)

В 1965 году Лотфи А. Заде (Lotfi A. Zadeh), профессор информатики университета в Беркли (Калифорния), ввел в науку понятие **нечетких множеств** (fuzzy sets или fuzzy logic), давшее название одноименной теории.

В 1971 году Л.Заде выступил с докладом по ТНМ в СССР, в Москве на международном математическом конгрессе.

С 1975 года начался бурный рост прикладных работ в различных отраслях.

Интеграция ТНМ с классической теорией вероятности привела к появлению теории возможности (**эвентология**).

Четкие и нечеткие множества

- Для ЧМ элемент либо принадлежит этому множеству, либо нет – третьего не дано (Закон исключённого третьего).
- Для НМ элемент может **не вполне** принадлежать этому множеству.
- Степень принадлежности определяется соответствующей функцией принадлежности $0 \leq \mu(x) \leq 1$

Основные определения

- **Носитель U** – это универсальное множество, к которому относятся все результаты наблюдений x в рамках оцениваемой квазистатистики.
- **Нечеткое множество** – это множество значений носителя, такое, что каждому значению носителя $x \in U$ сопоставлена степень принадлежности $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ этого значения множеству A .

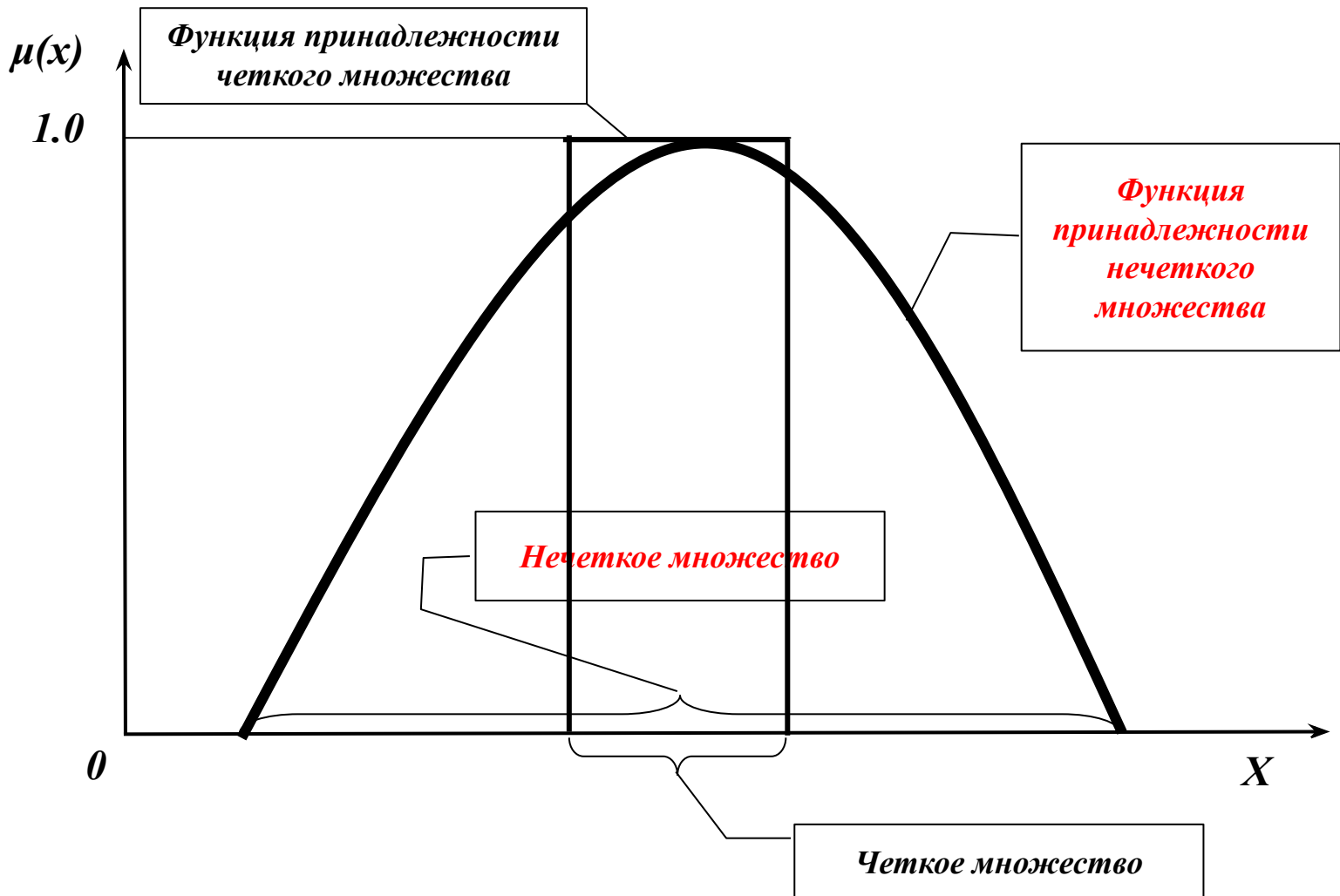
Основные определения

(продолжение)

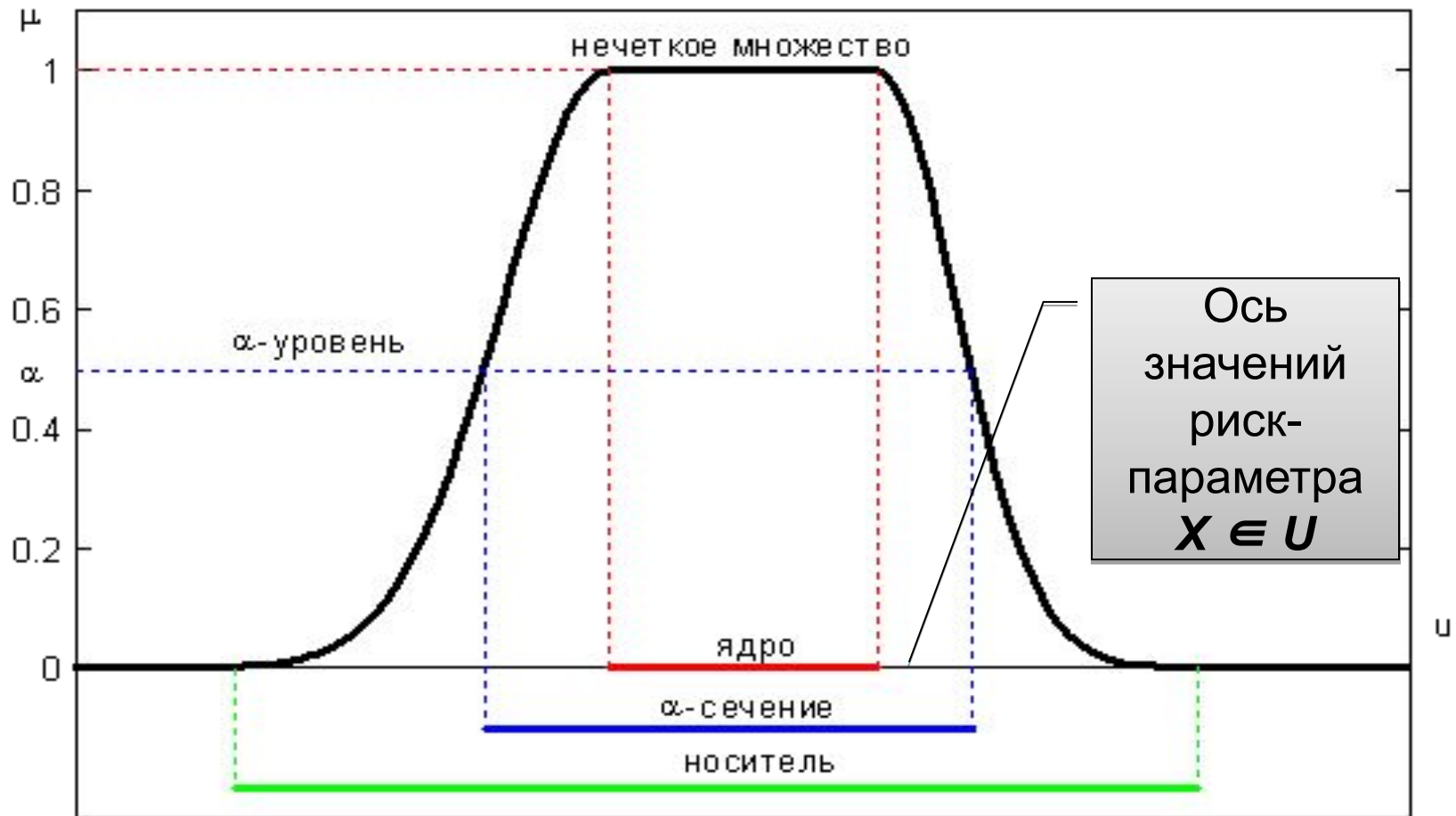
- **Функция принадлежности $\mu_A(x)$** – это функция, областью определения которой является носитель U , $x \in U$, а областью значений – единичный интервал $[0, 1]$.

Чем больше $\mu_A(x)$, тем выше оценивается степень принадлежности элемента носителя x нечеткому множеству A .

Четкое и нечеткое множества



Пример функции принадлежности

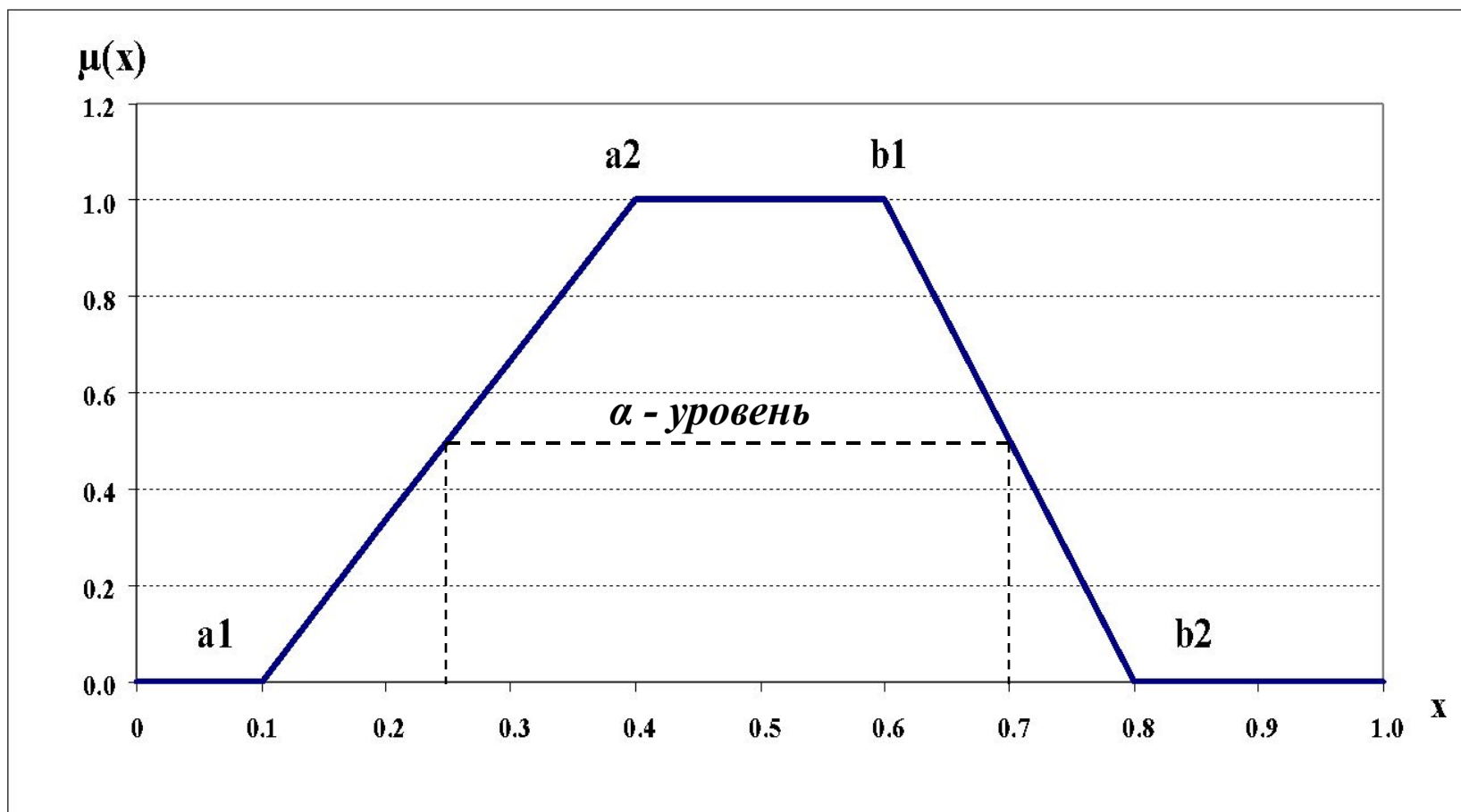


Нечеткие числа и операции над ними

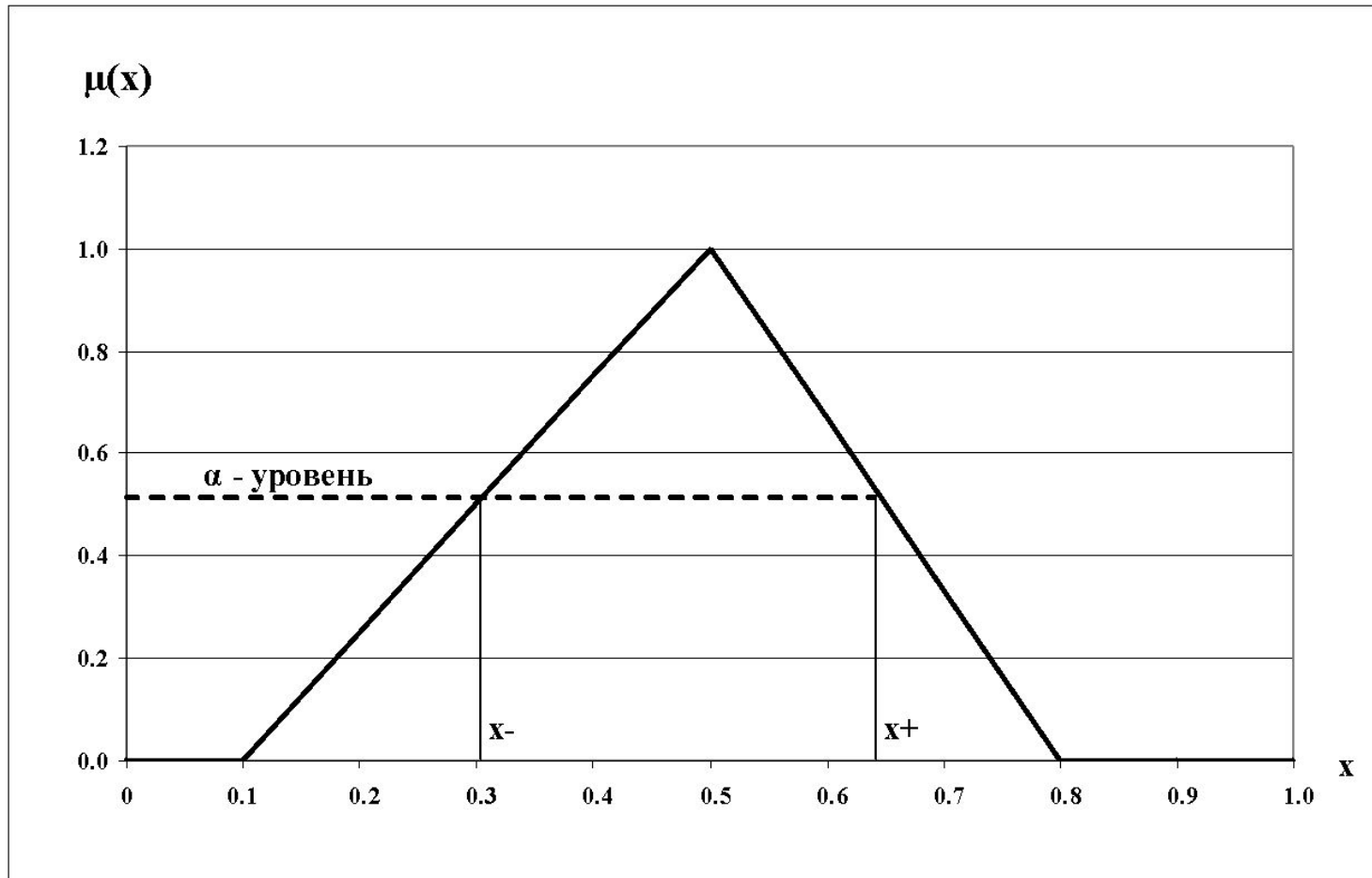
Нечеткое число – это нечеткое подмножество множества действительных чисел (носителя), имеющее **нормальную** и **выпуклую** функцию принадлежности, то есть такую, что:

- а) существует значение носителя, в котором функция принадлежности равна единице (**условие нормальности**),
- б) при отступлении от своего максимума влево или вправо функция принадлежности убывает (**условие выпуклости**).

Нечеткий риск-параметр (трапецевидное число)



Нечеткий риск-параметр (треугольное число)



Свойства треугольных и трапециевидных чисел

- действительное число есть частный случай треугольного нечеткого числа;
- сумма треугольных чисел есть треугольное число;
- треугольное (трапециевидное) число, умноженное на действительное число, есть треугольное (трапециевидное) число;
- сумма трапециевидных чисел есть трапециевидное число;
- сумма треугольного и трапециевидного чисел есть трапециевидное число.

Мягкие вычисления

(нечеткая арифметика)

Для любого α -уровня принадлежности:

- операция "сложения":
 $[a1, a2] (+) [b1, b2] = [a1 + b1, a2 + b2],$
- операция "вычитания":
 $[a1, a2] (-) [b1, b2] = [a1 - b2, a2 - b1],$
- операция "умножения":
 $[a1, a2] (\times) [b1, b2] = [a1 \times b1, a2 \times b2],$
- операция "деления":
 $[a1, a2] (/) [b1, b2] = [a1 / b2, a2 / b1],$
- операция "возведения в степень":
 $[a1, a2] (^) i = [a1^i, a2^i].$

Нечеткие функции

- ***Поле нечетких чисел*** – это несчетное множество нечетких чисел.
- ***Нечеткая функция*** – это взаимно однозначное соответствие двух полей нечетких чисел: аргумента и функции.
- Вид нечеткой функции определяется видом чисел области ее определения (треугольные, трапециевидные и др.)

Свойства нечетких функций

- **сложение:** сумма (разность) треугольных функций есть треугольная функция;
- **умножение на число** переводит треугольную функцию в треугольную функцию;
- **дифференцирование (интегрирование)** треугольной нечеткой функции проводится по правилам вещественного дифференцирования (интегрирования):

$$\frac{d}{dt} [f_1(t), f_2(t), f_3(t)] = \left[\frac{d}{dt} f_1(t), \frac{d}{dt} f_2(t), \frac{d}{dt} f_3(t) \right]$$

α -уровневый принцип обобщения

Пусть:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- функция от n независимых переменных с аргументами x_i , заданными нечеткими числами:

$$\tilde{x}_i = \bigotimes_{\alpha \in [0,1]} (x_{i,\alpha}^-, x_{i,\alpha}^+), i = \overline{1, n}$$

где $x_{i,\alpha}^{\pm}$ - верхняя и нижняя абсцисса α -уровня.

α -уровневый принцип обобщения

(продолжение)

Значением нечеткой функции:

$$\tilde{Y} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$$

называется нечеткое число:

$$\tilde{Y} = \boxtimes_{\alpha \in [0,1]} (Y^-_{\alpha}, Y^+_{\alpha})$$

α -уровневый принцип обобщения

(продолжение)

Нижняя (-) и верхняя (+) границы α -уровня нечеткой функции будут, соответственно:

$$Y_{\alpha}^{-} = \inf_{x_{i,\alpha} \in [x_{i,\alpha}^{-}, x_{i,\alpha}^{+}], i=\overline{1,n}} \{f(x_{1,\alpha}, x_{2,\alpha}, \dots, x_{n,\alpha})\}$$

$$Y_{\alpha}^{+} = \sup_{x_{i,\alpha} \in [x_{i,\alpha}^{-}, x_{i,\alpha}^{+}], i=\overline{1,n}} \{f(x_{1,\alpha}, x_{2,\alpha}, \dots, x_{n,\alpha})\}$$

α -уровневый принцип обобщения

(окончание)

Применение α -уровневого принципа обобщения сводится к решению для каждого α -уровня следующей задачи оптимизации:

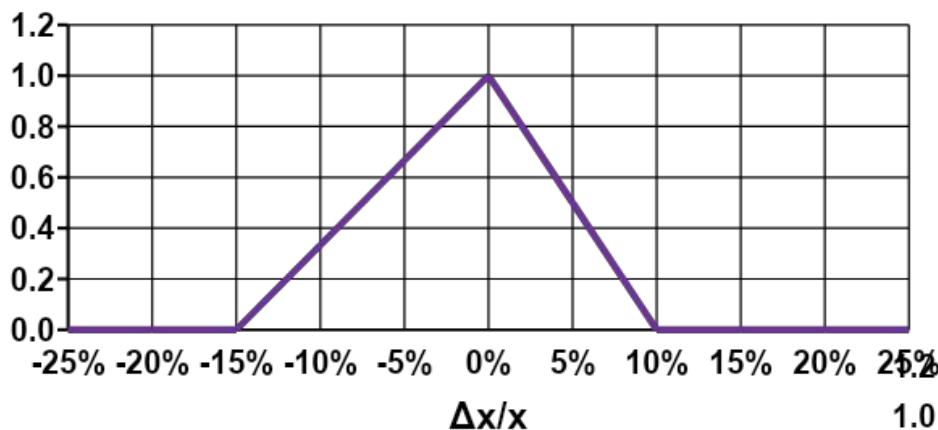
Найти минимальное и максимальное значения функции:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

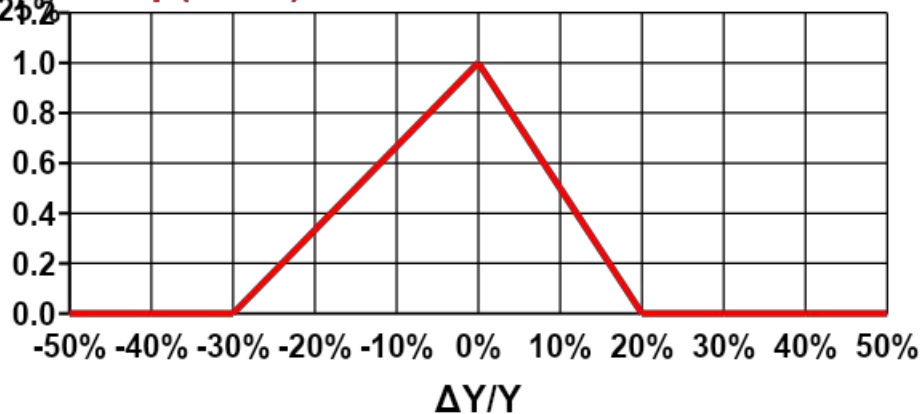
при условии, что аргументы могут принимать значения из соответствующих α -уровневых множеств.

Нечеткие аргумент и функция треугольного вида

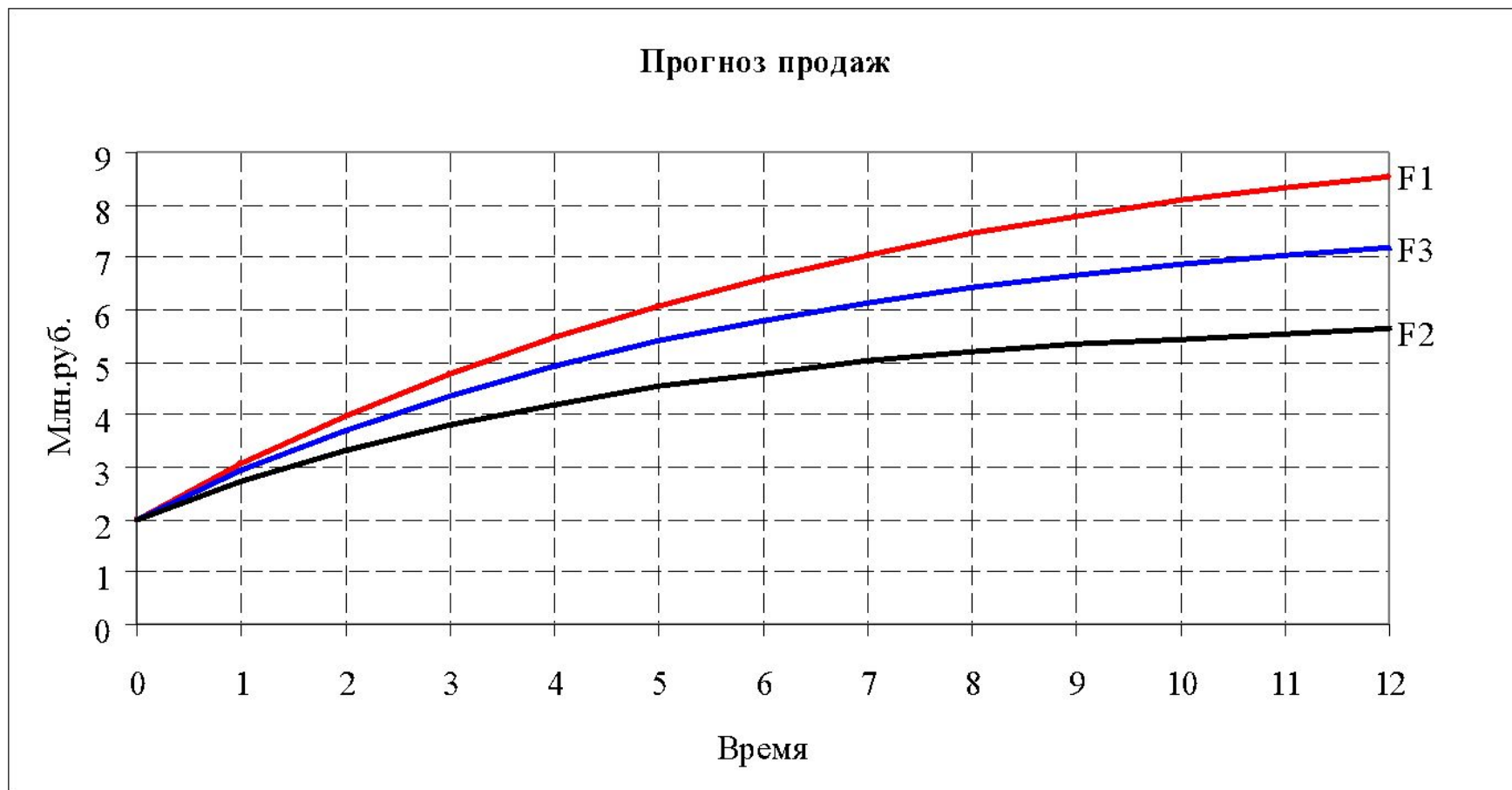
Функция принадлежности
отклонения риск-параметра
 $\mu(\Delta x/x)$



Функция принадлежности
отклонения целевой функции
 $\mu(\Delta Y/Y)$



Функция: «Прогноз продаж за период t »
есть треугольное число $[F_2(t), F_3(t), F_1(t)]$



Оценка одновременного влияния совокупности рисков

Полное относительное отклонение целевой функции при воздействии N рисков:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

На этапе качественного риск-анализа, для каждого из N нечетких относительных отклонений риск-параметров x_i , определим максимальные границы интервалов достоверности (треугольные числа):

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} \in [a_i^-, a_i^+], \forall i$$

Нечеткое относительное отклонение целевой функции (ЦФ) треугольного типа

$$\frac{\Delta Y}{Y} \in [b^-, b^+], \forall i$$

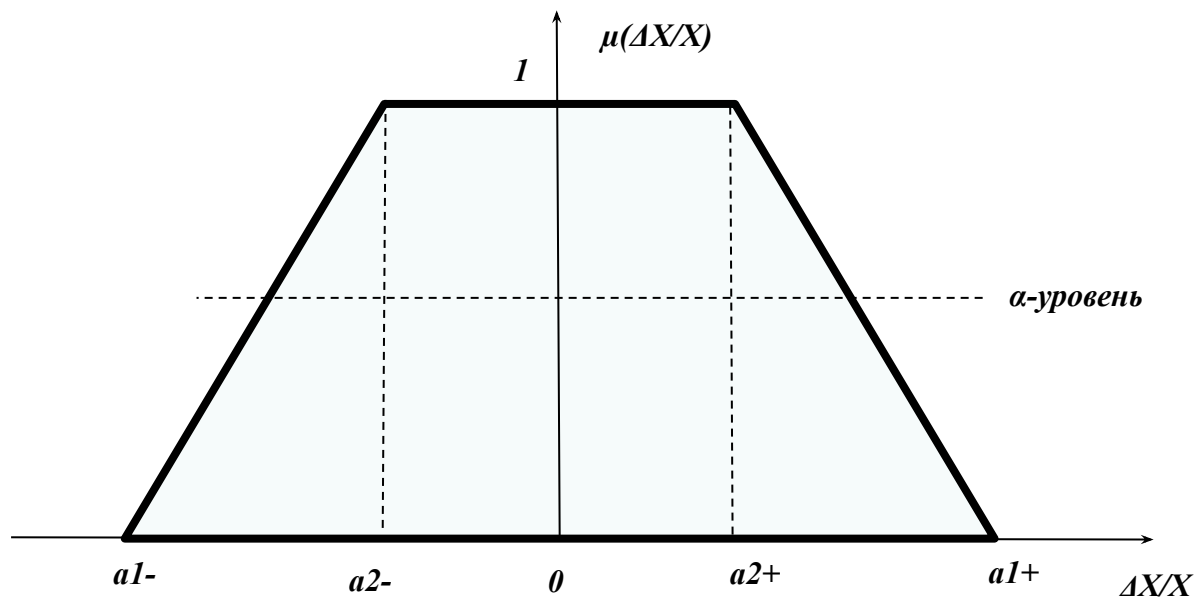
На основе «мягких» вычислений находим границы интервалов достоверности, которые определяют треугольное число относительного отклонения ЦФ:

$$b^- = \sum_i \min(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

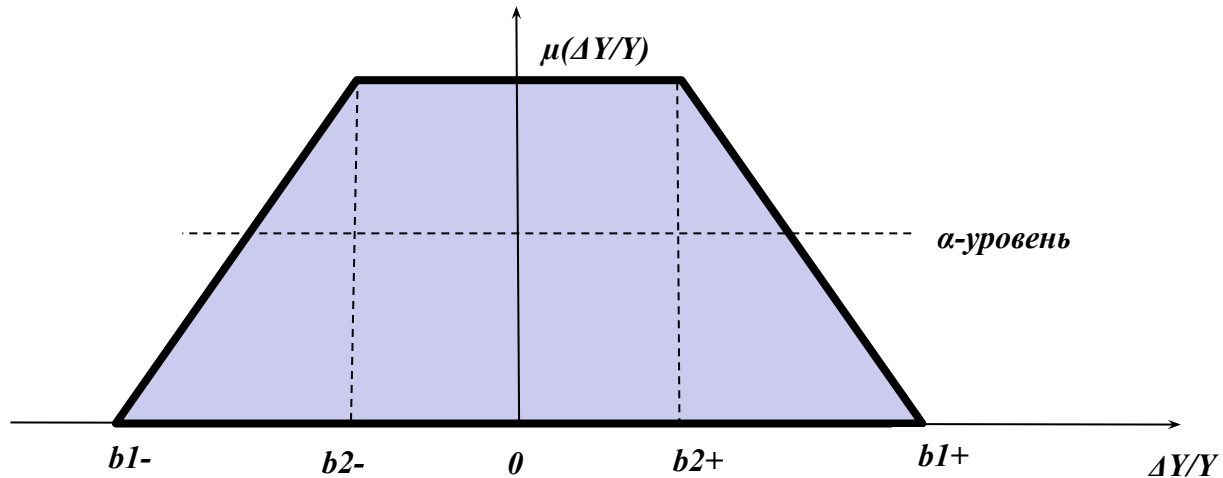
$$b^+ = \sum_i \max(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

Для трапециевидных нечетких относительных отклонений риск-параметров имеем:

На этапе качественного риск-анализа, для каждого из N нечетких относительных отклонений риск-параметров x_i , определяем функцию принадлежности трапециевидного типа:



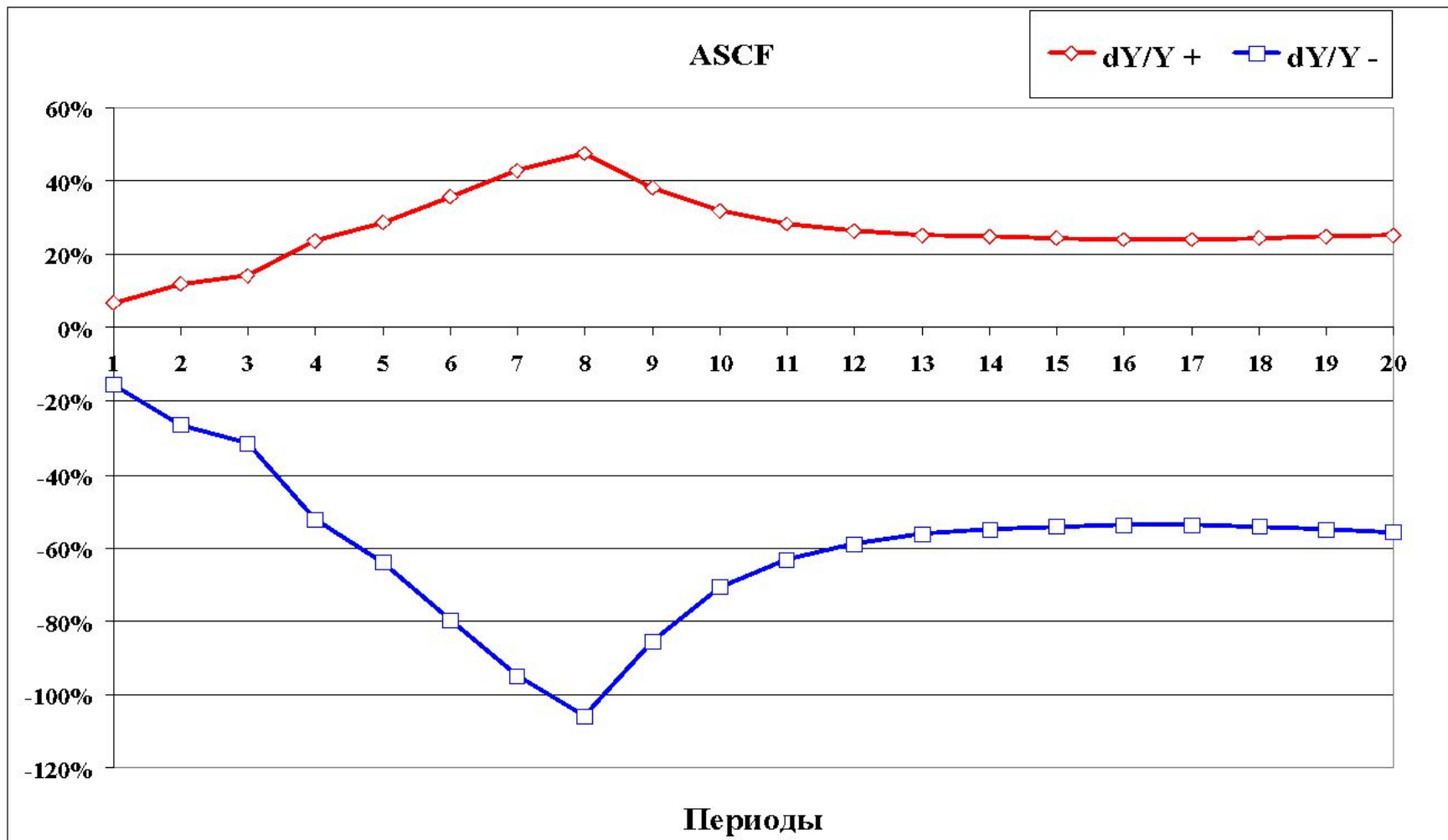
Рассчитываем нечеткое относительное отклонение целевой функции трапецевидного типа



$$b_{1,2}^- = \sum_i \min(S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^-, S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^+)$$

$$b_{1,2}^+ = \sum_i \max(S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^-, S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^+)$$

Границы относительных отклонений накопленного сальдо денежных потоков (наихудший и наилучший случаи)



Оценка вероятности одновременного воздействия k рисков событий из N

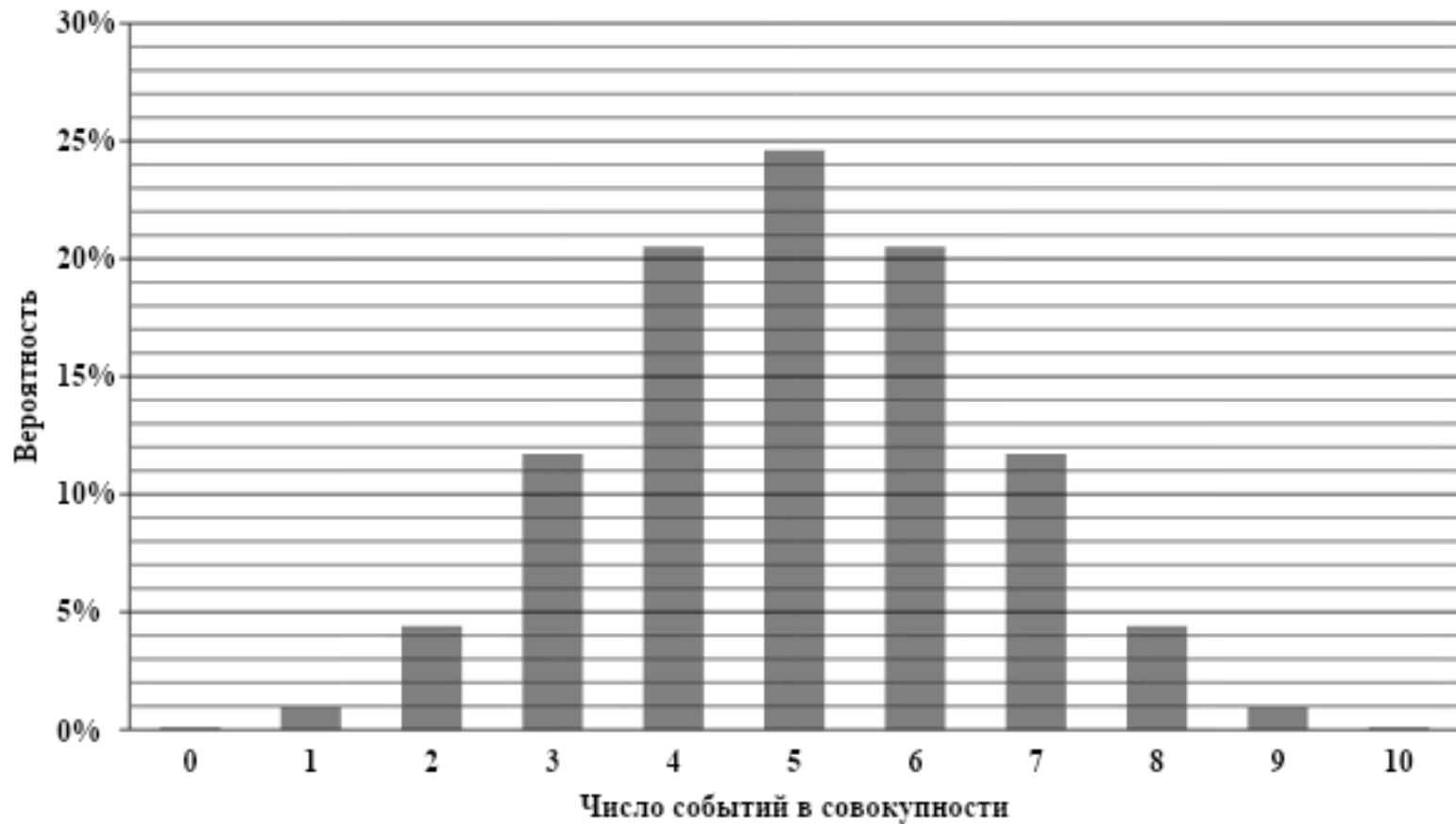
Число комбинаций из N событий по k :

$$C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$$

Вероятность появления случайной совокупности, состоящей из k событий, будет:

$$P_k = \frac{C_N^k}{\sum_{i=0}^N C_N^i}$$

Вероятности одновременного действия различных совокупностей из 10 рисковых событий

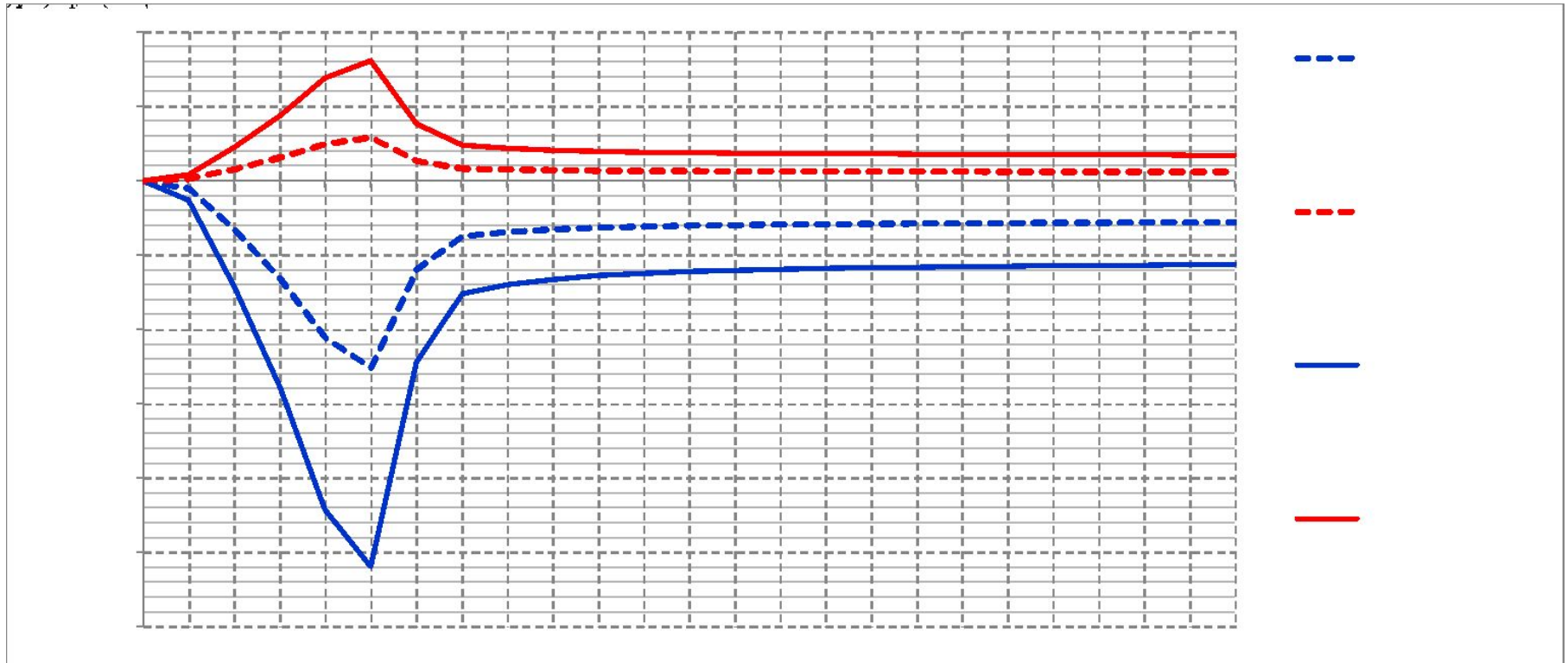


Нечеткая оценка математического ожидания границ отклонения целевой функции при одновременном воздействии совокупности рисков

Теорема: при воздействии на экономическую систему (фирма, инвестиционный проект и др.) одновременно любой случайной k -совокупности из множества независимых N рисков событий, математическое ожидание относительного отклонения целевой функции системы (с учетом ее чувствительности к этим рискам) будет вдвое меньше, чем в предположении, что все N рисков будут действовать одновременно (наихудший случай).

$$MO \left(\frac{\Delta Y}{Y} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta Y_i}{Y}$$

Границы математического ожидания отклонений целевой функции $ASCF(T)$ при воздействии совокупности рисков трапециевидного типа в пределах всего горизонта планирования



Математическое ожидание функции принадлежности $\mu(x)$

Поскольку мы не знаем вероятности попадания нечеткого риск-параметра в любой интервал, связанный с α -уровнем функции принадлежности, используем принцип Лапласа: «если вероятности различных состояний экономической системы неизвестны, то следует считать эти состояния равновероятными». Тогда:

$$MO(\mu) = 0,5 + \frac{a_2^+ - a_2^-}{2(a_1^+ - a_1^-)}$$

откуда следует:

при $a_2^+ = a_2^- = 0$ $MO(\mu) = 0,5$ - случай треугольного нечеткого числа.

при $a_2^+ = a_1^+$ и $a_2^- = a_1^-$ $MO(\mu) = 1$ - случай прямоугольного нечеткого числа.

для любого трапециевидного нечеткого числа $0,5 \leq MO(\mu) \leq 1$

Нечеткая модель риск-анализа на основе функций чувствительности позволяет:

- В четыре раза (при риск-параметрах треугольного типа) сократить зону неопределенности для целевой функции при воздействии различных совокупностей рисков по всему горизонту планирования по сравнению с методом сценариев (*пессимистический и оптимистический варианты*).
- Рассчитать рисковую поправку в ставке дисконтирования для любого инвестиционного проекта на основе чувствительности **$NPV(T)$** .

Оценка рисковой составляющей в ставке дисконта

Ставка дисконта: $1 + d = (1 + i)(1 + R)$

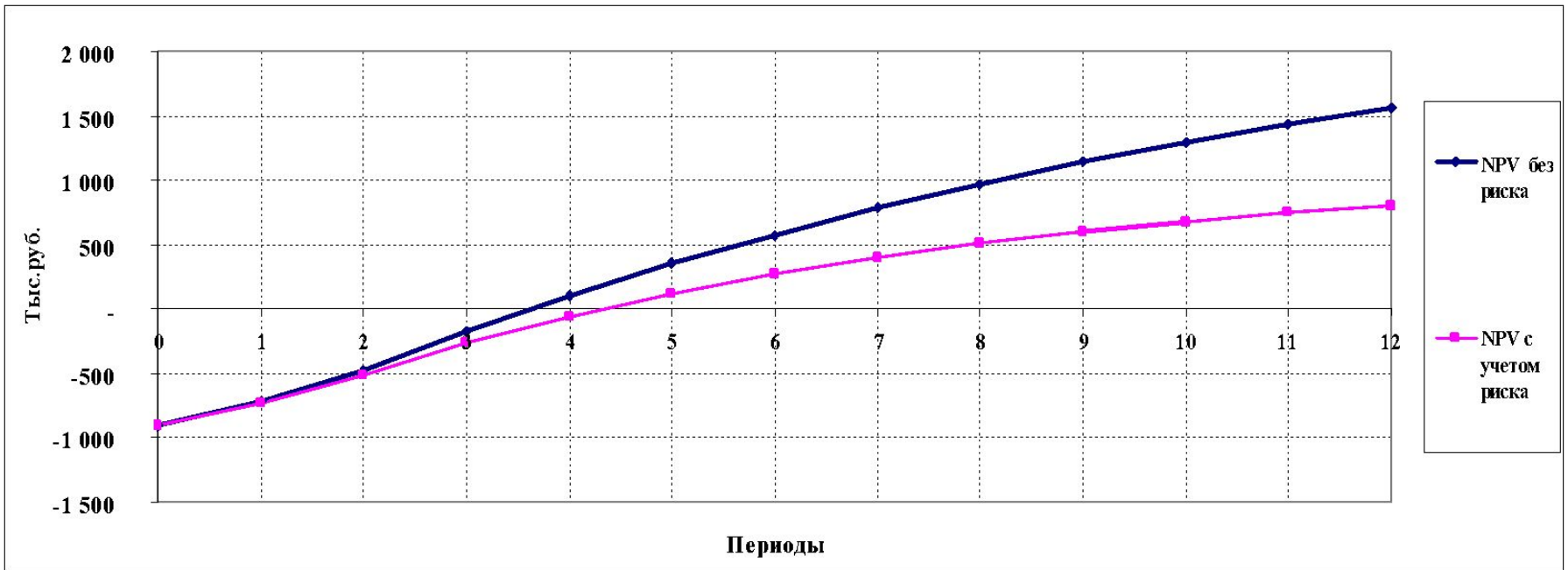
1. Вычисляем $NPV_{\text{бр}}(T)$ при безрисковой ставке дисконта:
 $1 + d_0 = (1 + i)$.
2. Для выбранных возможных отклонений риск-параметров с помощью нечеткой модели находим относительное уменьшение $\delta NPV_{\text{бр}}(T) = h < 0$ при воздействии совокупности рисков.
3. Вычисляем в конце горизонта планирования предельное значение $NPV(T)$ с учетом всех рисков:

$$NPV_{\text{пред}}(T) = NPV_{\text{бр}}(T) [1 + h]$$

Оценка рисковей составляющей в ставке дисконта (продолжение)

- Возвращаемся к исходной модели и с помощью опции «Подбор параметра» в EXCEL находим то значение ставки дисконта d , при которой $NPV(T) = NPV_{пред}(T)$. Эта ставка d будет искомой ставкой дисконта с учетом всех рисков.
- Далее вычисляем рисковую составляющую $1+R$ ставки дисконта, а именно:

$$R = (1 + d) / (1 + d_0) - 1 = (1 + d) / (1 + i) - 1$$



$$NPV(T) = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF(t)}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I(t)}{(1+d)^t}$$

Ставка дисконтирования с учетом риска:

$$1+d = (1+i)(1+R)$$

Расчет рисковой поправки (пример)

Ставка дисконтирования без учета риска:

$$1 + d_0 = 1 + i = 1.1 \quad \text{при } i = 10\% ,$$

$$\text{тогда } NPV(T=12) = 1561$$

При воздействии совокупности рисков:

$$NPV(T=12) = 900,$$

что соответствует ставке дисконта

$$d = 16.39,$$

откуда получаем:

$$R = (1 + d) / (1 + d_0) - 1 = 5.81\%$$

Благодарю за внимание!

Есть ли вопросы?