

**Санкт-Петербургский государственный  
университет телекоммуникаций  
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича**  
*Факультет Цифровой Экономики, Бизнес-  
Информатики и Управления*  
*Кафедра Управления и Моделирования  
в Социально-Экономических Системах*

# **РИСК-АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ**

*на основе функций чувствительности  
и теории нечетких множеств*

# Содержание презентации

- Проблемы анализа влияния рисков на финансовые результаты инвестиционных проектов (ИП)
- Риски кредиторов
- Подход к анализу рисков с точки зрения функций чувствительности
- Нелинейные модели чувствительности
- Теория нечетких множеств, как альтернатива вероятностному подходу
- Расчет рисковой поправки в ставке дисконтирования

# Основные определения:

- **Бизнес-процесс** – последовательная смена состояний системы при взаимодействии ее с внешним окружением.
- **Владелец процесса** – лицо, контролирующее бизнес-процесс и/или управляющее им, а также получающее выгоды (убытки) от протекания процесса в благоприятном (неблагоприятном) направлении.
- **Выгода (ущерб)** – измеренное количественно или качественно позитивное (негативное) влияние, оказываемое со стороны процесса на своего владельца.
- **Благоприятное (неблагоприятное) развитие процесса** – такое, в результате которого данный владелец процесса получает выгоду (ущерб).
- **Возможность** – мера осуществимости, допустимости чего-либо. Областью значений возможности является единичный интервал  $[0, 1]$ . Крайние точки: 0 – событие (ситуация) невозможна; 1 – событие (ситуация) неизбежна.
- **Риск** – это возможность неблагоприятного развития процесса для данного владельца.
- **Шанс** - это возможность благоприятного развития процесса для данного владельца.

# Проблемы современного риск-анализа

Результаты воздействия рисков всегда субъектно-ориентированы (инвесторы, кредиторы, менеджеры и персонал). Оценки рискованности и отношения к риску у всех субъектов различные.

В научной литературе широко представлены качественные методы риск-анализа.

Существующий инструментарий количественного риск-анализа весьма скудный и плохо приспособлен к практическим нуждам менеджеров и разработчиков проектов.

В известных количественных методах в ряде случаев не вполне адекватно используется теория вероятности.

# Показатели риска кредиторов

*Коэффициент текущей задолженности:*

$$КТЗ_t = \frac{ОНС_t}{СОФ_t + ЧП_t + A_t + НС_t} \times 100\%$$

**ОНС<sub>t</sub>** – остаток непогашенных ссуд (долг к моменту **t**)

**СОФ<sub>t</sub>** – стоимость основных фондов с учетом ликвидности

**ЧП<sub>t</sub>** – чистая прибыль

**A<sub>t</sub>** – амортизационные отчисления

**НС<sub>t</sub>** – накопленные денежные средства к началу периода **t**

# Требования к $КТЗ(t)$

- Если данный коэффициент меньше единицы во всех периодах горизонта планирования, то это означает, что для кредитора отсутствует риск понести убытки в случае ее банкротства фирмы, реализующей ИП.
- По европейским нормам этот показатель не должен превышать **0,75**.
- Таким образом кредитор страхует себя от риска банкротства фирмы, реализующей проект.

# Снижение риска кредитора

- Для снижения  $КТЗ(t)$  до приемлемой величины можно уменьшить объем заемных средств за счет увеличения собственных вложений.
- При этом происходит перераспределение рисков: снижается риск кредитора и увеличивается риск собственников проекта.

# Показатели риска кредиторов

(продолжение)

**Коэффициент покрытия погашения ссуды и процентов**

$$KППСуП_t = \frac{НС_t + ЧП_t + П_t + A_t + ПЗС_t + ВУК_t - И_t}{П_t + ПС_t}$$

**$НС_t$**  – накопленные денежные средства к началу периода  $t$

**$ЧП_t$**  – чистая прибыль после уплаты процентов по кредитам

**$П_t$**  – проценты по кредиту

**$A_t$**  – амортизационные отчисления

**$ПЗС_t$**  – полученные заемные средства в данном периоде

**$ВУК_t$**  – вложения в уставной капитал

**$И_t$**  – инвестиции в данном периоде

**$ПС_t$**  – погашение ссуды (долга) в данном периоде



# Требования к $KППCuП(t)$

- В случае если  $KППCuП < 1$ , собственных средств для полного обслуживания задолженности не хватает и погашение взятых обязательств возможно лишь за счет привлечения в данном периоде новых кредитов или дополнительных вложений инвесторов.
- При значениях  $1 \leq KППCuП \leq 1.5$  можно говорить о существовании зоны риска по выполнению кредитного соглашения.
- Если значение данного показателя больше **1,5** – можно говорить о практическом отсутствии риска исполнения кредитного договора.

# Снижение риска кредитора

Для увеличения  $KППСуП(t)$  в периоде  $t$  следует уменьшить долю погашения ссуды в этом периоде, отложив погашение на последующие периоды. Это ведет к увеличению срока кредитования и росту процентных платежей.

# Показатели риска кредиторов

(продолжение)

## **Коэффициент покрытия погашения процентов**

$$КППиП_t = \frac{НС_t + ЧП_t + П_t + А_t + ПЗС_t + ВУК_t - И_t}{П_t}$$

Заметим, что  **$КПП \geq КППСуП \forall t$** . Если анализ  **$КППСуП$**  говорит об отсутствии риска, то необходимость анализировать  **$КПП$**  отпадает.

При наличии зоны риска по суммарным обязательствам, полезно знать, существует ли риск неуплаты процентов.

При значениях  **$1 < КПП < 1.5$**  можно говорить о существовании зоны риска по выполнению кредитного соглашения.

В случае если значение данного показателя больше 1,5, можно говорить о практическом отсутствии риска неуплаты процентов.

# При анализе влияния рисков

следует различать:

**ИСТОЧНИКИ РИСКОВ**

И

**РИСКОВЫЕ СОБЫТИЯ**

Источники рисков могут порождать или не порождать те или иные рисковые события, влияющие на проект.

# Классификация источников риска

## **1. Внешние источники рисков (вне фирмы)**

- 1.1. **Политические** (изменение внутренней и внешней политики государства, колебания международных отношений, таможенные пошлины, эмбарго, квоты на ввоз и вывоз капитала, ограничения на торговлю, международные санкции, смена правительства)
- 1.2. **Юридические** (изменения правовых норм в бизнесе, лицензирование, антимонопольное регулирование, нестабильность налогового законодательства, акцизы, штрафные санкции, правовая незащищенность бизнеса)
- 1.3. **Макроэкономические** (рост инфляции, колебания курсов иностранной валюты и валютное регулирование, колебание мировых цен на сырье, энергоносители, состояние фондового и финансового рынков, высокая ставка рефинансирования ЦБ РФ, спад или подъем экономики в стране)
- 1.4. **Региональные** (экономическое положение региона, степень развитости инфраструктуры, особенности географического положения, климат, регион-донор или дотационный)
- 1.5. **Отраслевые** (экономическое положение и инвестиционная привлекательность отрасли, фирма производит конечный продукт или полуфабрикат)
- 1.6. **Рыночные** (колебания платежеспособного спроса потребителей, влияние конкурентной среды, неустойчивость рынка поставщиков сырья, энергоресурсов, комплектующих, колебания процентных и депозитных ставок коммерческих банков, рост тарифов естественных монополий)
- 1.7. **Форс-мажор** (непредвиденные ситуации, стихийные бедствия, ЧП)

# Классификация источников риска

## (продолжение)

### **2. Внутренние источники рисков (внутри фирмы)**

- 2.1. **Организационные** (неэффективность системы управления, недостаточный опыт и невысокое качество работы менеджеров)
- 2.2. **Технологические** (низкое качество технологических решений, недостатки в системе контроля технологических процессов и качества производимых товаров, физическая и моральная изношенность основных фондов)
- 2.3. **Проектные** (низкое качество проработки проекта, несогласованность проекта с внешней средой)
- 2.4. **Маркетинговые** (неадекватность оценки платежеспособного спроса, не гибкая ценовая политика, недооценка возможностей конкурентов)
- 2.5. **Финансовые** (недостаточность собственных финансовых ресурсов для инвестиций, ошибки в управлении финансами, недостаточность необходимых оборотных средств, неэффективное управление дебиторской и кредиторской задолженностью)
- 2.6. **Юридические** (ненадежность контрактов с поставщиками и потребителями, недостаточное правовое сопровождение бизнеса, действия менеджеров вне правового поля, арбитражные случаи)
- 2.7. **Персональные** (низкая квалификация и мотивация персонала, низкая приверженность персонала, низкая трудовая дисциплина)

# Методы риск-анализа

- **Качественный метод** – анализ источников риска с целью выявления актуальных рисков событий. Определение риск-параметров динамической модели Cash-Flow соответствующих рисков событиям. Оценка предельных отклонений риск-параметров.
- **Количественные методы** – оценка границ отклонений целевых функций при воздействии совокупности рисков в пределах выбранного горизонта планирования. Интегральные оценки степени рискованности проекта. Принято различать:
  - **Метод сценариев**
  - **Метод имитационного моделирования**
  - **Метод функций чувствительности**

# Методология риск-анализа

## ***На этапе проектирования:***

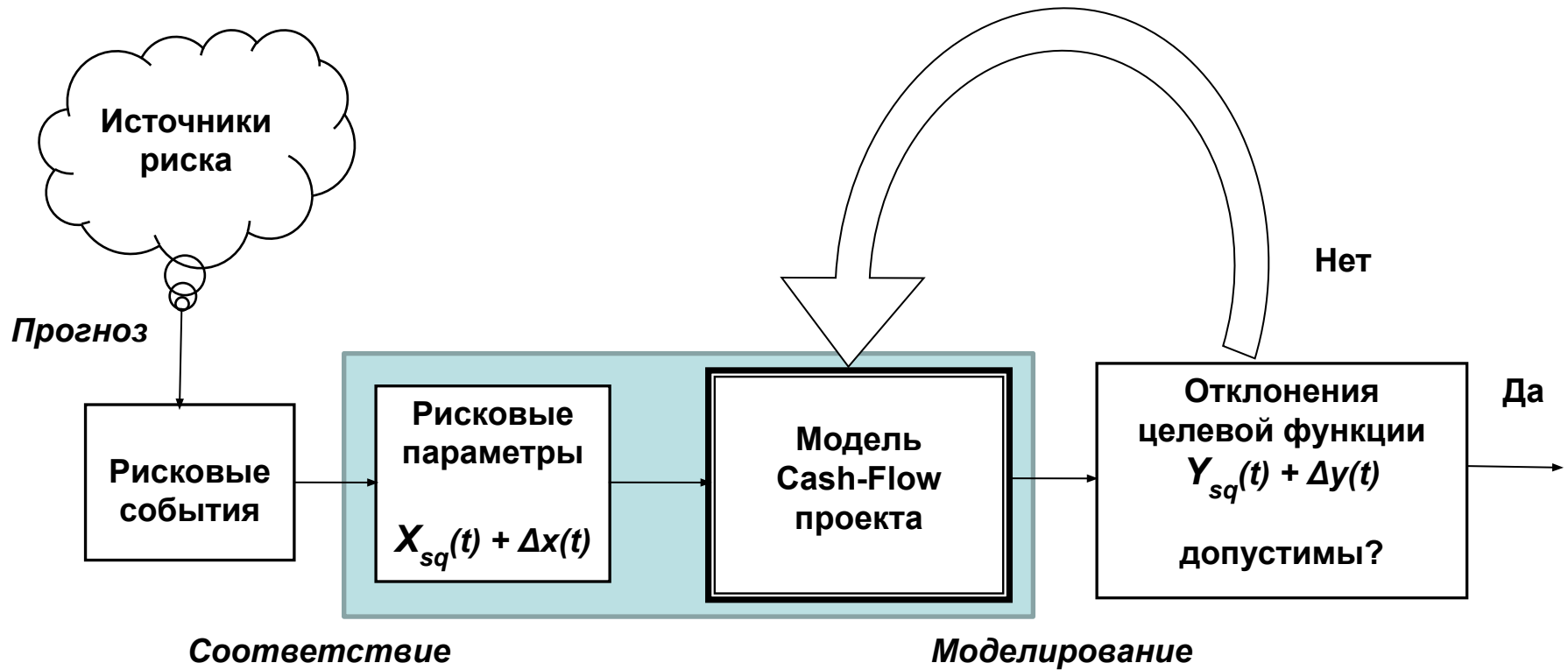
- Качественный анализ источников риска для конкретного проекта
- Прогнозный количественный риск-анализ проекта (оценка основных индикаторов риска).
- Разработка мероприятий по снижению влияния рисков.

## ***На этапе реализации проекта:***

- Мониторинг технологических, инвестиционных, коммерческих и финансовых результатов проекта в каждом периоде планирования.
- Корректировка проекта на основе анализа расхождений прогноза и фактических результатов. Мониторинг динамики индикаторов риска.



# Моделирование влияния рисковых событий на инвестиционный проект



# Варианты целевых функций:

- ***ASCF(T)*** (*Accumulated Saldo Cash-Flow*) – накопленное сальдо денежных потоков (состояние расчетного счета проекта) к моменту ***T***
- ***ANCF(T)*** (*Accumulated Net Cash-Flow*) – накопленный чистый денежный поток генерируемый проектом к моменту ***T***
- ***NPV(T)*** (*Net Present Value*) – чистая текущая стоимость проекта к моменту ***T***
- ***NCF(T)*** (*Net Cash-Flow*) – чистый денежный поток генерируемый проектом за период ***T***
- ***PbP*** (*PayBack Period*) – срок окупаемости проекта
- ***PI(T)*** (*Profitability Index*) – коэффициент внутренней экономической эффективности проекта к моменту ***T***
- ***SCF(T)*** (*Saldo Cash-Flow*) – сальдо денежных потоков в момент (период) ***T***
- ***IRR(T)*** (*Internal Rate of Return*) – внутренняя норма возврата (доходности) к моменту ***T***

***ASCF(T)*** (Accumulated Saldo Cash-Flow –  
накопленное сальдо денежных потоков  
(состояние расчетного счета проекта) к  
моменту (периоду) ***T***

$$Y(x, T) = \sum_{t=0}^T [CF_{in}(x, t) - CF_{out}(x, t)]$$

***ANCF(T)*** (Accumulated Net Cash-Flow) – накопленный чистый денежный поток генерируемый проектом к моменту (периоду) ***T*** (без дисконтирования)

$$Y(x, T) = \sum_{t=0}^T NCF(x, t)$$

***NPV(T)*** (Net Present Value) –  
чистая текущая стоимость  
проекта к моменту (периоду) ***T***

$$NPV(x, T) = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF(x, t)}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I(x, t)}{(1+d)^t}$$

***NCF(t)*** (Net Cash-Flow) – чистый денежный поток генерируемый проектом в момент (период) ***t***

$$Y(x, t) = NCF(x, t)$$

**Срок окупаемости  $T = TbP$**   
*(Time back Period)*

**это решение трансцендентного  
уравнения:**

$$NPV_{T=PbP} = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1+d)^t} = 0$$

# ***Profitability Index – $PI_T$***

Коэффициент внутренней экономической эффективности к моменту (периоду)  $T$

$$PI_T = \frac{\sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1+d)^t}}{\sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1+d)^t}}$$



***SCF(t)*** (Saldo Cash-Flow) –  
сальдо денежных потоков в  
момент (период) ***t***

$$Y(x, t) = [CF_{in}(x, t) - CF_{out}(x, t)]$$

Внутренняя норма возврата  $IRR(T)$  к моменту (периоду)  $T$  – это решение нелинейного уравнения:

$$\sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF_t}{(1 + IRR_T)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I_t}{(1 + IRR_T)^t} = 0$$

# Определение функции чувствительности проекта к рискам

- Целевая функция:  $Y(\mathbf{x}, t)$
- Риск-параметры:  $x_i(t)$
- Относительная функция чувствительности (при бесконечно малых отклонениях):

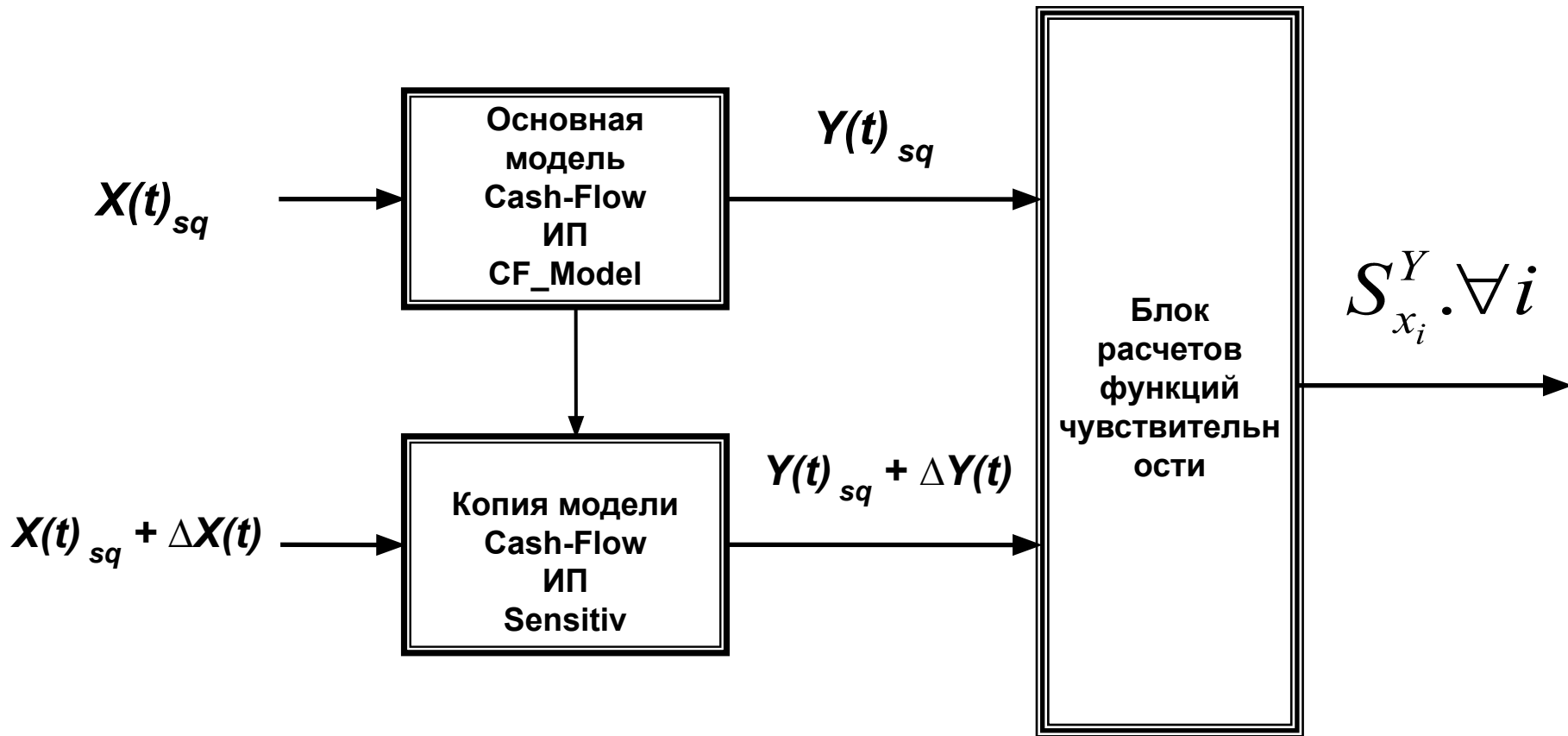
$$S_{x_i}^Y(t) = \frac{\partial \ln Y}{\partial \ln x_i} = \frac{\partial Y / Y}{\partial x_i / x_i} \approx \frac{\Delta Y / Y}{\Delta x_i / x_i}$$

# Экономический смысл

Чувствительность показывает на сколько процентов изменится целевая функция при изменении риск-параметра на один процент.

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

# Модель расчета функций чувствительности



# Работа с моделью

Два файла модели связаны друг с другом.

Файлы не переименовывать. Имя папки это фамилия студента и номер группы.

Копировать можно только всю папку с файлами.

В файлах модели не вставлять и не удалять строки, столбцы или ячейки.

Не пользоваться «ножницами» (вырезать).

В листе MainModel файла Sensitiv в клетках AD20-AD24 должны быть нули (это проверка синхронности модели).

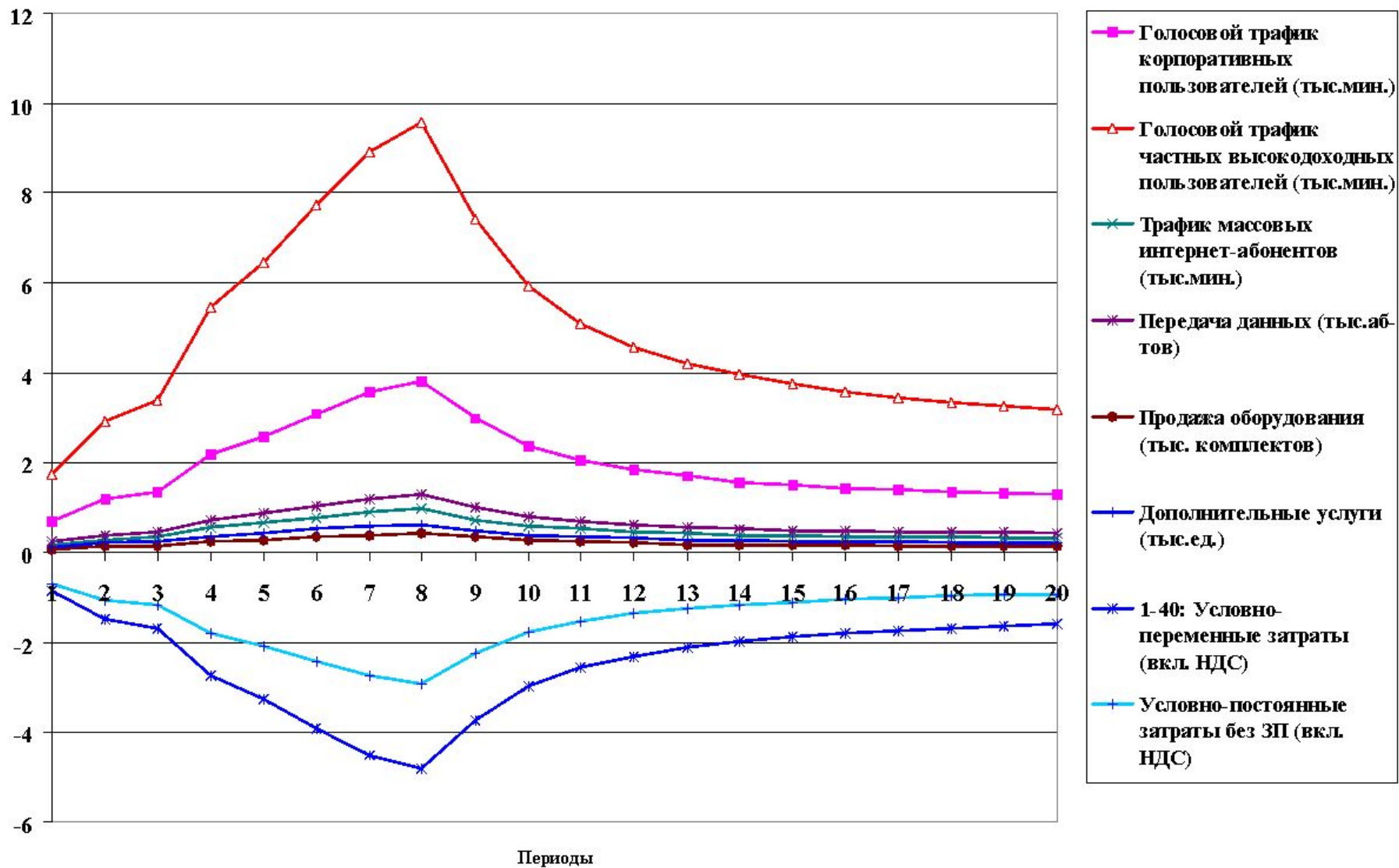
При работе открывать оба файла и закрывать с сохранением.

Защиту листов не снимать. Желтые клетки для ввода исходных данных.

## Свойства функций чувствительности (для всех целевых функций, кроме NPV)

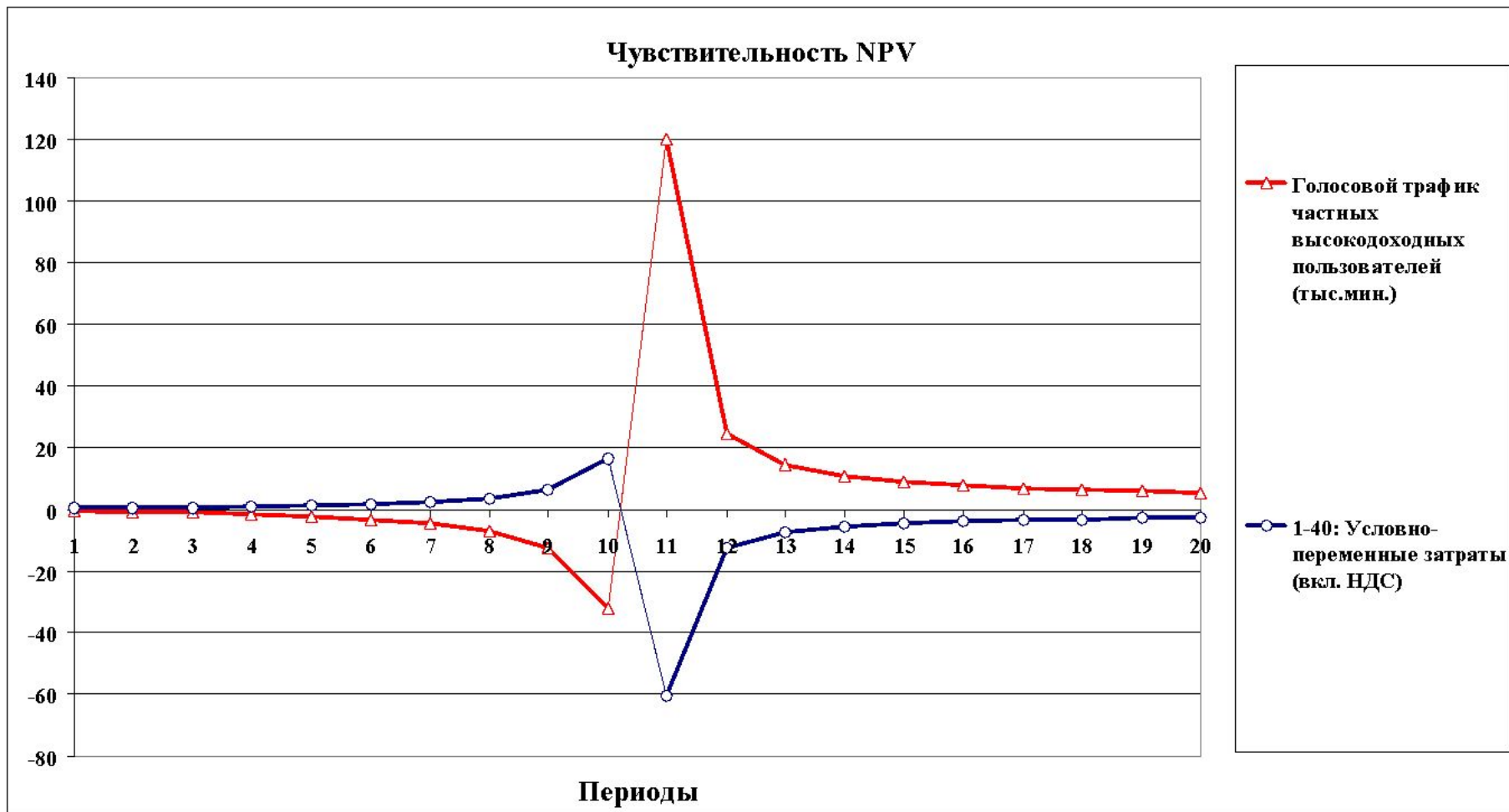
- $S(t) \geq 0$  для всех  $t$  по всем ценам и натуральным объемам продаж товаров, реализуемых в рамках инвестиционного проекта (*исключая товары с отрицательной рентабельностью*)
- $S(t) \leq 0$  для всех  $t$  по всем статьям текущих расходов, а также по ставке процента коммерческих кредитов

## Чувствительности накопленного сальдо финансовых потоков (ASCF)





# Чувствительность NPV



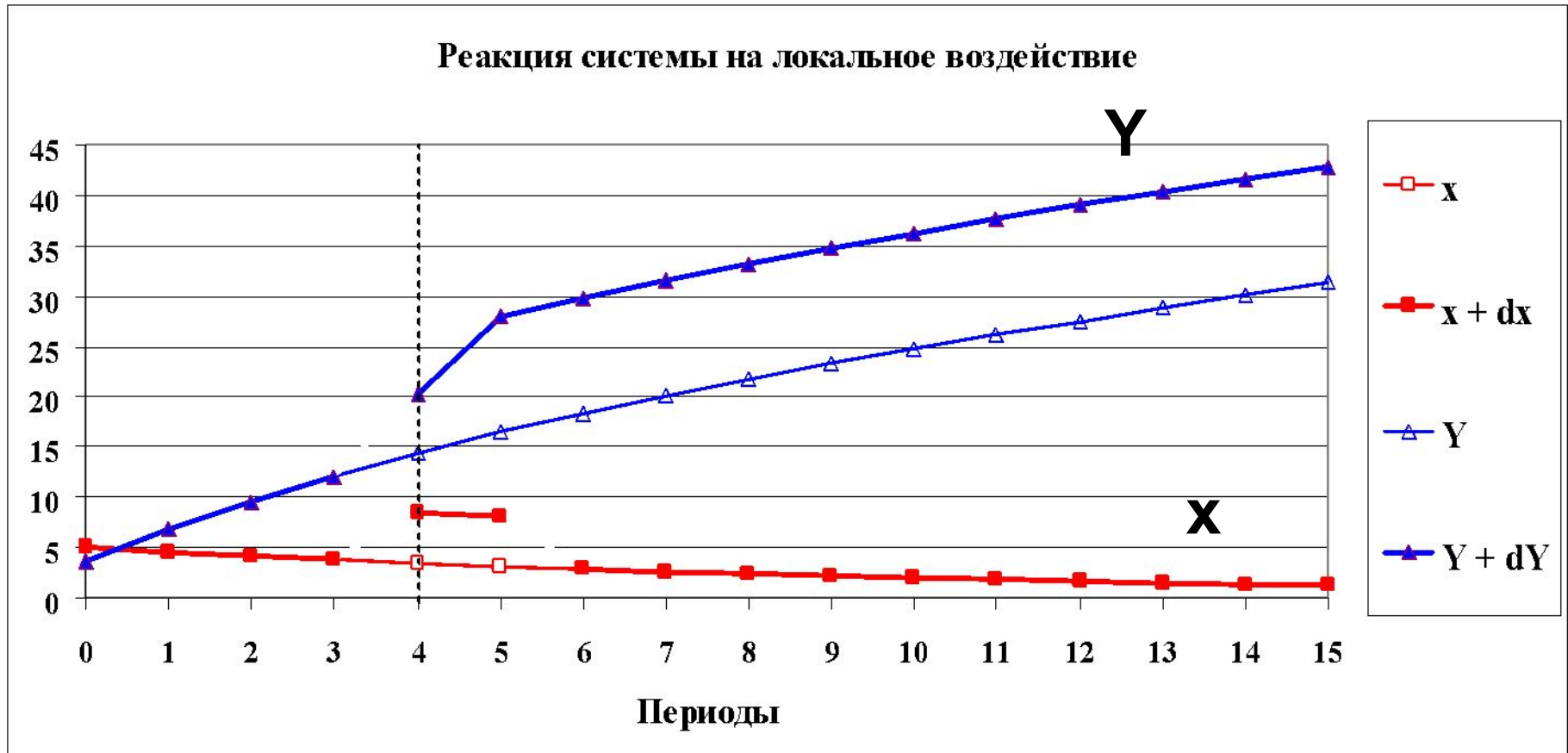
# Что дает знание функций чувствительности?

- Позволяет ранжировать риски, выделяя наиболее существенные.
- Позволяет определить наиболее «опасный» период жизни проекта.
- Позволяет количественно сравнивать степени рискованности сценариев или различных проектов между собой.
- Позволяет оценить влияние на проект совокупности рисков.

# Локальная чувствительность ( $LS$ ) (определение)

- чувствительность при локальном (краткосрочном во времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение имеет место только в течение одного или нескольких периодов, существенно меньших общего горизонта планирования

# Реакция системы на локальное воздействие

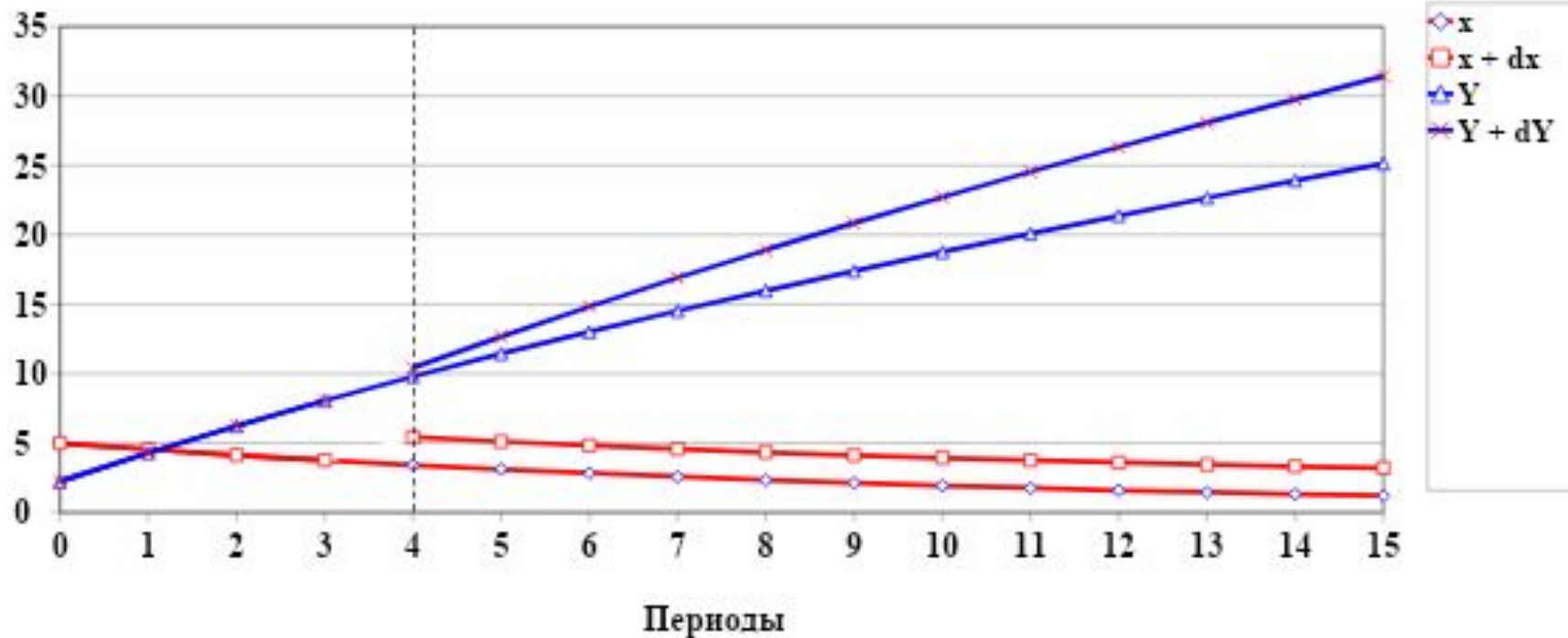


# Глобальная чувствительность (GS) (определение)

- чувствительность при глобальном (длительном по времени) воздействии риск-параметра, т.е. когда его отклонение, начиная с некоторого момента, может длиться вплоть до конца горизонта планирования

# Реакция системы на глобальное воздействие

Реакция системы на глобальное воздействие



# Что дает знание функций чувствительности?

- Позволяет ранжировать риски, выделяя наиболее существенные.
- Позволяет определить наиболее «опасный» (высокая чувствительность) период жизни проекта в пределах горизонта планирования.
- Позволяет количественно сравнивать степени рискованности сценариев или различных проектов между собой.
- Позволяет оценить одновременное влияние на проект совокупности рисков и оценить границы отклонения целевой функции в пределах всего горизонта планирования.

# Рисковые характеристики сценария реализации проекта

Функции чувствительности вместе с показателями эффективности являются важными характеристиками проекта.

Знание этих характеристик существенно расширяет представление о реализуемости проекта в условиях риска.

Принимая решение о выборе того или иного возможного варианта (сценария) финансового прогноза, при прочих равных условиях следует отдавать предпочтение варианту с наименьшей чувствительностью.

**Как же сравнивать сценарии и различные проекты между собой по степени их рискованности?**



# Влияние совокупности рисков

Если определены чувствительности независимо по всем  $N$  риск-параметрам, то можно выразить полное относительное отклонение целевой функции через реальные относительные отклонения аргументов в следующем виде:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

# Минимизация чувствительности при выборе сценария

Выбираем тот вариант сценария, у которого:

$$\sum_{i=1}^N \text{MAX} \left| S_{x_i}^Y(t) \right|_{\forall t} \Rightarrow \text{MIN}$$

Для большей информативности можно разбить все риск-параметры на следующие группы:

- **Натуральные объемы продаж**
- **Статьи текущих затрат (условно-постоянные и условно-переменные)**
- **Инвестиционные затраты**

# **Интегральные индексы чувствительности инвестиционного проекта**

# Индекс максимальной чувствительности к объемам продаж

- $X_q$  – вектор натуральных объемов продаж по всем позициям ассортимента из  $M$  товаров
- $M$  – количество реализуемых товаров в ассортименте

$$\sum_{i=1}^M \max \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSQ$$

# Индекс максимальной чувствительности к текущим издержкам

$X_c$  – вектор из  $L$  статей текущих издержек

$$\sum_{i=1}^L \max \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSC$$

# Индекс максимальной чувствительности к инвестиционным затратам

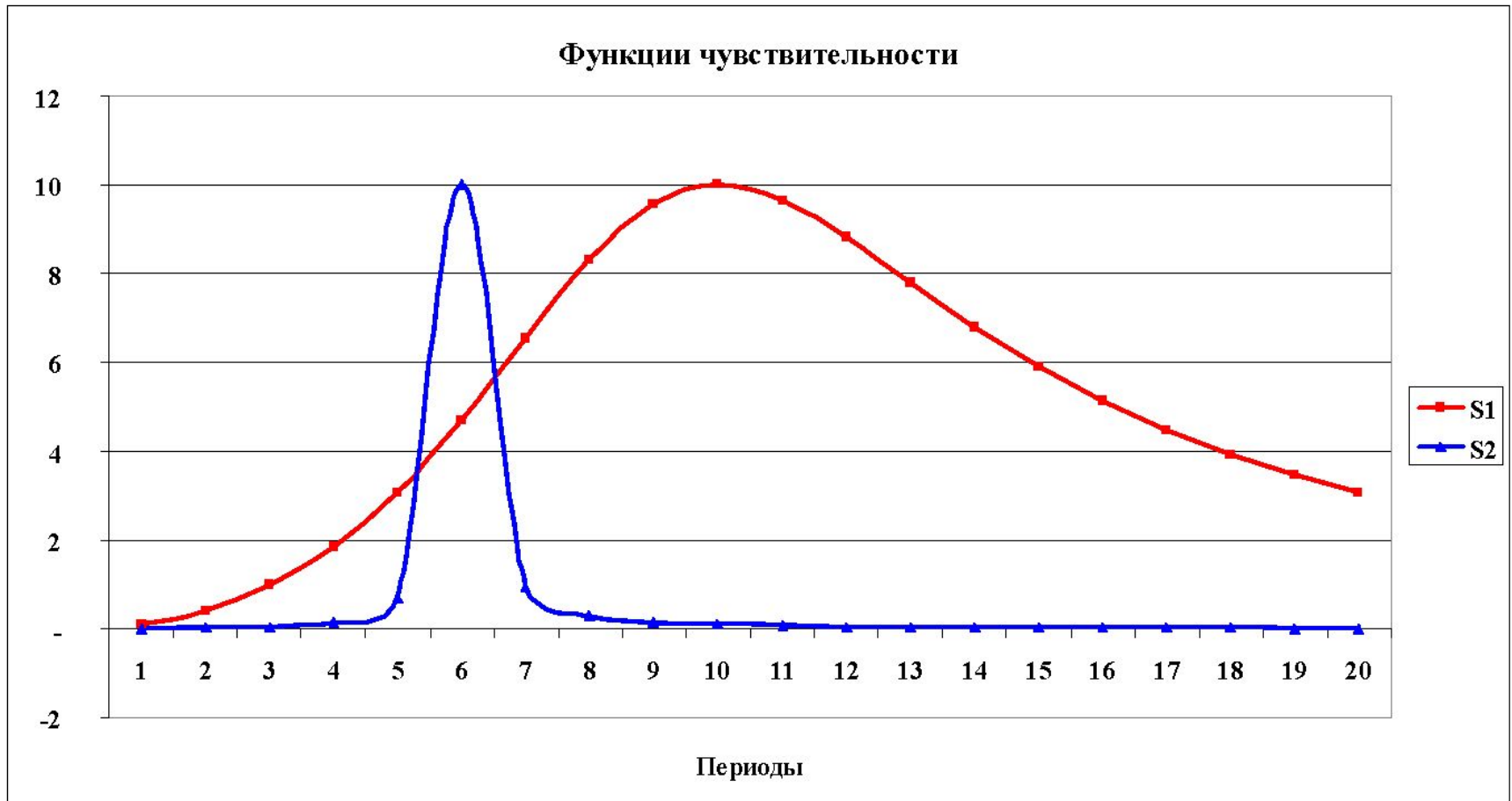
$X_{In}$  – вектор из  $K$  статей инвестиционных затрат

$$\sum_{i=1}^K \max \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right|_{\forall t \in T} = IMSI$$

# Экономический смысл *IMS*

Индекс максимальной чувствительности показывает на сколько процентов **максимально** может измениться целевая функция в пределах горизонта планирования, если одновременно все риск-параметры изменятся на один процент в неблагоприятном направлении.

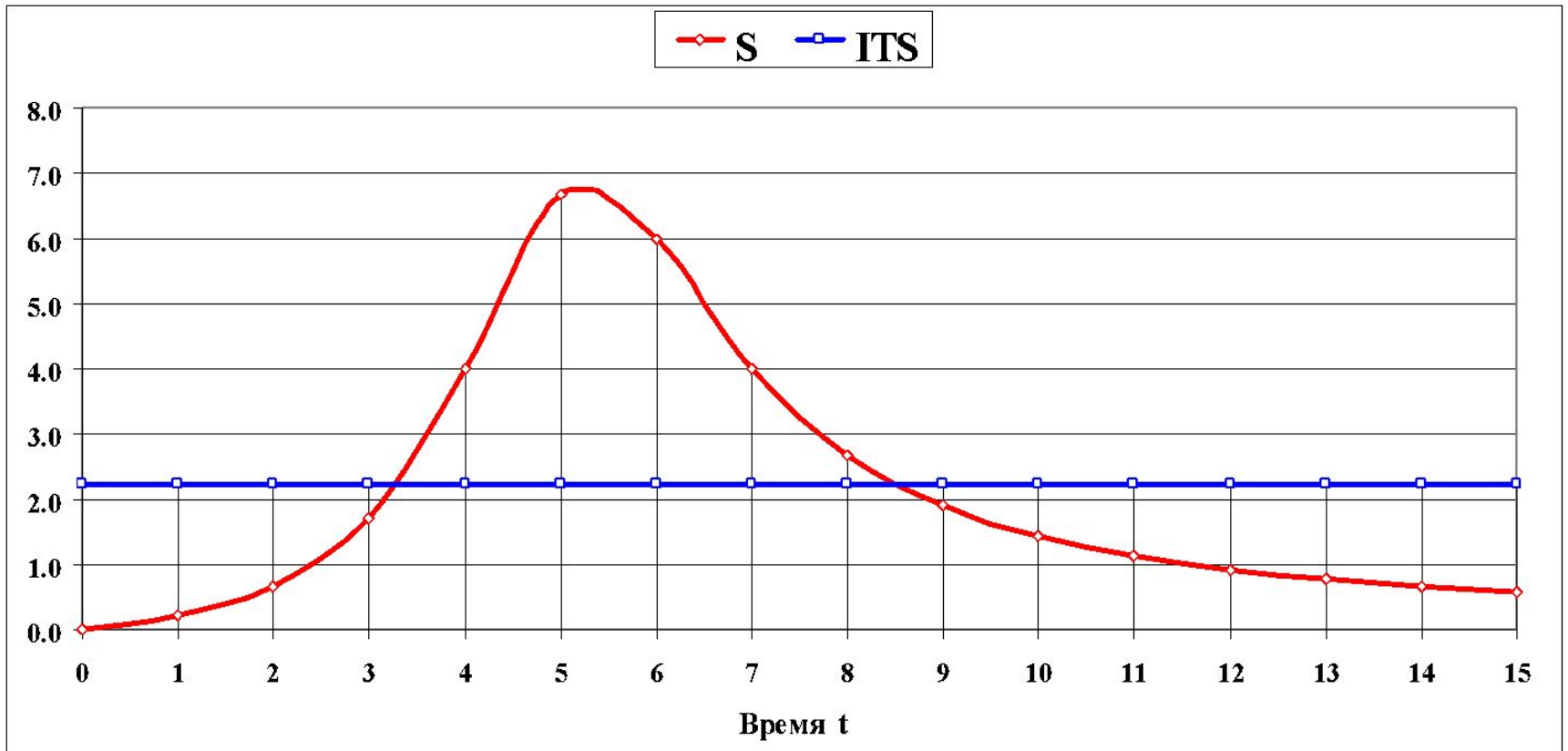
# Случай, когда экстремальные значения не вполне информативны





# Индекс полной чувствительности

$$ITS = \frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt$$



# Индекс полной чувствительности к натуральным объемам продаж при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{qi}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{qi}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSQ$$

# Индекс полной чувствительности к текущим издержкам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{ci}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{ci}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSC$$

# Индекс полной чувствительности к инвестиционным затратам при трапецеидальной аппроксимации

$$\frac{1}{2T} \sum_{i=1}^M \sum_{t=0}^{T-1} \left( \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t) \right| + \left| S_{x_{In\ i}}^Y(t+1) \right| \right) = ITSI$$

# Экономический смысл *ITS*

Индекс полной чувствительности показывает на сколько процентов **в среднем** может измениться целевая функция в пределах горизонта планирования, если одновременно все риск-параметры изменятся на один процент в неблагоприятном направлении.

# При сравнении проектов по степени рискованности

- Рассчитываются функции чувствительности для всех инвестиционных проектов (ИП)
- Рассчитываются индексы максимальной и полной чувствительности для всех ИП
- Проводится сравнительный анализ проектов по полученным индексам

# Сравнение степени рискованности двух проектов

Риск-параметры	Интегральные индексы чувствительности	Проект 1	Проект 2
Объемы продаж	<i>IMSQ</i>	3.5	5.0
Условно-переменные затраты	<i>IM SVC</i>	2.0	4.5
Условно-постоянные затраты	<i>IMSFC</i>	5.5	3.5
Инвестиции	<i>IMSI</i>	1.00	2.0
<i>В целом</i>	<i>Сумма</i>	<i>12.0</i>	<i>15.0</i>
Объемы продаж	<i>ITSQ</i>	1.4	2.1
Условно-переменные затраты	<i>IT SVC</i>	0.6	1.5
Условно-постоянные затраты	<i>ITSFC</i>	2.8	1.9
Инвестиции	<i>ITSI</i>	0.5	0.9
<i>В целом</i>	<i>Сумма</i>	<i>5.3</i>	<i>6.4</i>

# НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ



# Общее определение линейности системы

Система (в том числе экономическая)  
линейна, если выполняются условия  
***аддитивности*** и ***гомогенности***.

Необходимо проверить выполнение этих  
условий для выбранной целевой  
функции по всем риск-параметрам.

# Условие аддитивности

Целевая функция аддитивна, если реакция экономической системы на совокупность воздействий (рисков) равна сумме ее реакций на каждое воздействие (риск) в отдельности.

Это известный принцип суперпозиции, который можно выразить в следующей форме:

$$Y \left( \frac{\Delta x}{x_i} \right)_{i=1}^N = \sum_{i=1}^N Y \left( \frac{\Delta x}{x_i} \right)$$

# Условие гомогенности

Строго говоря, необходимо проверить выполнение для системы условия гомогенности (пропорциональности)

Если риск-параметр увеличить в ***a*** раз, то целевая функция увеличится во столько же раз:

$$Y(ax) = a Y(x),$$

где ***a*** – некоторая произвольная константа,  
***x*** – вектор риск-параметров .

# Для линейности экономической системы достаточно выполнения условия аддитивности

Это означает, что

***выполнение условия аддитивности (принципа суперпозиции) практически гарантирует линейность экономической системы.***

# Нелинейная модель чувствительности

- До сих пор мы полагали, что целевая функция (ЦФ) линейно зависит от каждого риск-параметра.
- Для ЦФ, измеряемых в денежных единицах в большинстве случаев это верно.
- В начальной стадии реализации ИП возможно нарушение линейности, например из-за перехода от убытков к прибыли (ЦФ становится кусочно-гладкой).
- Возможна взаимная зависимость отдельных риск-параметров (например: объем продаж и условно-переменные затраты).
- В этих случаях нужна нелинейная модель второго порядка.

**Ряд Тейлора для абсолютного отклонения  
целевой функции  
(линейная и квадратичная составляющие):**

$$\Delta Y = \sum_i \frac{\partial Y}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j \dots \forall i, j$$

# Общая нелинейная модель чувствительности второго порядка

Если имеется зависимость  $X_i$  от  $X_j$ , и/или нелинейность ЦФ, то в общем случае из разложения относительного отклонения ЦФ в ряд Тейлора следует:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_i S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j S_{x_i x_j}^Y \frac{\Delta x_i \Delta x_j}{x_i x_j}$$

где:

$$S_{x_i x_j}^Y = \frac{x_i x_j}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j} \dots \forall i, j$$

**Функции чувствительности второго порядка.**

*Если  $i = j$ , то получим собственную чувствительность второго порядка.*

*Если  $i \neq j$ , то получим взаимную чувствительность второго порядка.*

# Нелинейная модель чувствительности для одного риск-параметра

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_x^Y \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 \quad S_x^Y = \frac{x}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \quad S_{xx}^Y = \frac{x^2}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} / \frac{\Delta x}{x} = S_x^Y + \frac{1}{2} S_{xx}^Y \frac{\Delta x}{x} = S_x^{Y nl}$$

$$S_{xx}^Y = 2(S_x^{Y nl} - S_x^Y) / \left( \frac{\Delta x}{x} \right)$$

*Собственная чувствительность второго порядка численно равна удвоенному отклонению нелинейной чувствительности от линейной при изменении риск-параметра на один процент*



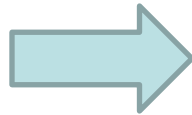
# Метод двух экспериментов для определения чувствительностей (первый вариант)

*Проводим два эксперимента при различных относительных отклонениях:*

*$x, y$  - относительные отклонения,*

*$S_1, S_2$  - чувствительности первого и второго порядка, соответственно.*

$$\begin{cases} y_1 = S_1 x_1 + \frac{1}{2} S_2 x_1^2 \\ y_2 = S_1 x_2 + \frac{1}{2} S_2 x_2^2 \end{cases}$$



$$S_1 = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = \frac{y_1 x_2^2 - y_2 x_1^2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

$$S_2 = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2^2 - x_2 x_1^2} = 2 \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 x_2 (x_2 - x_1)}$$

# Второй вариант определения чувствительностей

*При малом значении относительного отклонения  $x_1 \ll 0$  из первого уравнения получаем:*

$$S_1 = \frac{y_1}{x_1}$$

*При  $x_2 \gg x_1$  из второго уравнения получаем:*

$$S_2 = 2 \left( \frac{y_2}{x_2^2} - \frac{S_1}{x_1} \right)$$

# Нелинейная модель чувствительности для двух риск-параметров

$$\frac{\Delta Y}{Y} = S_{x_1}^Y \frac{\Delta x_1}{x_1} + S_{x_2}^Y \frac{\Delta x_2}{x_2} + \frac{1}{2} S_{x_1 x_1}^Y \left( \frac{\Delta x_1}{x_1} \right)^2 + \frac{1}{2} S_{x_2 x_2}^Y \left( \frac{\Delta x_2}{x_2} \right)^2 + S_{x_1 x_2}^Y \left( \frac{\Delta x_1 \Delta x_2}{x_1 x_2} \right)$$

Алгоритм расчета функций чувствительности при  $S_{12} = S_{21}$  :

1. Для  $Y$  выбираем  $X_1$  и  $X_2$  в исходном режиме SQ
2. При двух различных значениях  $\Delta x/x$  поочередно находим чувствительности первого порядка и собственные:  $S_1'$  и  $S_2'$  при  $\Delta x_2 = 0$  и  $S_1''$  и  $S_2''$  при  $\Delta x_1 = 0$
3. При выбранных значениях  $\Delta x/x$  и одновременно действующих обоих рисках находим:  $S_{12}$  при  $\Delta x_1 \neq 0$  и при  $\Delta x_2 \neq 0$ . Если  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x$ , то получим:

$$\frac{\Delta Y}{Y} / \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 - [S_{x_1}^Y + S_{x_2}^Y] / \frac{\Delta x}{x} - \frac{1}{2} [S_{x_1 x_1}^Y + S_{x_2 x_2}^Y] = S_{x_1 x_2}^Y$$

# Экономический смысл взаимной чувствительности

$$\frac{\Delta Y}{Y} - \left\{ [S_{x_1}^Y + S_{x_2}^Y] \frac{\Delta x}{x} + \frac{1}{2} [S_{x_1 x_1}^Y + S_{x_2 x_2}^Y] \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2 \right\} = S_{x_1 x_2}^Y \left( \frac{\Delta x}{x} \right)^2$$

Взаимная чувствительность показывает на сколько процентов полное относительное отклонение целевой функции отличается от суммы линейного и нелинейного относительных отклонений при одновременном изменении двух риск-параметров на один процент в неблагоприятном направлении.

## Если цена $P$ и натуральный объем продаж $Q$ являются риск-параметрами, то $Y(p, Q)$

- В этом случае можно в качестве риск-параметра выбрать выручку  $B = pQ$ , тогда модель линейна.
- В случае, когда  $p$  и  $Q$  независимые риск-параметры, тогда модель не линейна, т.к. целевая функция зависит от произведения этих параметров. Для оценки влияния совокупности рисков используем формулу:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y(t) \frac{\Delta x_i}{x_i} + \frac{\Delta p}{p} \frac{\Delta Q}{Q}$$

- Здесь в  $N$  вошли  $p$  и  $Q$ , а их взаимная чувствительность  $S_{pQ}$  равна единице.

# Метод функций чувствительности является универсальным инструментом риск-анализа и свободен от приписываемых ему недостатков

*«Недостатки»:*

*1. Метод чувствительности является «однофакторным».*

*Если рассчитаны чувствительности по каждому риску в отдельности, то влияние любой совокупности рисков легко рассчитывается на основе предложенной модели.*

*2. Метод не работает, когда риски зависят друг от друга.*

*Нелинейная модель чувствительности позволяет учесть не только взаимное влияние рисков, но и нелинейность модели инвестиционного проекта.*

# Неопределенность

**Неопределенность** – это неустранимое свойство рыночной среды, связанное с тем, что на рынке одновременно действует множество факторов различной природы и направленности, корректная совокупная оценка которых практически невозможна.

**Рыночная неопределенность *не обладает статистической природой***, т.к. окружающая фирму бизнес-среда постоянно меняется под воздействием различных факторов, включая человеческий фактор.

*«Проклятье» экономических систем:*

***«Нельзя дважды войти в одну и ту же реку».***

# Вероятность и возможность

При анализе процессов, подчиняющихся статистическим законам, можно использовать **теорию вероятности**.

Для бизнес процессов и систем с интеллектом, т.е. там где люди принимают решения, не существует надежной статистики. Невозможно обеспечить однородность и одинаковость условий эксперимента для расчета вероятности по статистически значимой выборке. Классическая теория вероятности здесь не работает.

При анализе таких систем необходимо использовать **теорию возможностей**, в основе которой лежит теория нечетких множеств.



# Нечеткие множества

## (этапы развития теории)

В 1965 году Лотфи А. Заде (Lotfi A. Zadeh), профессор информатики университета в Беркли (Калифорния), ввел в науку понятие **нечетких множеств** (fuzzy sets или fuzzy logic), давшее название одноименной теории.

В 1971 году Л.Заде выступил с докладом по ТНМ в СССР, в Москве на международном математическом конгрессе.

С 1975 года начался бурный рост прикладных работ в различных отраслях.

Интеграция ТНМ с классической теорией вероятности привела к появлению теории возможности (**эвентология**).

# Четкие и нечеткие множества

- Для ЧМ элемент либо принадлежит этому множеству, либо нет – третьего не дано (Закон исключённого третьего).
- Для НМ элемент может **не вполне** принадлежать этому множеству.
- Степень принадлежности определяется соответствующей функцией принадлежности  $0 \leq \mu(x) \leq 1$

# Основные определения

- **Носитель  $U$**  – это универсальное множество, к которому относятся все результаты наблюдений  $x$  в рамках оцениваемой квазистатистики.
- **Нечеткое множество** – это множество значений носителя, такое, что каждому значению носителя  $x \in U$  сопоставлена степень принадлежности  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$  этого значения множеству  $A$ .

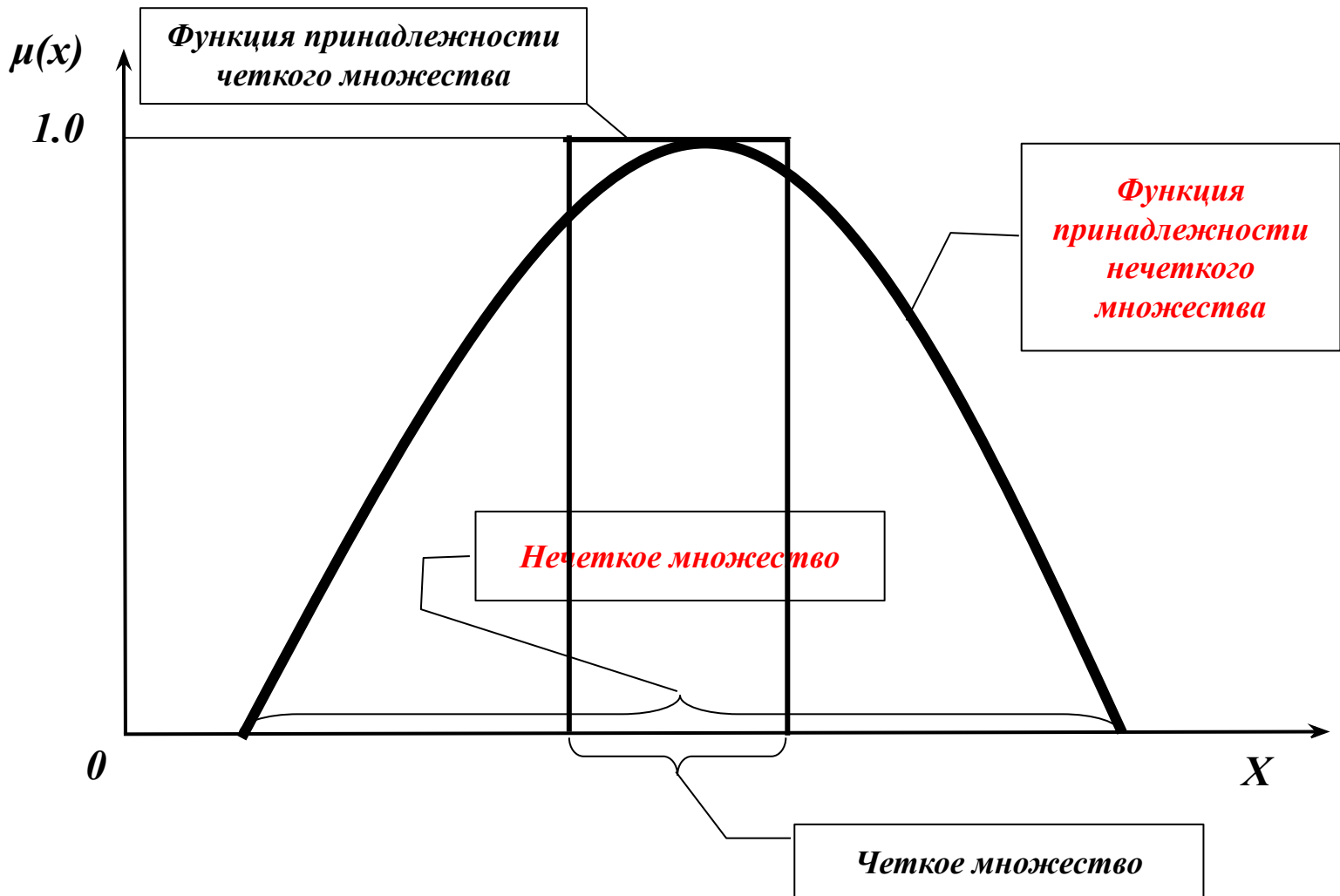
# Основные определения

## (продолжение)

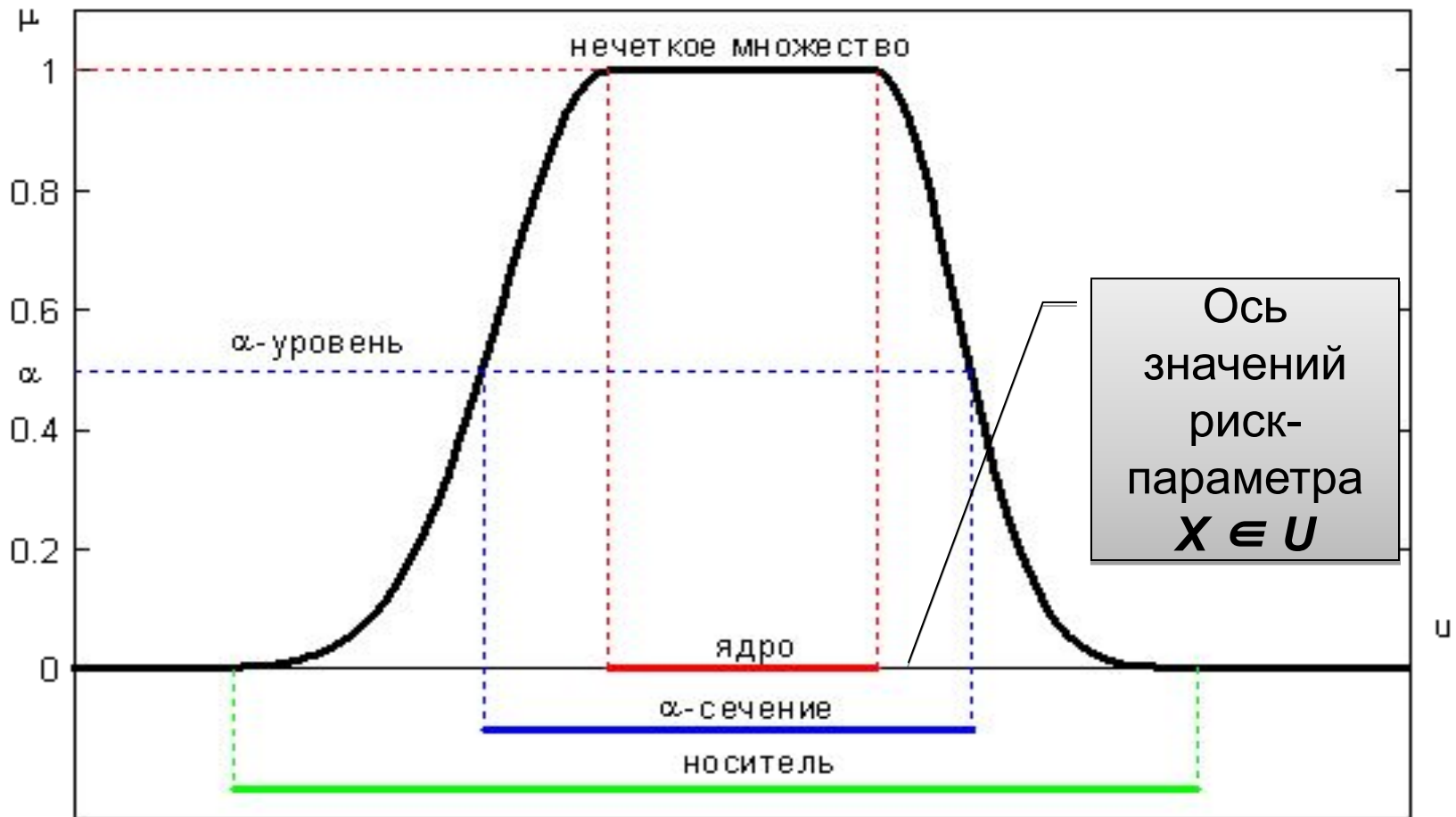
- **Функция принадлежности  $\mu_A(x)$**  – это функция, областью определения которой является носитель  $U$ ,  $x \in U$ , а областью значений – единичный интервал  $[0, 1]$ .

Чем больше  $\mu_A(x)$ , тем выше оценивается степень принадлежности элемента носителя  $x$  нечеткому множеству  $A$ .

# Четкое и нечеткое множества



# Пример функции принадлежности

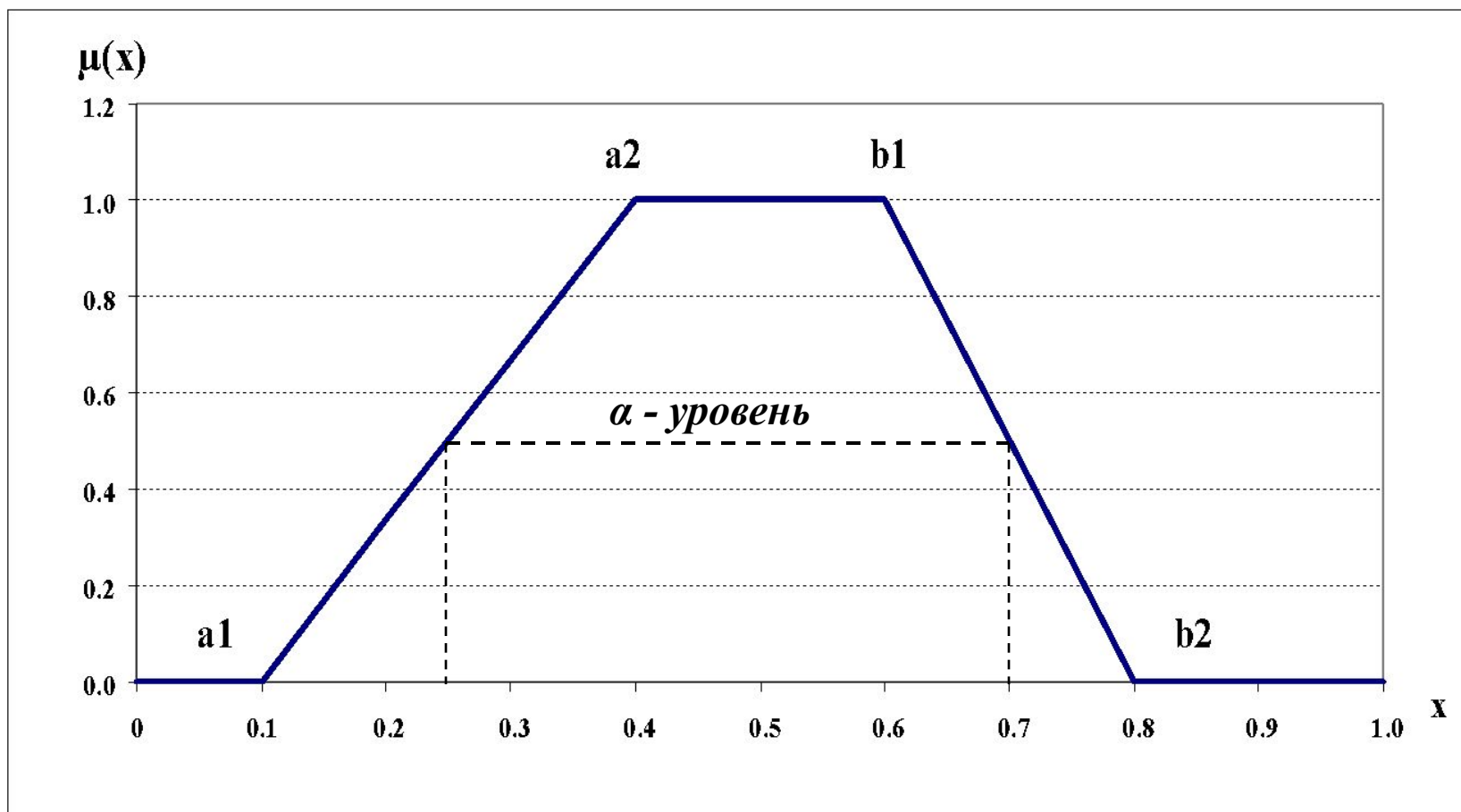


# Нечеткие числа и операции над ними

**Нечеткое число** – это нечеткое подмножество множества действительных чисел (носителя), имеющее **нормальную** и **выпуклую** функцию принадлежности, то есть такую, что:

- а) существует значение носителя, в котором функция принадлежности равна единице (**условие нормальности**),
- б) при отступлении от своего максимума влево или вправо функция принадлежности убывает (**условие выпуклости**).

# Нечеткий риск-параметр (трапециевидное число)





# Нечеткий риск-параметр (треугольное число)



# Свойства треугольных и трапециевидных чисел

- действительное число есть частный случай треугольного нечеткого числа;
- сумма треугольных чисел есть треугольное число;
- треугольное (трапециевидное) число, умноженное на действительное число, есть треугольное (трапециевидное) число;
- сумма трапециевидных чисел есть трапециевидное число;
- сумма треугольного и трапециевидного чисел есть трапециевидное число.

# Мягкие вычисления (нечеткая арифметика)

**Для любого  $\alpha$ -уровня принадлежности:**

- операция "сложения":  
 $[a1, a2] (+) [b1, b2] = [a1 + b1, a2 + b2],$
- операция "вычитания":  
 $[a1, a2] (-) [b1, b2] = [a1 - b2, a2 - b1],$
- операция "умножения":  
 $[a1, a2] (\times) [b1, b2] = [a1 \times b1, a2 \times b2],$
- операция "деления":  
 $[a1, a2] (/) [b1, b2] = [a1 / b2, a2 / b1],$
- операция "возведения в степень":  
 $[a1, a2] (^) i = [a1^i, a2^i].$

# Нечеткие функции

- ***Поле нечетких чисел*** – это несчетное множество нечетких чисел.
- ***Нечеткая функция*** – это взаимно однозначное соответствие двух полей нечетких чисел: аргумента и функции.
- Вид нечеткой функции определяется видом чисел области ее определения (треугольные, трапециевидные и др.)

# Свойства нечетких функций

- **сложение:** сумма (разность) треугольных функций есть треугольная функция;
- **умножение на число** переводит треугольную функцию в треугольную функцию;
- **дифференцирование (интегрирование)** треугольной нечеткой функции проводится по правилам вещественного дифференцирования (интегрирования):

$$\frac{d}{dt}[f_1(t), f_2(t), f_3(t)] = \left[ \frac{d}{dt} f_1(t), \frac{d}{dt} f_2(t), \frac{d}{dt} f_3(t) \right]$$

# $\alpha$ -уровневый принцип обобщения

Пусть:

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- функция от  $n$  независимых переменных с аргументами  $x_i$ , заданными нечеткими числами:

$$\tilde{x}_i = \bigotimes_{\alpha \in [0,1]} (x_{i,\alpha}^-, x_{i,\alpha}^+), i = \overline{1, n}$$

где  $x_{i,\alpha}^{\pm}$  - верхняя и нижняя абсцисса  $\alpha$ -уровня.

# $\alpha$ -уровневый принцип обобщения

(продолжение)

Значением нечеткой функции:

$$\tilde{Y} = f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$$

называется нечеткое число:

$$\tilde{Y} = \bigotimes_{\alpha \in [0,1]} (Y^-_{\alpha}, Y^+_{\alpha})$$

# $\alpha$ -уровневый принцип обобщения

(продолжение)

Нижняя (-) и верхняя (+) границы  $\alpha$ -уровня нечеткой функции будут, соответственно:

$$Y_{\alpha}^{-} = \inf_{x_{i,\alpha} \in [x_{i,\alpha}^{-}, x_{i,\alpha}^{+}], i=\overline{1,n}} \{f(x_{1,\alpha}, x_{2,\alpha}, \dots, x_{n,\alpha})\}$$

$$Y_{\alpha}^{+} = \sup_{x_{i,\alpha} \in [x_{i,\alpha}^{-}, x_{i,\alpha}^{+}], i=\overline{1,n}} \{f(x_{1,\alpha}, x_{2,\alpha}, \dots, x_{n,\alpha})\}$$



# $\alpha$ -уровневый принцип обобщения

(окончание)

Применение  $\alpha$ -уровневого принципа обобщения сводится к решению для каждого  $\alpha$ -уровня следующей задачи оптимизации:

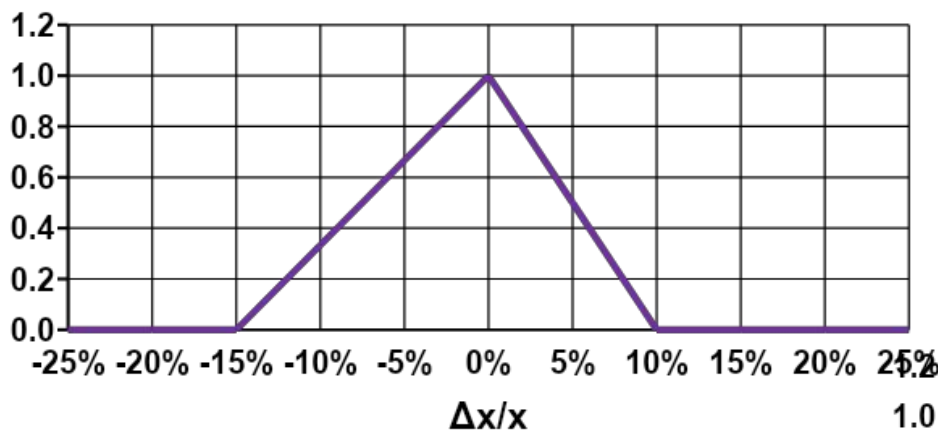
*Найти минимальное и максимальное значения функции:*

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

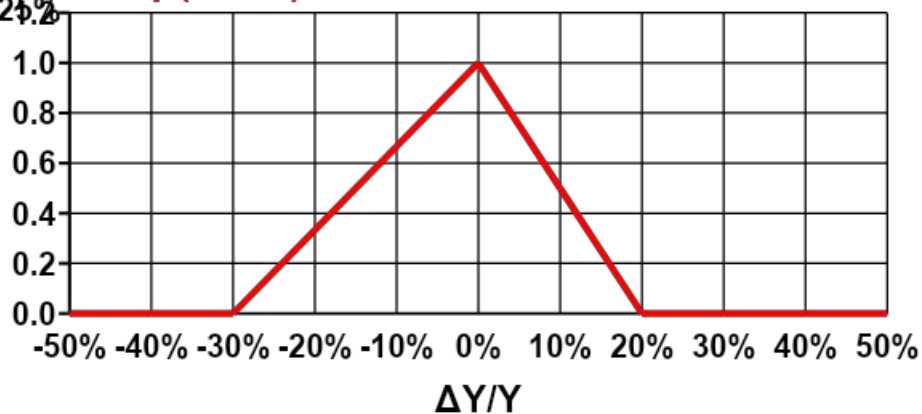
*при условии, что аргументы могут принимать значения из соответствующих  $\alpha$ -уровневых множеств.*

# Нечеткие аргумент и функция треугольного вида

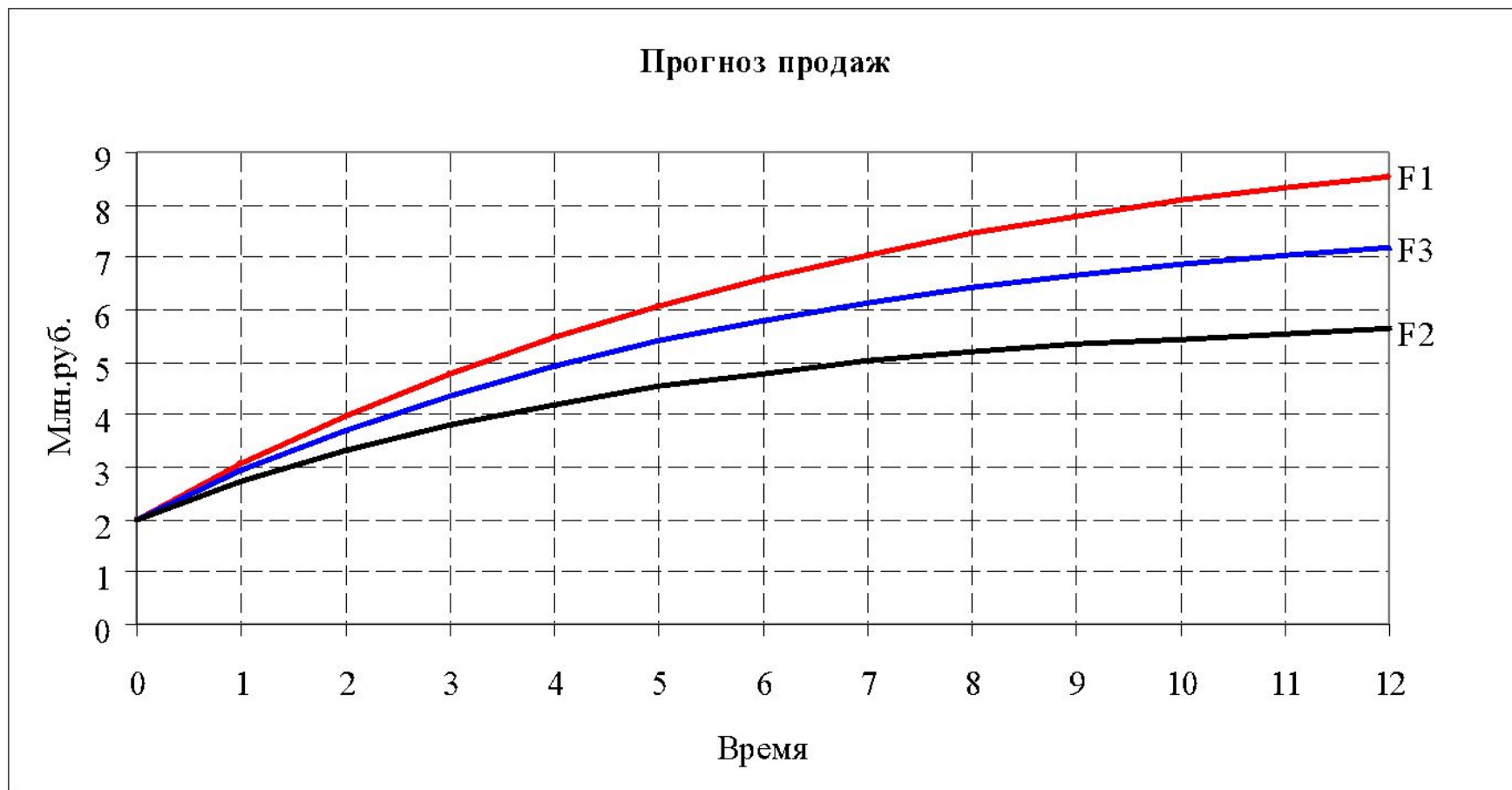
Функция принадлежности  
отклонения риск-параметра  
 $\mu(\Delta x/x)$



Функция принадлежности  
отклонения целевой функции  
 $\mu(\Delta Y/Y)$



Функция: «Прогноз продаж за период  $t$ »  
есть треугольное число  $[F_2(t), F_3(t), F_1(t)]$



# Оценка одновременного влияния совокупности рисков

Полное относительное отклонение целевой функции при воздействии  $N$  рисков:

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \sum_{i=1}^N S_{x_i}^Y \frac{\Delta x_i}{x_i}$$

На этапе качественного риск-анализа, для каждого из  $N$  нечетких относительных отклонений риск-параметров  $x_i$ , определим максимальные границы интервалов достоверности (треугольные числа):

$$\frac{\Delta x_i}{x_i} \in [a_i^-, a_i^+], \forall i$$

# Нечеткое относительное отклонение целевой функции (ЦФ) треугольного типа

$$\frac{\Delta Y}{Y} \in [b^-, b^+], \forall i$$

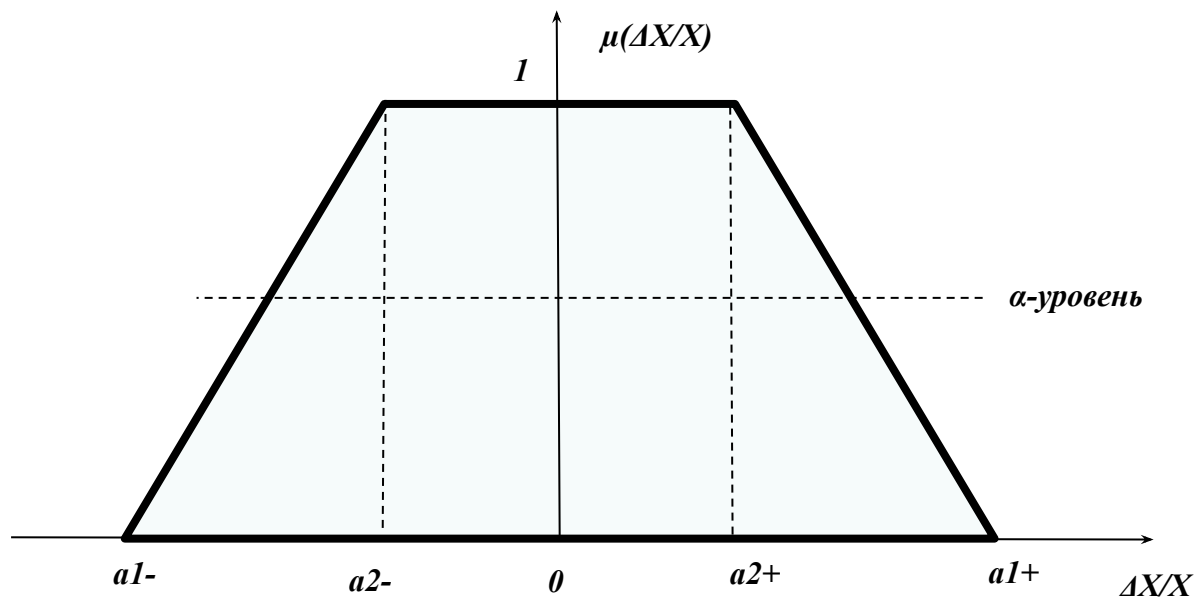
На основе «мягких» вычислений находим границы интервалов достоверности, которые определяют треугольное число относительного отклонения ЦФ:

$$b^- = \sum_i \min(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

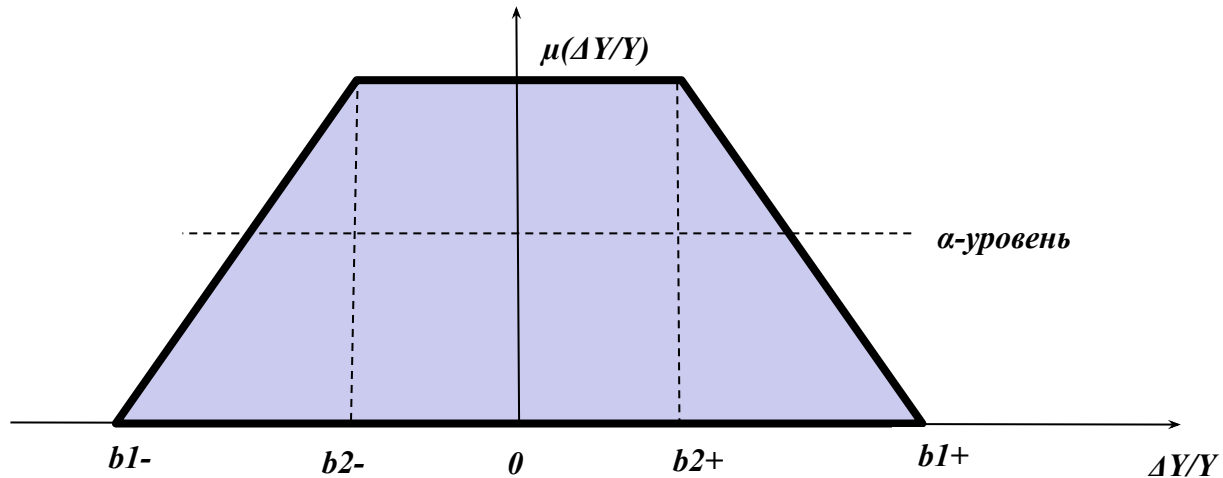
$$b^+ = \sum_i \max(S_{x_i}^Y a_i^-, S_{x_i}^Y a_i^+)$$

# Для трапециевидных нечетких относительных отклонений риск-параметров имеем:

На этапе качественного риск-анализа, для каждого из  $N$  нечетких относительных отклонений риск-параметров  $x_i$ , определяем функцию принадлежности трапециевидного типа:



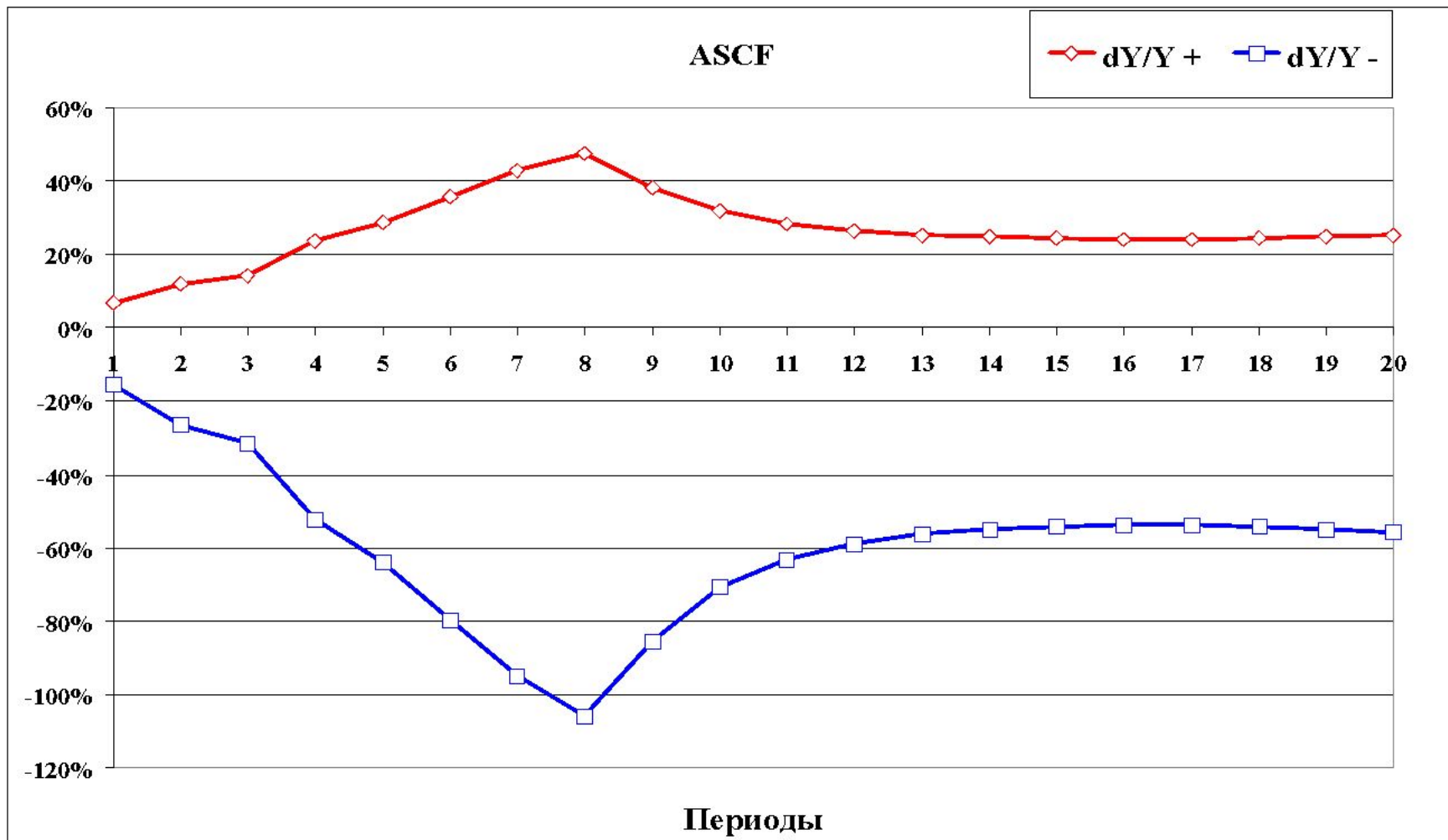
# Рассчитываем нечеткое относительное отклонение целевой функции трапециевидного типа



$$b_{1,2}^- = \sum_i \min(S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^-, S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^+)$$

$$b_{1,2}^+ = \sum_i \max(S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^-, S_{x_i}^Y a_{1,2 \ i}^+)$$

# Границы относительных отклонений накопленного сальдо денежных потоков (наихудший и наилучший случаи)





# Оценка вероятности одновременного воздействия $k$ рисков событий из $N$

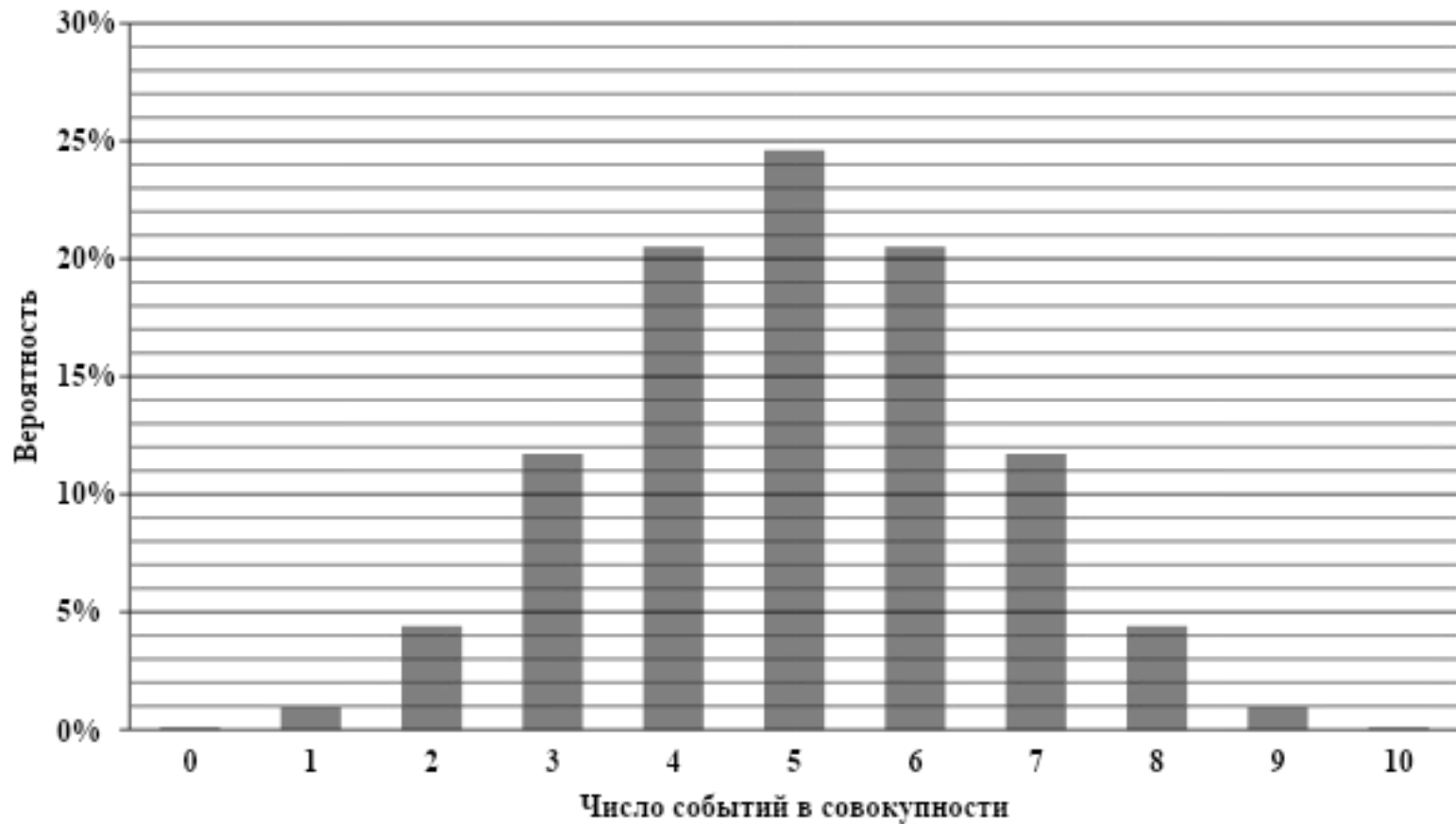
Число комбинаций из  $N$  событий по  $k$ :

$$C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$$

Вероятность появления случайной совокупности, состоящей из  $k$  событий, будет:

$$P_k = \frac{C_N^k}{\sum_{i=0}^N C_N^i}$$

# Вероятности одновременного действия различных совокупностей из 10 рисковых событий

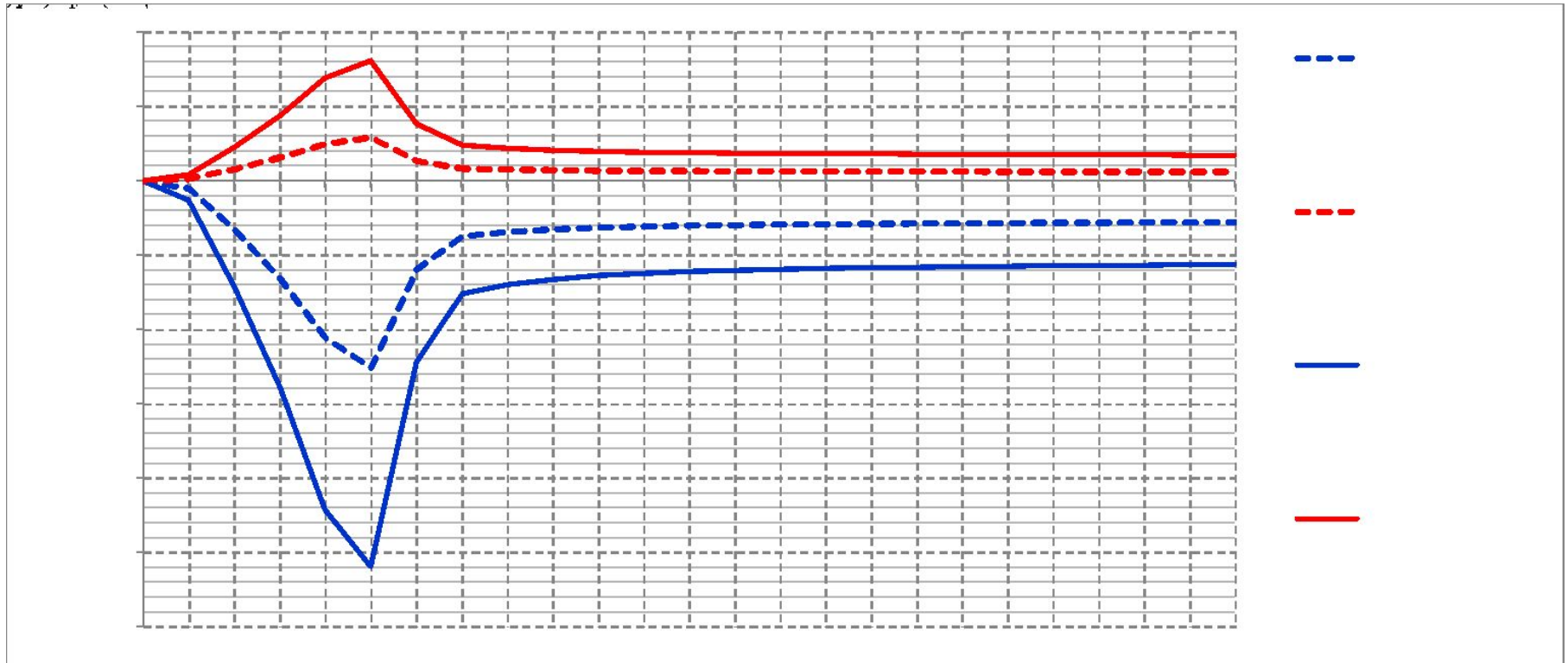


## Нечеткая оценка математического ожидания границ отклонения целевой функции при одновременном воздействии совокупности рисков

**Теорема:** при воздействии на экономическую систему (фирма, инвестиционный проект и др.) одновременно любой случайной  $k$ -совокупности из множества независимых  $N$  рисков событий, математическое ожидание относительного отклонения целевой функции системы (с учетом ее чувствительности к этим рискам) будет вдвое меньше, чем в предположении, что все  $N$  рисков будут действовать одновременно (наихудший случай).

$$MO \left( \frac{\Delta Y}{Y} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta Y_i}{Y}$$

# Границы математического ожидания отклонений целевой функции $ASCF(T)$ при воздействии совокупности рисков трапециевидного типа в пределах всего горизонта планирования



# Математическое ожидание функции принадлежности $\mu(x)$

Поскольку мы не знаем вероятности попадания нечеткого риск-параметра в любой интервал, связанный с  $\alpha$ -уровнем функции принадлежности, используем принцип Лапласа: «если вероятности различных состояний экономической системы неизвестны, то следует считать эти состояния равновероятными». Тогда:

$$MO(\mu) = 0,5 + \frac{a_2^+ - a_2^-}{2(a_1^+ - a_1^-)}$$

откуда следует:

при  $a_2^+ = a_2^- = 0$   $MO(\mu) = 0,5$  - случай треугольного нечеткого числа.

при  $a_2^+ = a_1^+$  и  $a_2^- = a_1^-$   $MO(\mu) = 1$  - случай прямоугольного нечеткого числа.

для любого трапециевидного нечеткого числа  $0,5 \leq MO(\mu) \leq 1$

# Нечеткая модель риск-анализа на основе функций чувствительности позволяет:

- В четыре раза (при риск-параметрах треугольного типа) сократить зону неопределенности для целевой функции при воздействии различных совокупностей рисков по всему горизонту планирования по сравнению с методом сценариев (*пессимистический и оптимистический варианты*).
- Рассчитать рисковую поправку в ставке дисконтирования для любого инвестиционного проекта на основе чувствительности  **$NPV(T)$** .

# Оценка рисковой составляющей в ставке дисконта

Ставка дисконта:  $1 + d = (1 + i)(1 + R)$

1. Вычисляем  $NPV_{\text{бр}}(T)$  при безрисковой ставке дисконта:  
 $1 + d_0 = (1 + i)$ .
2. Для выбранных возможных отклонений риск-параметров с помощью нечеткой модели находим относительное уменьшение  $\delta NPV_{\text{бр}}(T) = h < 0$  при воздействии совокупности рисков.
3. Вычисляем в конце горизонта планирования предельное значение  $NPV(T)$  с учетом всех рисков:

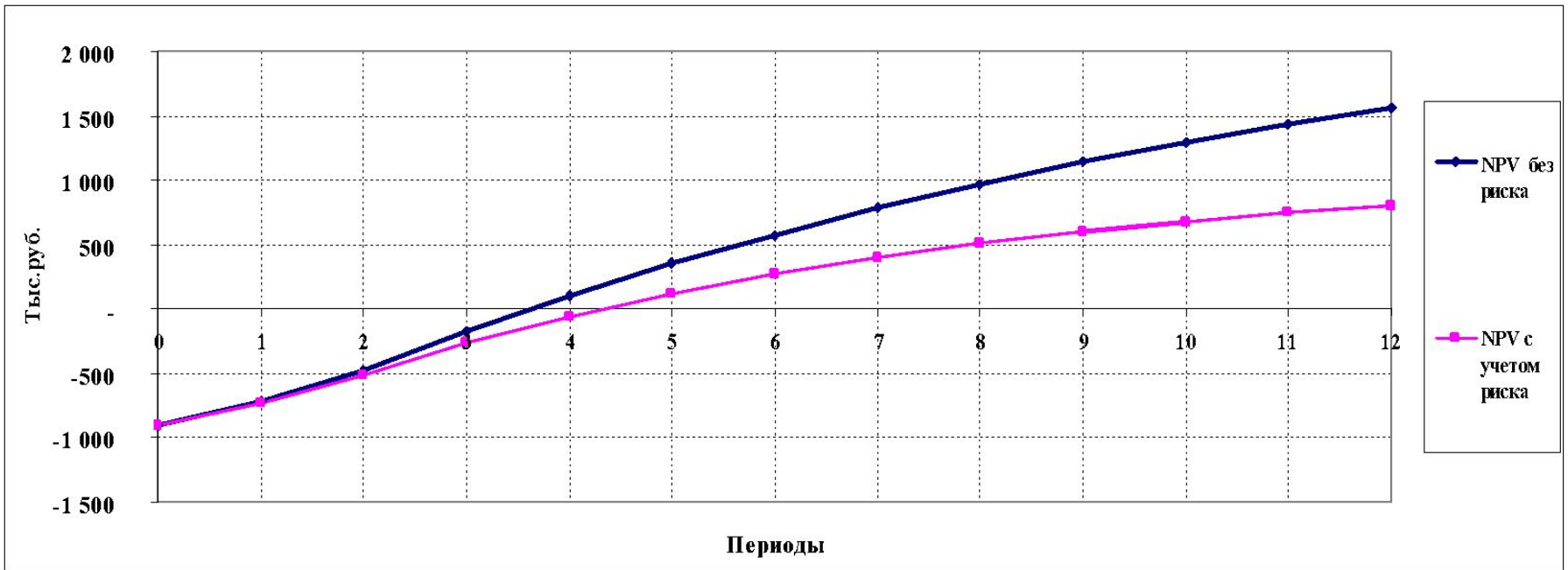
$$NPV_{\text{пред}}(T) = NPV_{\text{бр}}(T) [1 + h]$$

# Оценка рисковей составляющей в ставке дисконта (продолжение)

- Возвращаемся к исходной модели и с помощью опции «Подбор параметра» в EXCEL находим то значение ставки дисконта  $d$ , при которой  $NPV(T) = NPV_{пред}(T)$ . Эта ставка  $d$  будет искомой ставкой дисконта с учетом всех рисков.
- Далее вычисляем рисковую составляющую  $1+R$  ставки дисконта, а именно:

$$R = (1 + d) / (1 + d_0) - 1 = (1 + d) / (1 + i) - 1$$





$$NPV(T) = \sum_{t=0}^T \frac{\Delta NCF(t)}{(1+d)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{\Delta I(t)}{(1+d)^t}$$

***Ставка дисконтирования с учетом риска:***

$$1+d = (1+i)(1+R)$$

# Расчет рисковой поправки (пример)

*Ставка дисконтирования без учета риска:*

$$1 + d_0 = 1 + i = 1.1 \quad \text{при } i = 10\% ,$$

$$\text{тогда } NPV(T=12) = 1561$$

*При воздействии совокупности рисков:*

$$NPV(T=12) = 900,$$

*что соответствует ставке дисконта*

$$d = 16.39,$$

*откуда получаем:*

$$R = (1 + d) / (1 + d_0) - 1 = 5.81\%$$

**Благодарю за внимание!**

**Есть ли вопросы?**