

17. Геометрическая вероятность

В классическом определении вероятности .

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Всегда ли можно подсчитать число элементарных исходов?



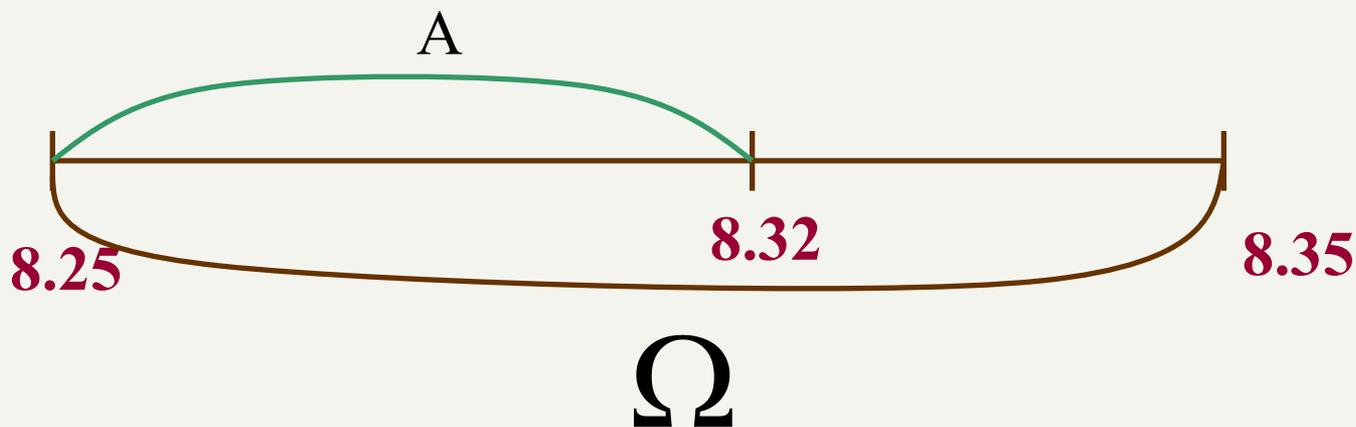
17. Геометрическая вероятность

Известно, что студент приходит на занятия в случайный момент времени в интервале от 8.25 до 8.35. Какова вероятность, что он опоздает на пару не более, чем на 2 мин?

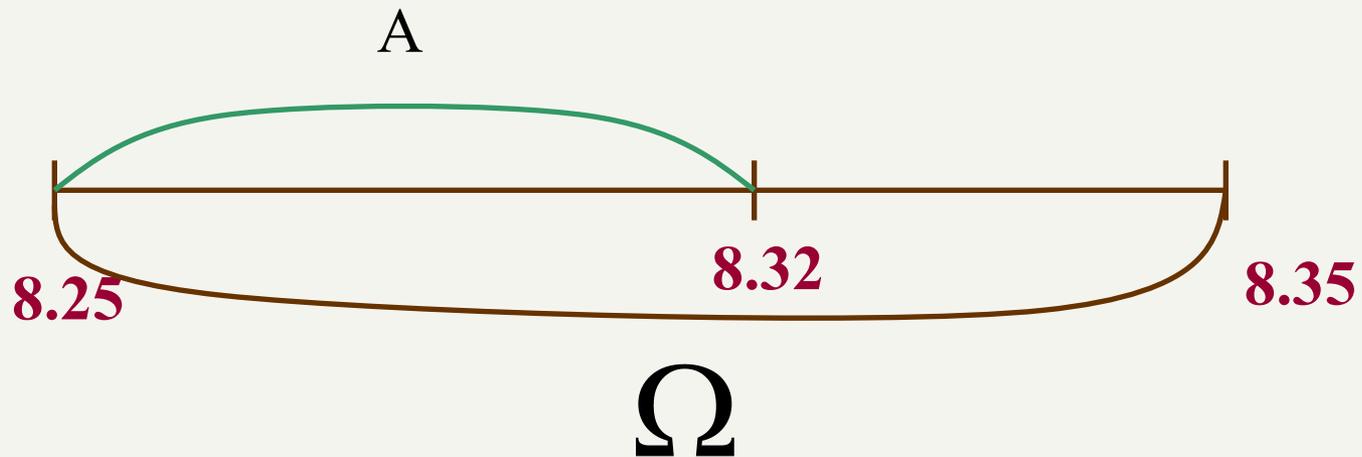


17. Геометрическая вероятность

Известно, что студент приходит на занятия в случайный момент времени в интервале от 8.25 до 8.35. Какова вероятность, что он не опоздает на пару или опоздает не более, чем на 2 мин?



17. Геометрическая вероятность



$$P(A) = \frac{7}{10}$$

17. Геометрическая вероятность

Пусть Ω – пространство элементарных исходов,
 A – некоторое событие (подмножество Ω). Тогда

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

где $|A|$ - мера события A .

$|\Omega|$ -мера пространства элементарных
исходов.

Если Ω одномерное пространство, то мерой является длина,
если двумерное, то площадь.

Автобусы ходят с интервалом 20 минут.

Пассажир

подходит к остановке в случайный момент времени.

Какова вероятность того, что ему придется ждать

- Не больше 3 минут
- Не меньше 15 минут

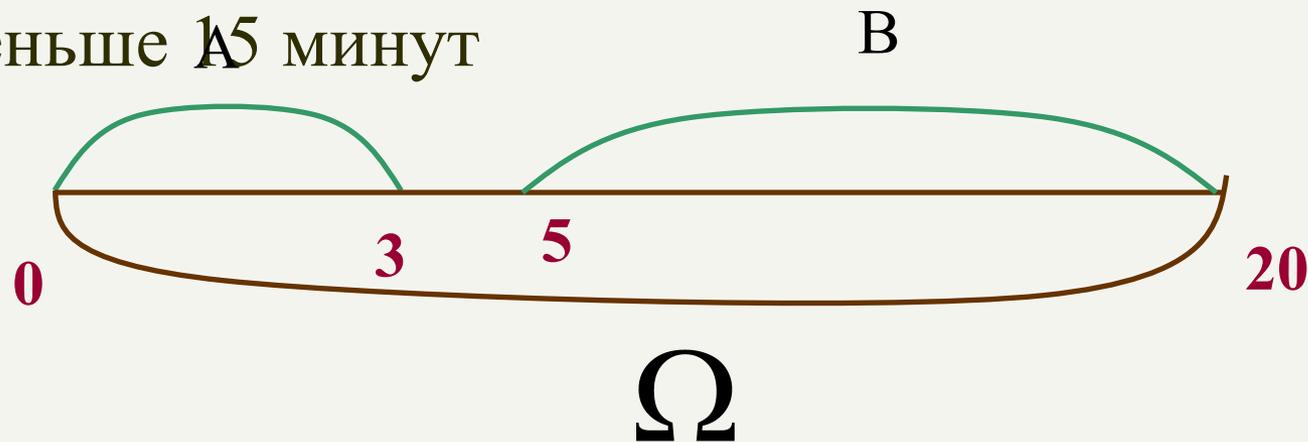
Автобусы ходят с интервалом 20 минут.

Пассажир

подходит к остановке в случайный момент времени.

Какова вероятность того, что ему придется ждать

- Не больше 3 минут
- Не меньше 15 минут



$$P(A) = \frac{3}{20}$$

$$P(A) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$



Пример После бури на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Какова вероятность того, что он произошёл между 50-м и 55-м километрами линии?

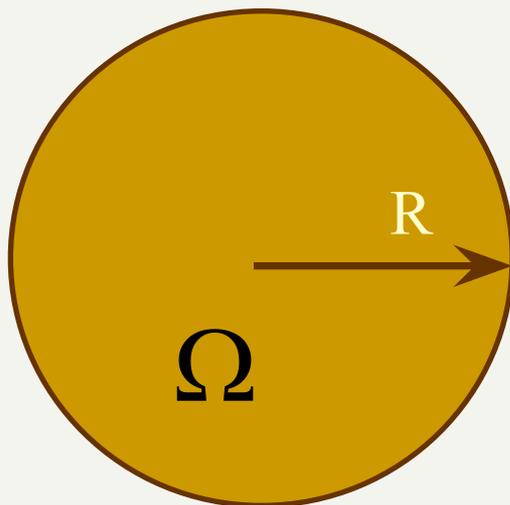




Пример Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Считая, что попадания в любую точку мишени равновозможно, найти вероятность того, что расстояние от точки попадания до центра мишени не больше r .

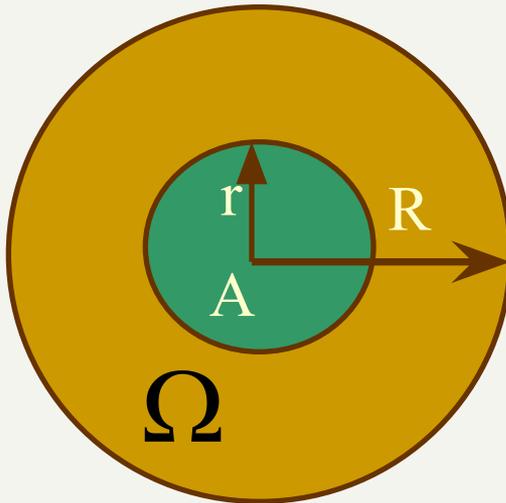


Пример Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Считая, что попадания в любую точку мишени равновозможно, найти вероятность того, что расстояние от точки попадания до центра мишени не больше r .



$$|\Omega| = \pi R^2$$

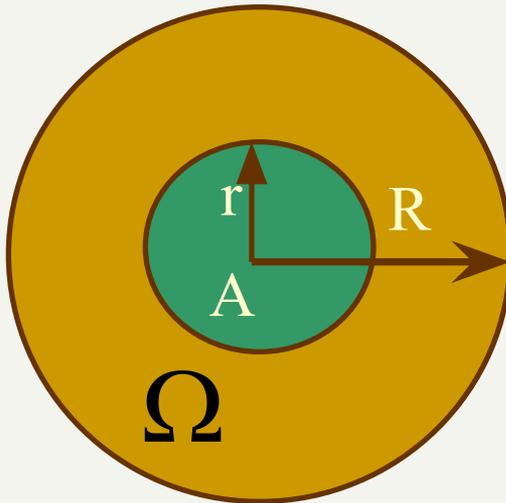
Пример Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Считая, что попадания в любую точку мишени равновозможно, найти вероятность того, что расстояние от точки попадания до центра мишени не больше r .



$$|\Omega| = \pi R^2$$

$$|A| = \pi r^2$$

Пример Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Считая, что попадания в любую точку мишени равновозможно, найти вероятность того, что расстояние от точки попадания до центра мишени не больше r .



$$|\Omega| = \pi R^2$$

$$|A| = \pi r^2$$

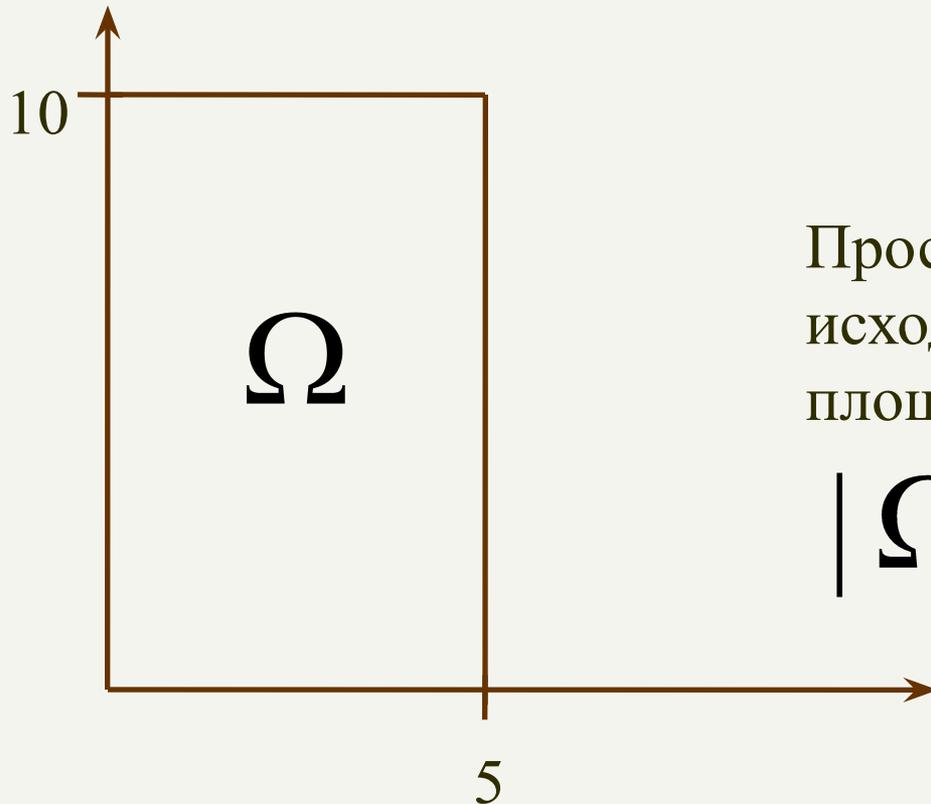
$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{r^2}{R^2}$$

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Сумма чисел меньше 8
- Произведение чисел меньше 12

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Сумма чисел меньше 8

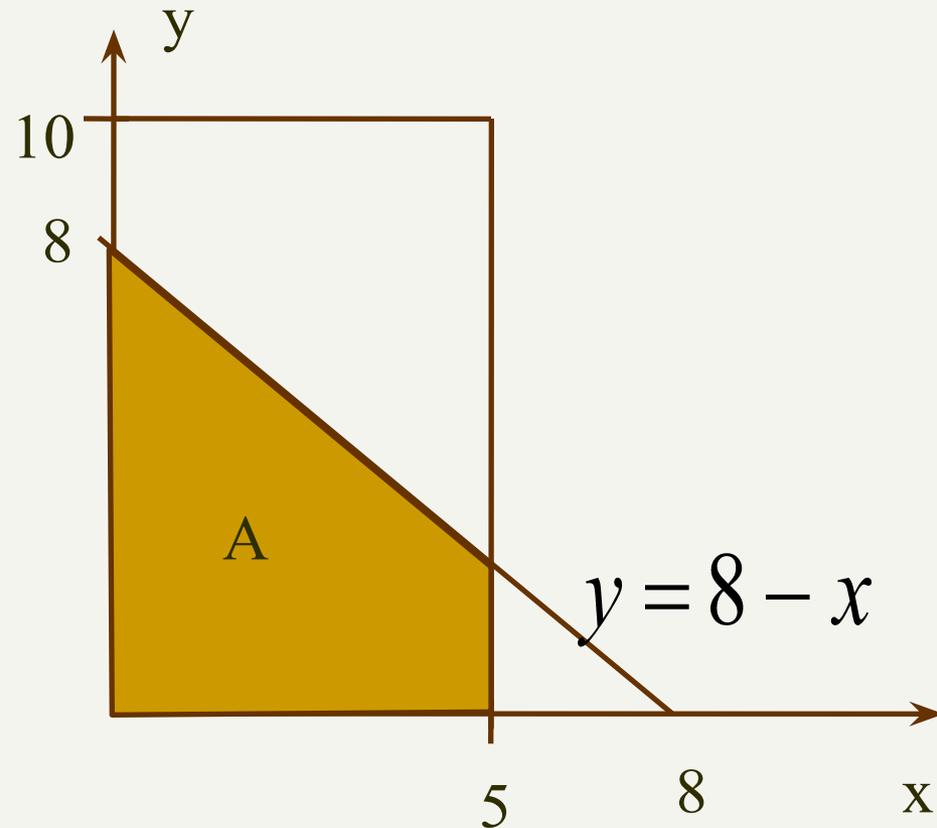


Пространство элементарных
исходов – прямоугольник
площади 50

$$|\Omega| = 50$$

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Сумма чисел меньше 8
- Произведение чисел меньше 12



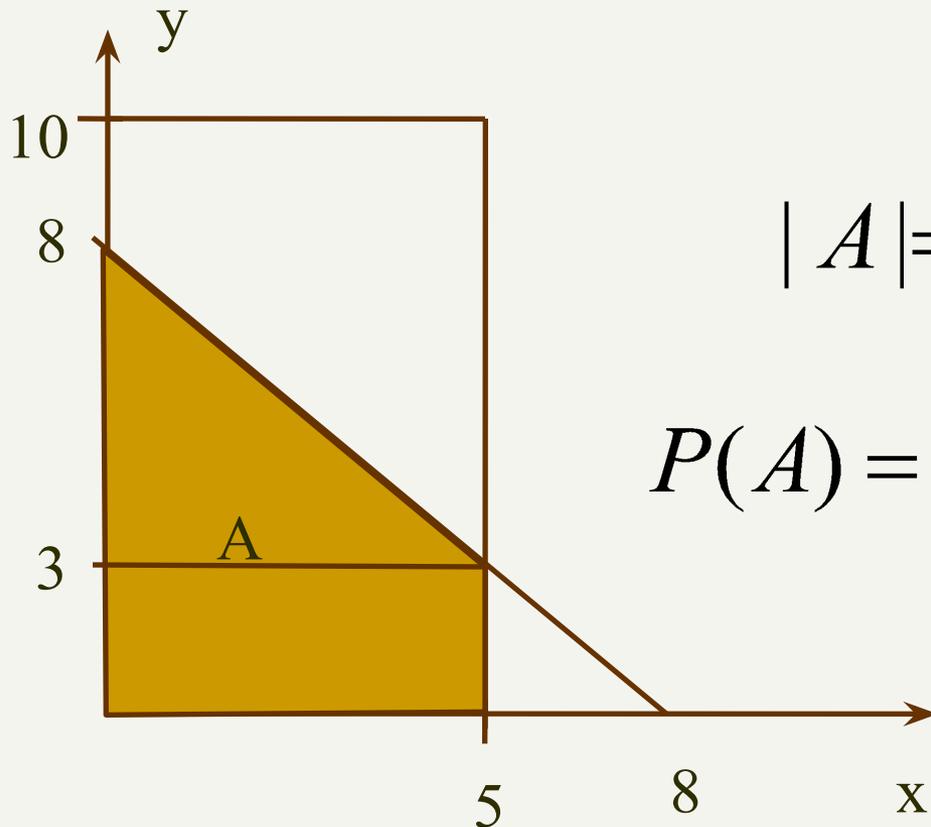
$$x + y < 8$$

$$y < 8 - x$$

A - трапеция

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Сумма чисел меньше 8
- Произведение чисел меньше 12

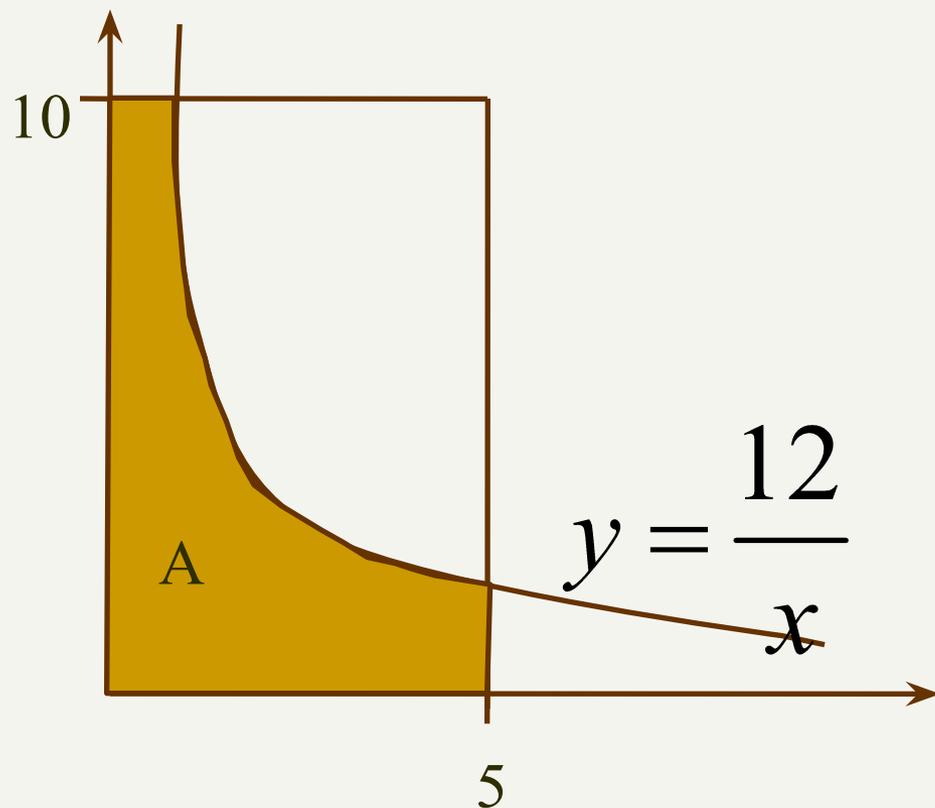


$$|A| = \frac{1}{2} (8 + 3) \cdot 5 = \frac{55}{2}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{55}{2} \cdot \frac{1}{50} = \frac{11}{20}$$

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Произведение чисел меньше 12



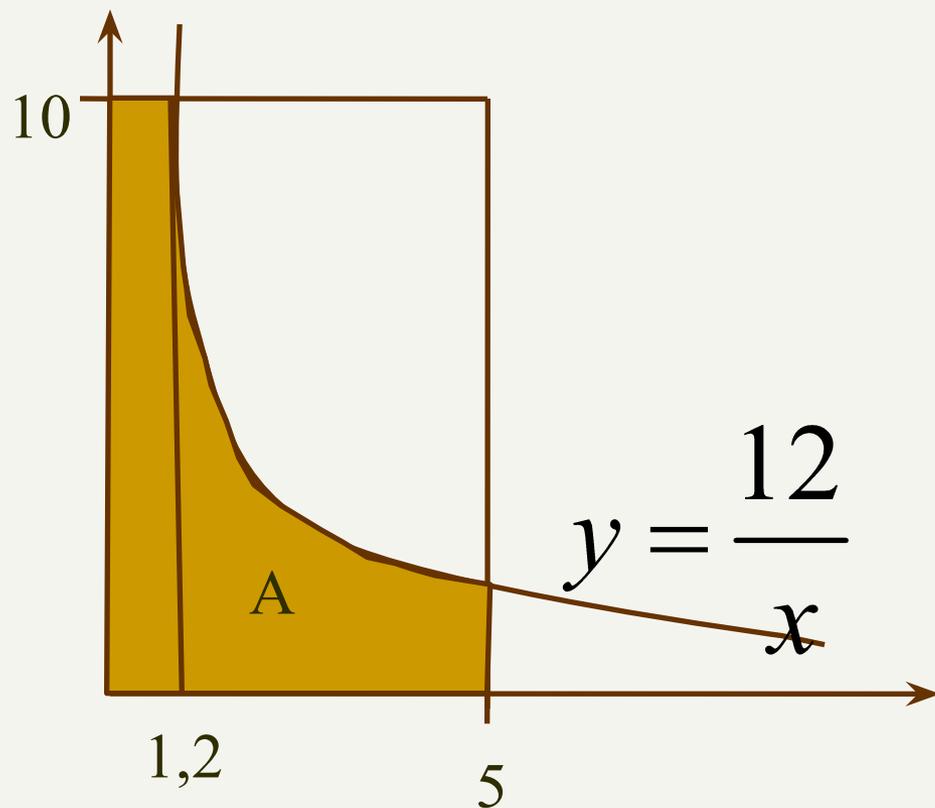
$$xy < 12$$

$$y < \frac{12}{x}$$

A – криволинейная трапеция

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

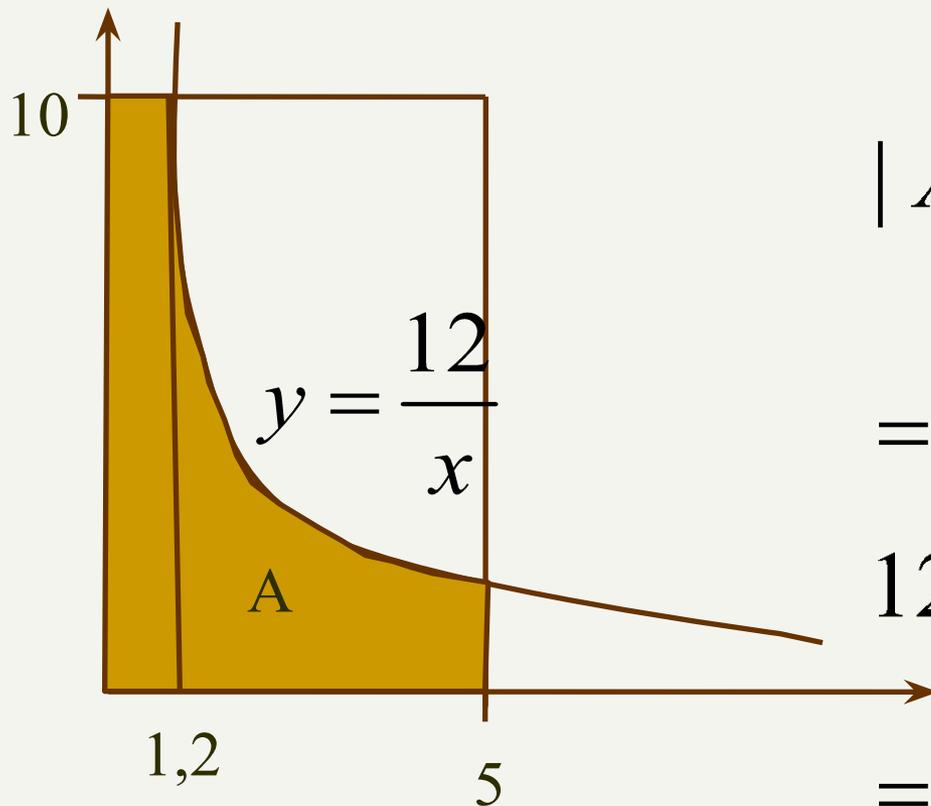
- Произведение чисел меньше 12



$$\frac{12}{x} = 10$$
$$x = 1.2$$

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

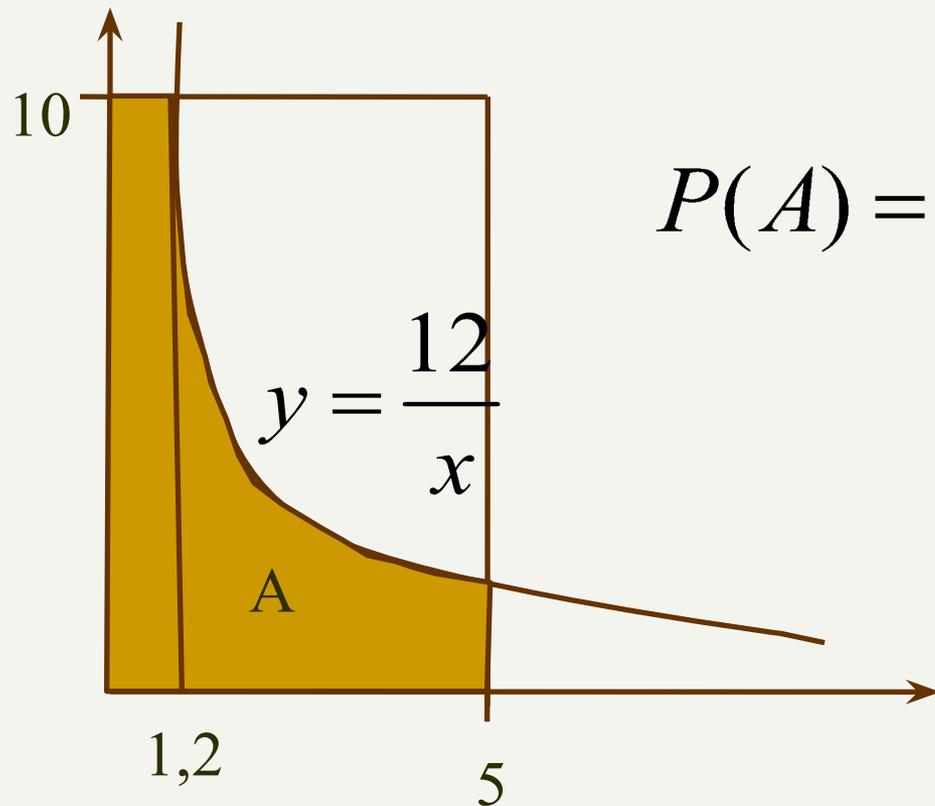
- Произведение чисел меньше 12



$$\begin{aligned} |A| &= 10 \cdot 1.2 + \int_{1.2}^5 \frac{12}{x} dx = \\ &= 12 + 12 \ln x \Big|_{1.2}^5 = \\ &= 12 + 12(\ln 5 - \ln 1.2) = \\ &= 12 + 12 \cdot \ln \frac{5}{1.2} = 29.125 \end{aligned}$$

Вася задумал случайное число из $[0;5]$, а Оля – из интервала $[0;10]$. Какова вероятность того, что

- Произведение чисел меньше 12



$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{29.125}{50} = 0.583$$



Пример Студенты случайным образом приходят в столовую с 14.00 до 15.00, при этом обед каждого из них занимает примерно 20 минут. Найти вероятность того, что: а) Коля встретится с Олей во время обеда, б) данная встреча не состоится.

