Математическая модель воздействий

Вид входных воздействий зависит от используемой математической схемы. Для моделей цифровых автоматов (*F*- и *P*-схемы) характерны испытательные детерминированные бинарные последовательности или массивы. В моделях динамических систем (*D*-схема) используются самые разнообразные процессы. Их можно разделить на две большие группы: детерминированные и случайные.

Часто использующиеся **детерминированные процессы** относят к типовым. Например: синусоидальный, треугольный, прямоугольный процессы, скачкообразное, линейное, квадратичное воздействия. Как правило, они уже имеются в используемой программной среде. Если же нужный процесс отсутствует в ППП, то его генерирование производится по формуле, описывающей этот процесс.

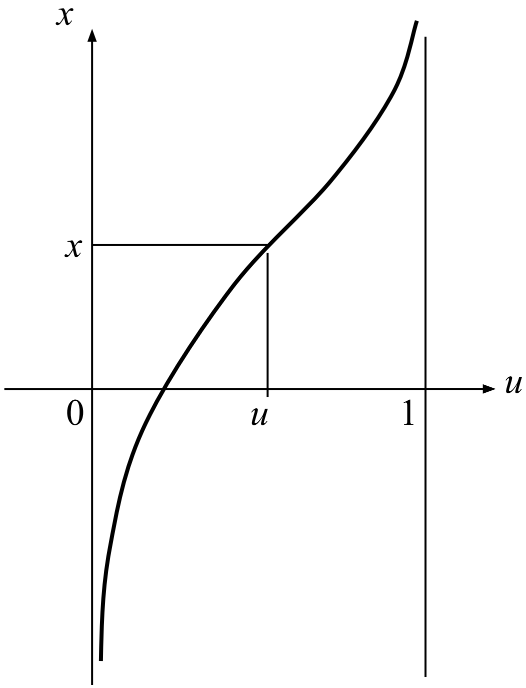
При цифровом моделировании любое воздействие представляется в виде последовательности отсчетов, следующих через интервал дискретизации $T_д$. От выбора интервала дискретизации зависит точность моделирования. В соответствии с теоремой Котельникова-Шеннона непрерывный сигнал с ограниченным спектром восстанавливается без ошибки по его дискретным отсчетам, если $T_д \le 1/2\Delta f_{гр}$, где $\Delta f_{гр}$ – граничная частота спектра сигнала.

Требование безошибочного моделирования другое! Отсчеты выходного сигнала РЭС через интервал дискретизации *Тд* в моделируемой непрерывной системе $y(t=nTд)$ и в ее цифровой модели $y[nTд]$ должны быть равными. Требования, при которых эти условия выполняются пока не сформулированы. Но, учитывая, что обработка сигнала в ЦВМ происходит, как правило, при его линейной аппроксимации, следует потребовать, чтобы отличие непрерывного сигнала от его кусочно-линейной аппроксимации было незначительным. Поэтому при моделировании интервал дискретизации берется примерно на порядок меньше, чем по Котельникову.

Случайные воздействия формируются с использованием генераторов независимых случайных чисел с различными законами распределения, имеющихся практически во всех ППП. При необходимости сформировать случайные числа с законами распределения, отсутствующими в ППП, можно воспользоваться методом нелинейного преобразования или методом отбора. В обоих методах используются датчики случайных чисел с равномерным законом распределения в интервале [0,1).

Наиболее известным методом нелинейного преобразования является метод обратной функции распределения

Метод обратной функции распределения



Предположим, что случайная величина X формируется из равномерно распределенной случайной величины U функцией $x=f(u)$.

Из функциональной связи случайных величин следует, что вероятности того, что случайная величина U меньше значения u, а случайная величина X меньше значения x, одинаковы. Другими словами, их функции распределения равны:

$$F_u(u) = F_x(x).$$

Плотность вероятности

$$f_u(u) = \begin{cases} 0, & u < 0, \\ 1, & 0 \le u < 1, \\ 0, & u \ge 1, \end{cases}$$

Функция распределения $$F_u(u) = \int_{-\infty}^{u} f_u(u)du = \int_{0}^{u} du = u.$$

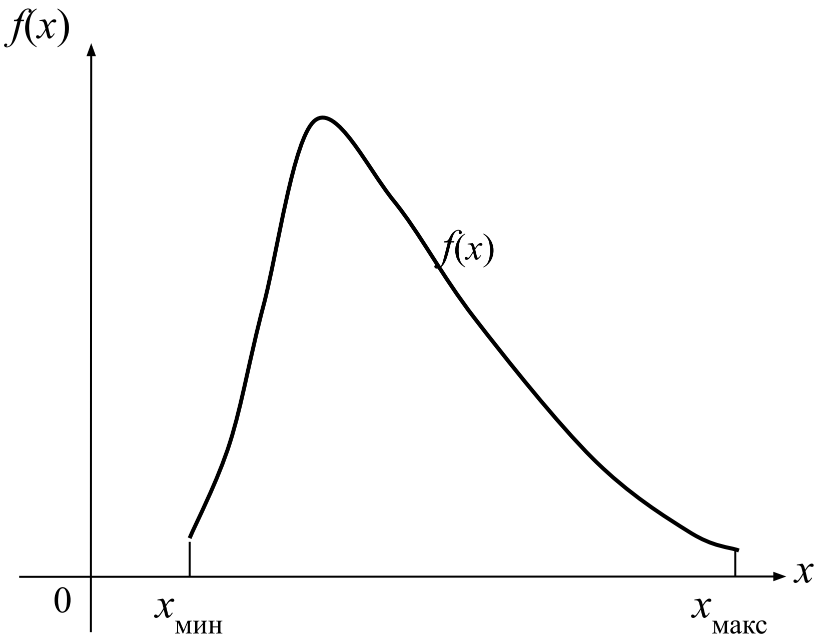
Таким образом, в интервале $0 \le u < 1$ $u = F_x(x)$

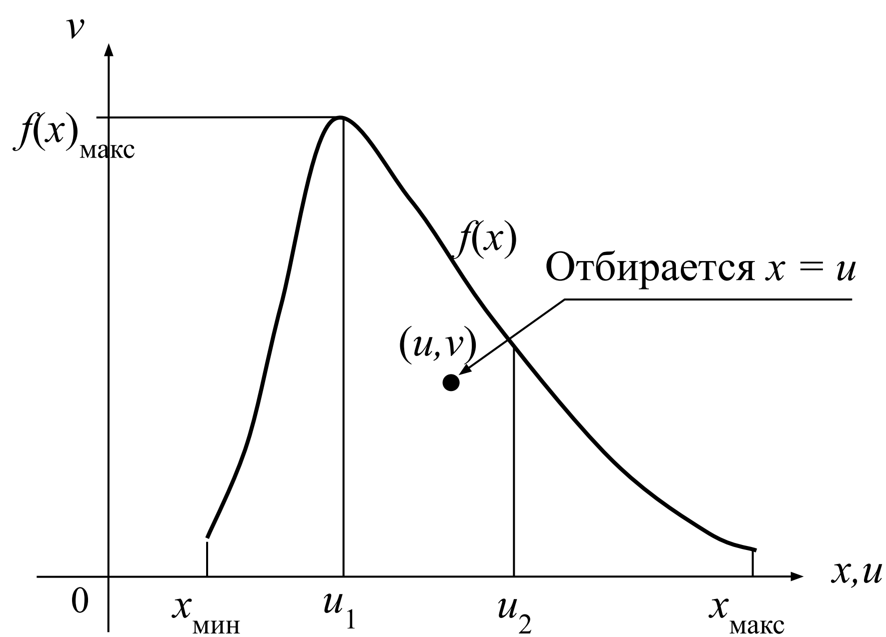
и искомая функциональная связь $x = F_x^{-1}(u).$

Недостаток метода: обратную функцию распределения в аналитической форме можно найти лишь для ограниченного вида распределений.

Метод отбора

Требуется сгенерировать случайную величину *X* с законом распределения, заданным плотностью вероятности $f(x)$ в интервале ($x_{мин}$, $x_{макс}$). Она получается отбором из равномерно распределенных случайных чисел *U* тех значений, которые соответствуют требуемому закону распределения.





Для отбора генерируется еще одна случайная величина *V,* равномерно распределенная в интервале $[0, f(x)_{макс})$. Если точка отображающая пару значений (u, v) лежит ниже $f(x)$, то значение *u* отбирается и принимается за значение *x.* Если выше $f(x)$, то отвергается. Так, значение u_1 будет приниматься всегда, а значение u_2 в среднем наполовину.

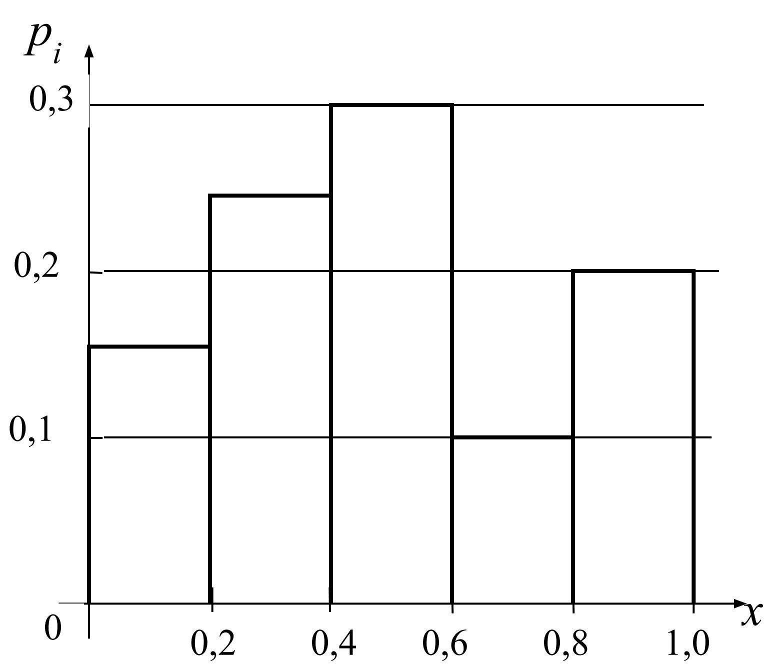
Алгоритм отбора следующий.

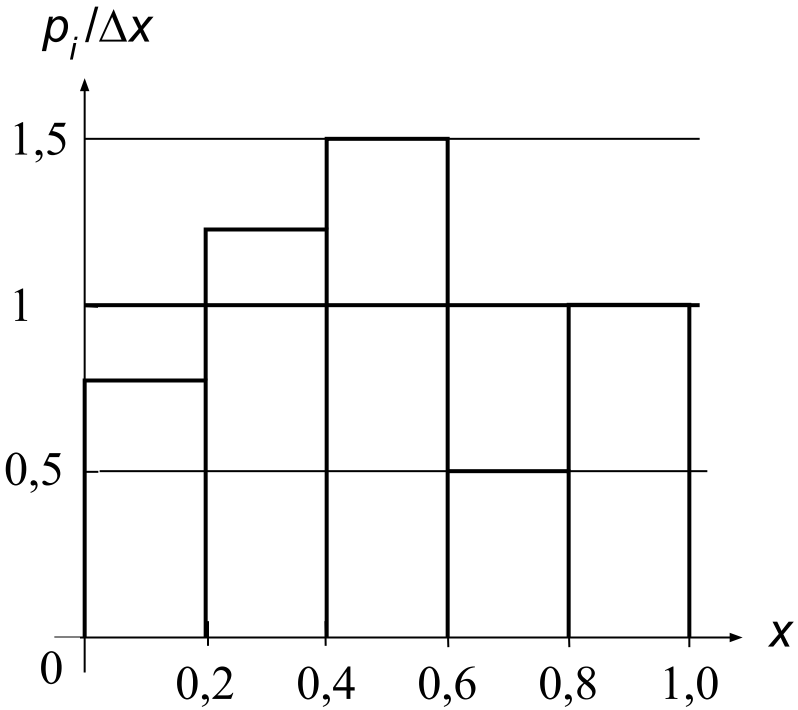
1. Стандартным датчиком генерируется случайное число *W*, равномерно распределенное в интервале [0,1).
2. Линейным преобразованием $u=x_{мин} – (x_{макс} – x_{мин})w$ образуется значение случайного числа *U.*
3. Стандартным датчиком генерируется случайное число *W*, равномерно распределенное в интервале [0,1).
4. Линейным преобразованием $v=f(x)_{макс}w$ образуется значение случайного числа *V.*
5. Если v меньше $f(u)$, то u отбирается; если v больше $f(u)$, то u отвергается.

Отбор продолжается, пока не сформируется массив X нужной длины.

Экспериментальная оценка закона распределения

Оценка закона распределения производится по гистограмме распределения. Проводится N испытаний, в результате которых получаются N значений случайной величины X, расположенных между минимальным $x_{мин}$ и максимальным $x_{макс}$ значениями. Весь диапазон значений ($x_{макс} – x_{мин}$) делится на k интервалов, которые называют разрядами, и подсчитывается число значений случайной величины n_i, попадающих в i-ый разряд. Тогда частота попадания в i-ый разряд $p_i = n_i/N$. Длина разряда $\Delta x = (x_{макс} – x_{мин})/k$. Гистограмма распределения – это столбиковая диаграмма, показывающая частоту попадания случайной величины в заданный разряд.

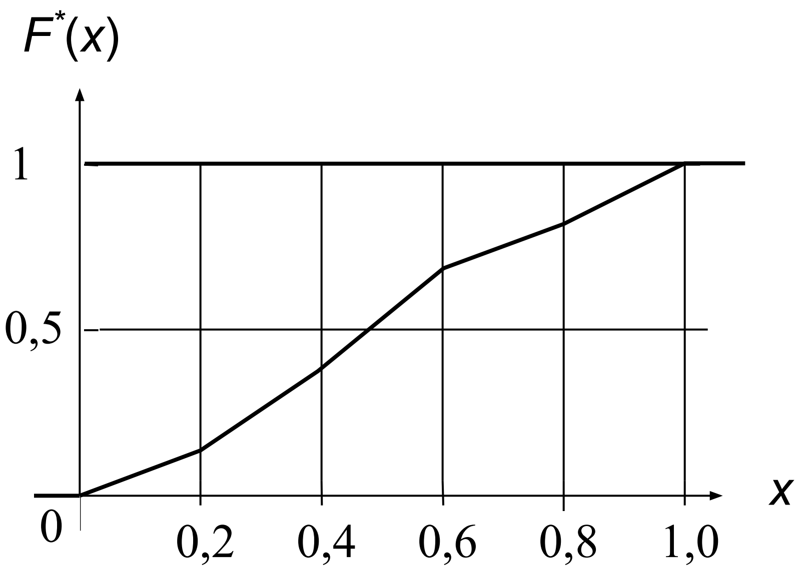




По гистограмме распределения можно оценить плотность вероятности и функцию распределения. Перерисуем гистограмму, отложив по вертикальной оси отношение $p_i/\Delta x$. Длительность разряда $\Delta x = 0{,}2$.

Отношение $p_i/\Delta x$ является оценкой плотности вероятности $f^*(x) = p_i/\Delta x$, стремящейся к $f(x)$:

$$f(x) = \lim_{N\to\infty, \Delta_x\to 0}\left(\frac{p_i}{\Delta_x}\right).$$



Оценка функции распределения находится как интеграл от оценки плотности вероятности:

$$F^*(x) = \int_0^x f^*(x)dx.$$

Она имеет вид линейно-ломаной линии, начинающейся с 0 при $x = 0$ и принимающей значения $\sum_{i=1}^{k} p_i$ на правой границе k-го разряда

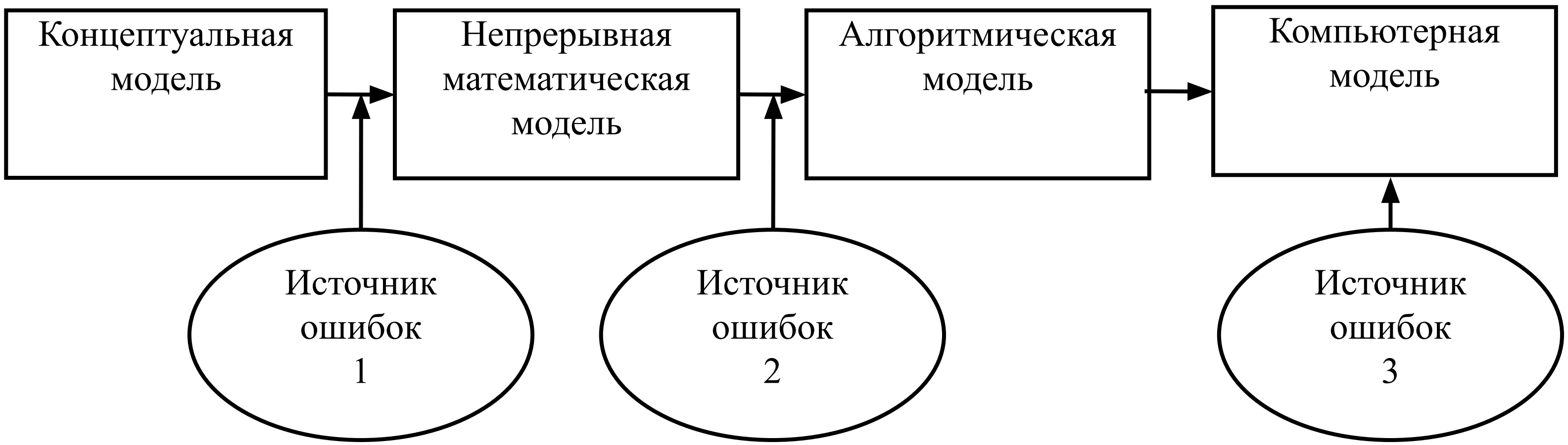
Компьютерная модель РЭС

Компьютерная модель РЭС - это программный продукт, позволяющий провести исследование РЭС проведением вычислительного эксперимента. Компьютерная модель состоит из 1) ***прикладной программы*** РЭС, составленной на основе математической модели, и 2) ***обслуживающих программ***, обеспечивающих выполнение прикладной программы и представление результатов моделирования в удобной для пользователя форме.

Компьютерные модели делят на два вида: аналитические и имитационные. *Аналитическая* модель описывается математическим выражением, позволяющим сразу найти искомые переменные. *Имитационная* модель описывается совокупностью математических выражений, выполняющихся последовательно в том же порядке, в каком происходит обработка процессов в моделируемой системе.

Один из главных вопросов вычислительного эксперимента, проводимого на имитационной модели, – насколько его результаты адекватны результатам натурного эксперимента, другими словами, насколько результаты моделирования близки к результатам макетирования. Для компьютерной модели этот вопрос можно сформулировать так: насколько точно модель описывает систему.

Рассмотрим источники ошибок, возникающих при формировании компьютерной имитационной модели, использующей *D*-схему.



Источник ошибок 1 – это неточная математическая модель компонентов схемы и неконтролируемые факторы, приводящие к появлению помех.

Источник ошибок 2 связан с переходом от непрерывного времени к дискретному, от дифференциальных уравнений к разностным. Появляются ошибки дискретизации.

Источник ошибок 3 связан с переходом от дискретного сигнала к цифровому. Это ошибки квантования по уровню и ошибки округления при вычислениях.

РЭС, модель которых строится по F-схеме, работают с сигналами, принимающими только два уровня, условно «0» и «1»,. К таким РЭС относятся, например, генераторы прямоугольных импульсов и импульсных последовательностей. Концептуальная модель должна дать полное описание генерируемой последовательности. Математическая модель представляет собой совокупность логических уравнений. Возмущающих воздействий нет.

Переход от математической модели, построенной по F-схеме, к компьютерной модели не требует никаких дополнительных преобразований сигнала и не вносит никаких ошибок. Источник ошибок – неучтенные задержки в каналах обработки сигналов.