

Графы

Пример



СХЕМА ЛИНИЙ КИЕВСКОГО МЕТРОПОЛИТЕНА

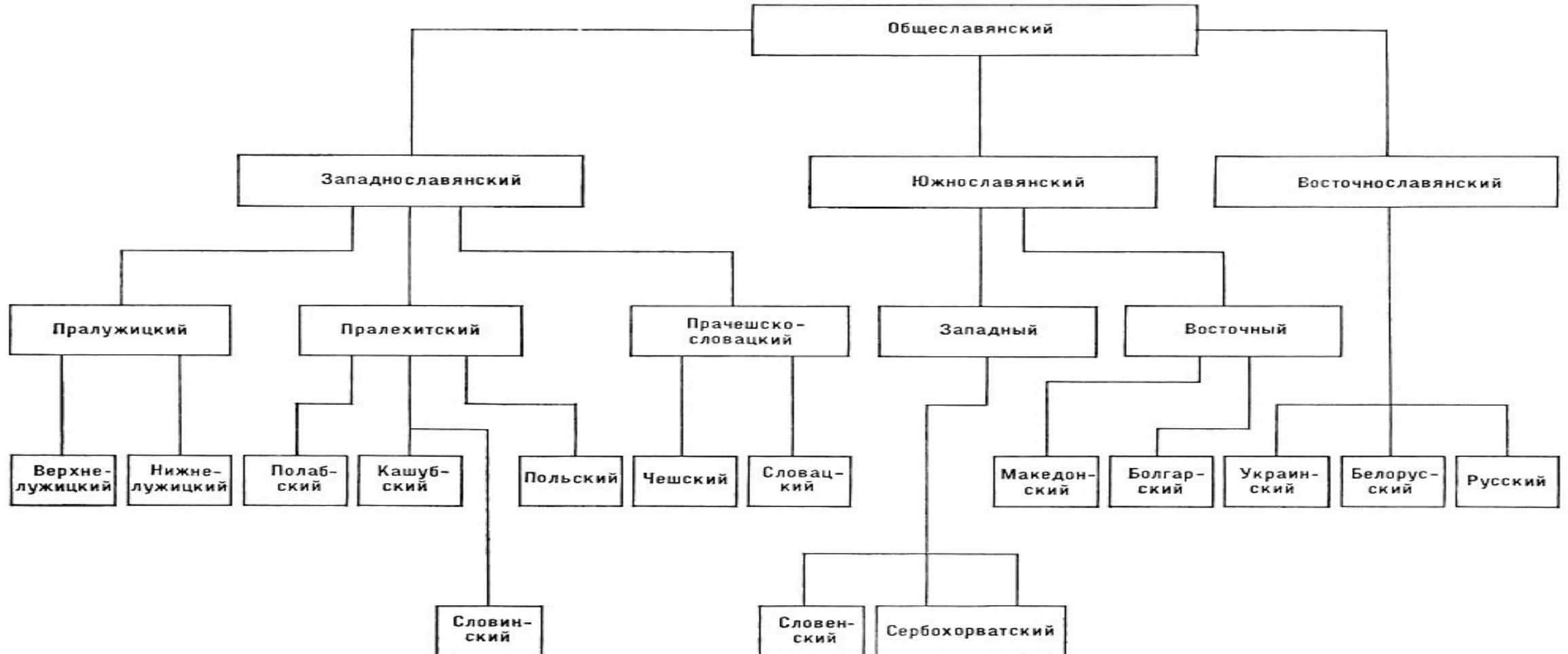


Пример:

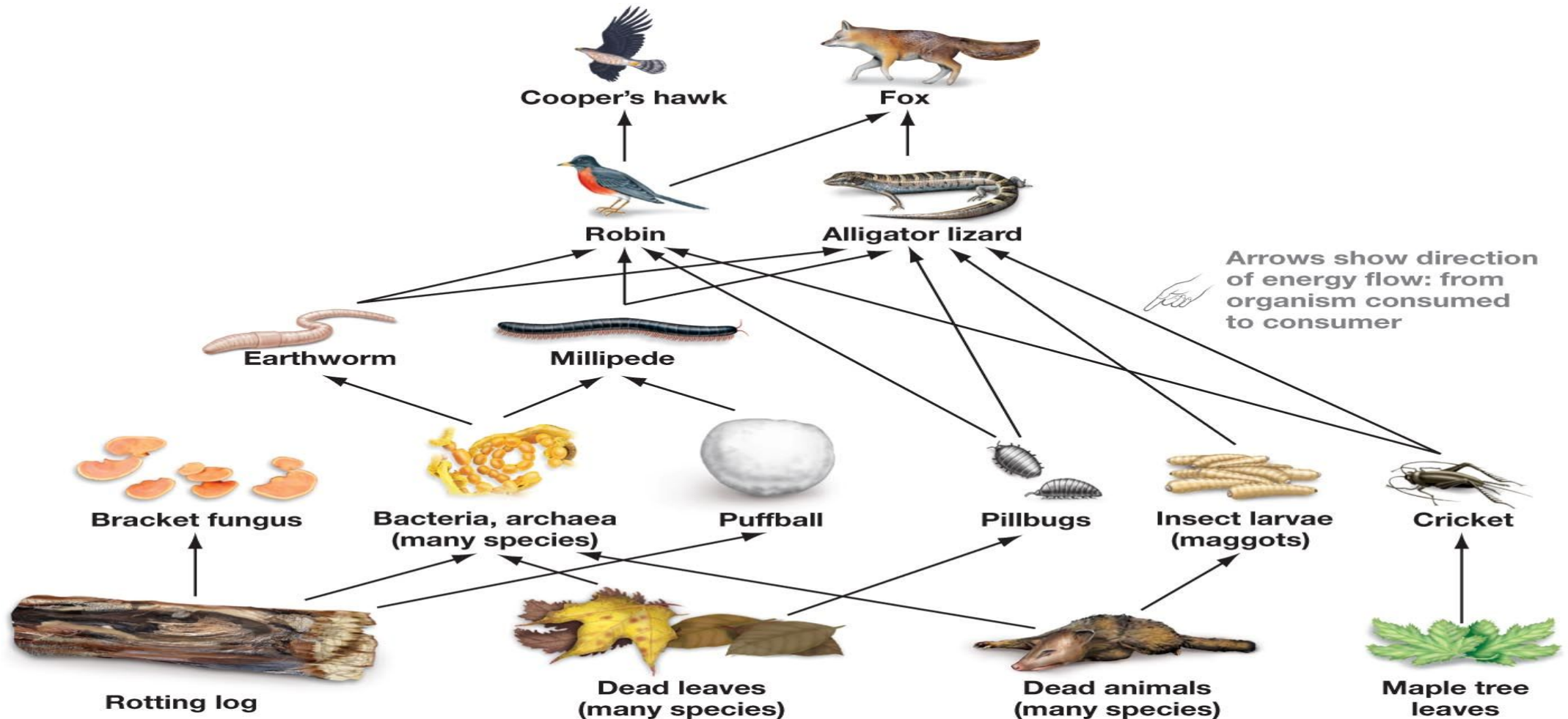
Можно описывать сеть дорог как набор перекрёстков, некоторые из которых соединены участками дорог.



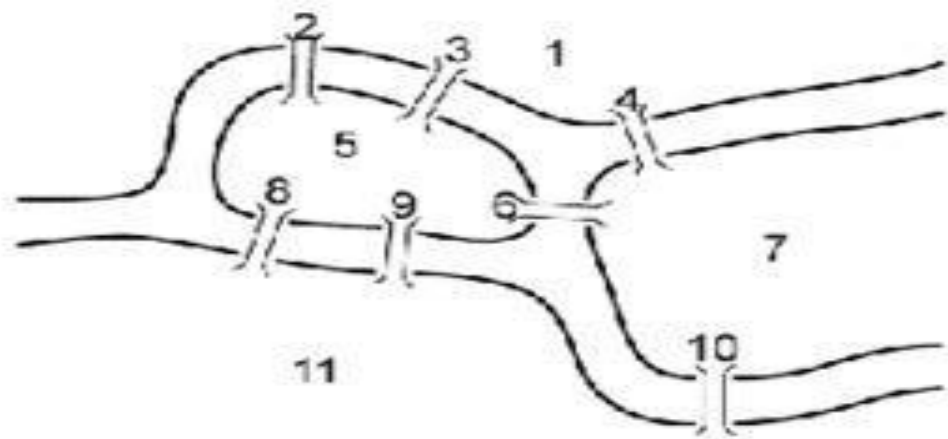
На этой картинке имеется ряд языков, на которых говорили или говорят некоторые народы Европы. Учёные-лингвисты давали на такой схеме общего предка нескольким языкам, если они считали, что эти несколько языков родственны, т.е. когда-то в прошлом были одним языком, а потом накопили достаточно различий и стали отдельными языками.



В графе цепи питания биологические виды являются вершинами, и направленное ребро проведено от одного вида к другому тогда, когда первый вид является пищей для второго.



Задача о мостах

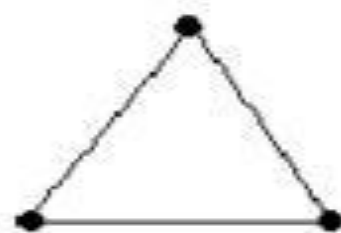


В 1736 году задача о семи мостах заинтересовала выдающегося математика, члена Петербургской академии наук **Леонарда Эйлера**, о чём он написал в письме итальянскому математику и инженеру Мариони от 13 марта 1736 года. В этом письме Эйлер пишет о том, что он смог найти правило, пользуясь которым легко определить, *можно ли пройти по всем мостам, не проходя дважды ни по одному из них* (в случае семи мостов

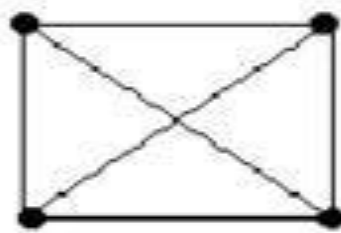
Рисунок одним росчерком

Граф, который можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги, называется эйлеровым. Решая задачу о кенигсбергских мостах, Эйлер сформулировал свойства графа: Невозможно начертить граф с нечетным числом нечетных вершин.

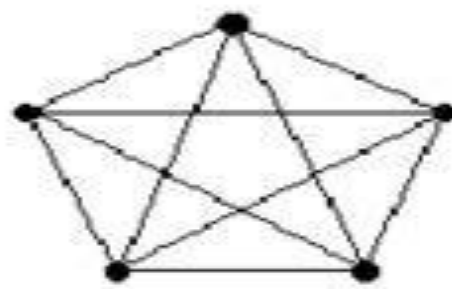
Если все вершины графа четные, то можно не отрывая карандаш от бумаги («одним росчерком»), проводя по каждому ребру только один раз, начертить этот граф. Движение можно начать с любой вершины и закончить его в той же вершине.



$n = 3$

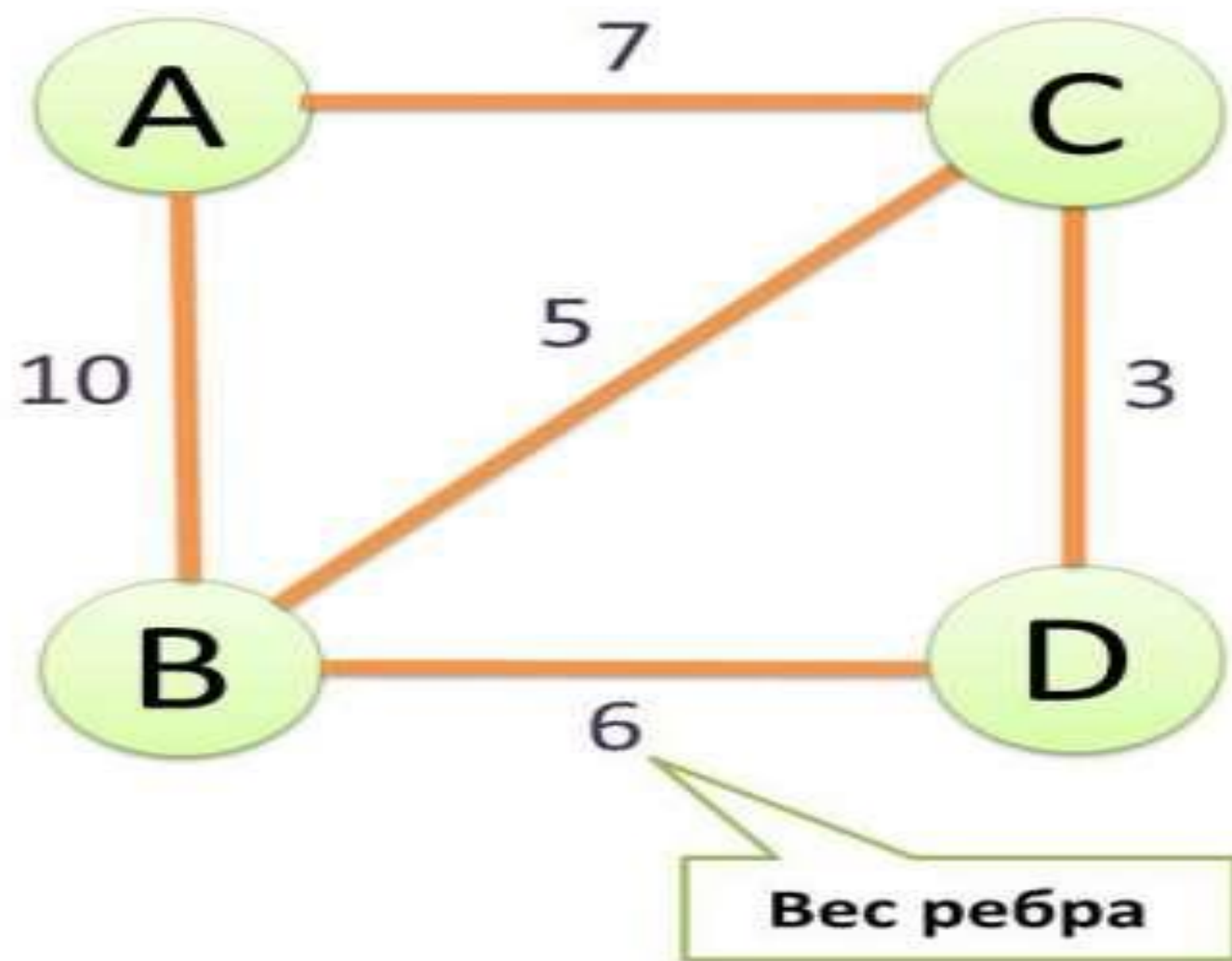


$n = 4$



$n = 5$

Взвешенный граф



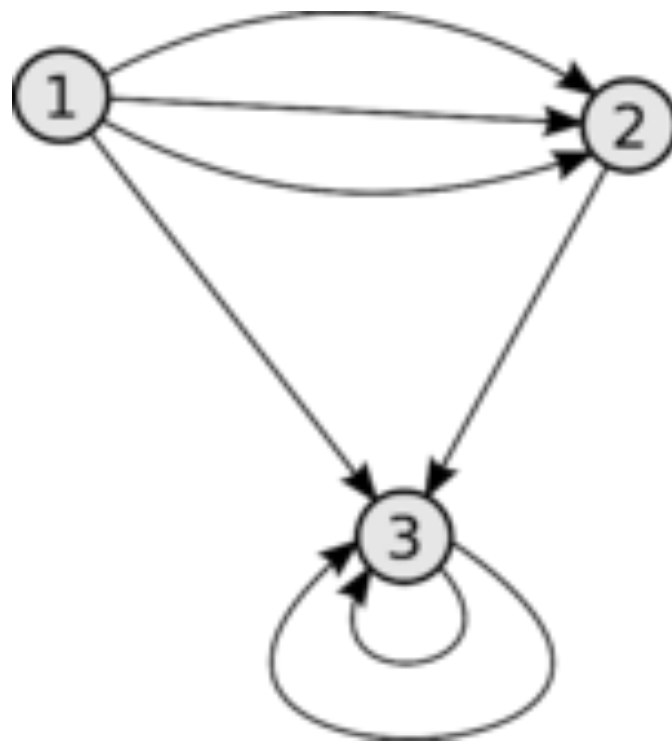
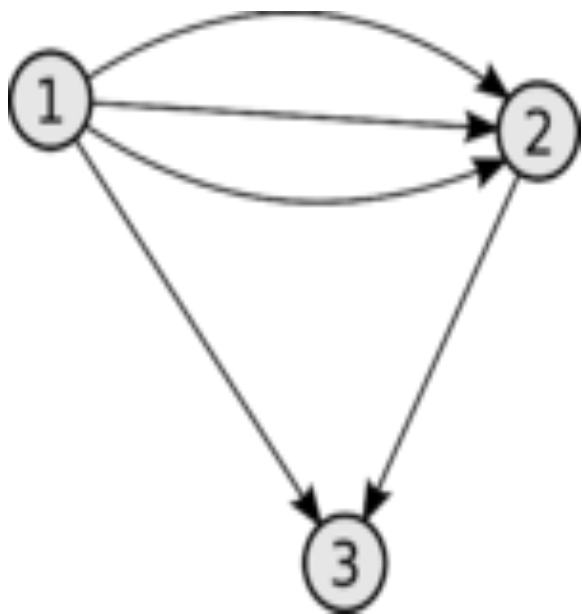
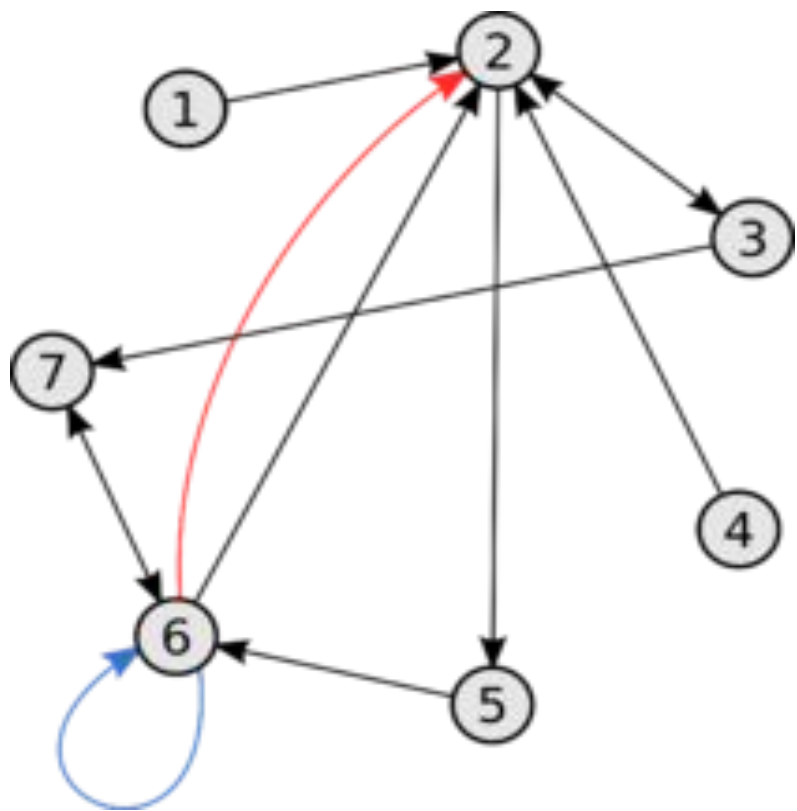
	A	B	C
A		10	7
B	10		5
C	7	5	
D	0	6	3

Степень:

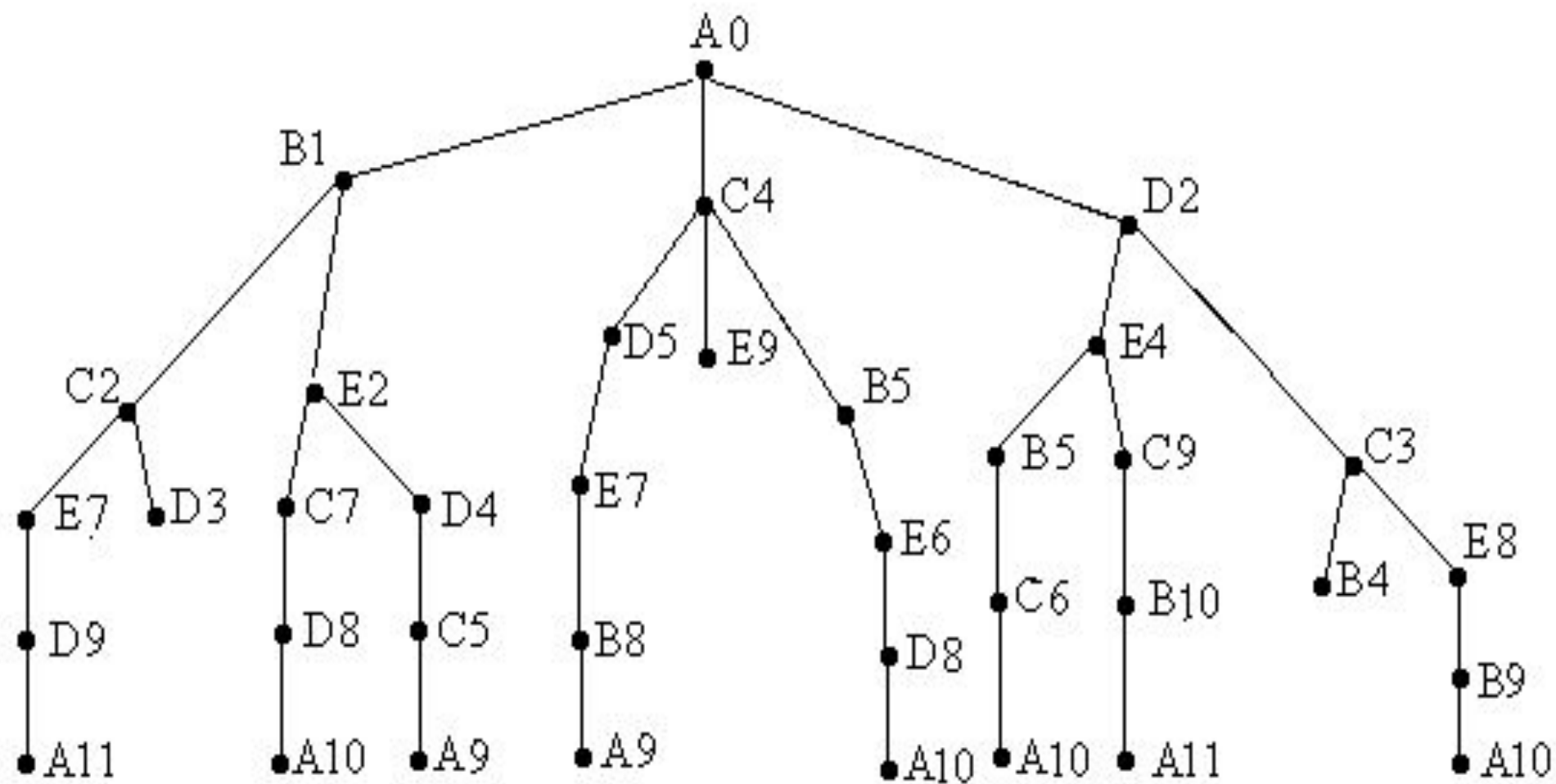
Пример:

Входящие: $\text{deg}^+(V) = 3$; Исходящие: $\text{deg}^-(V) = 3$

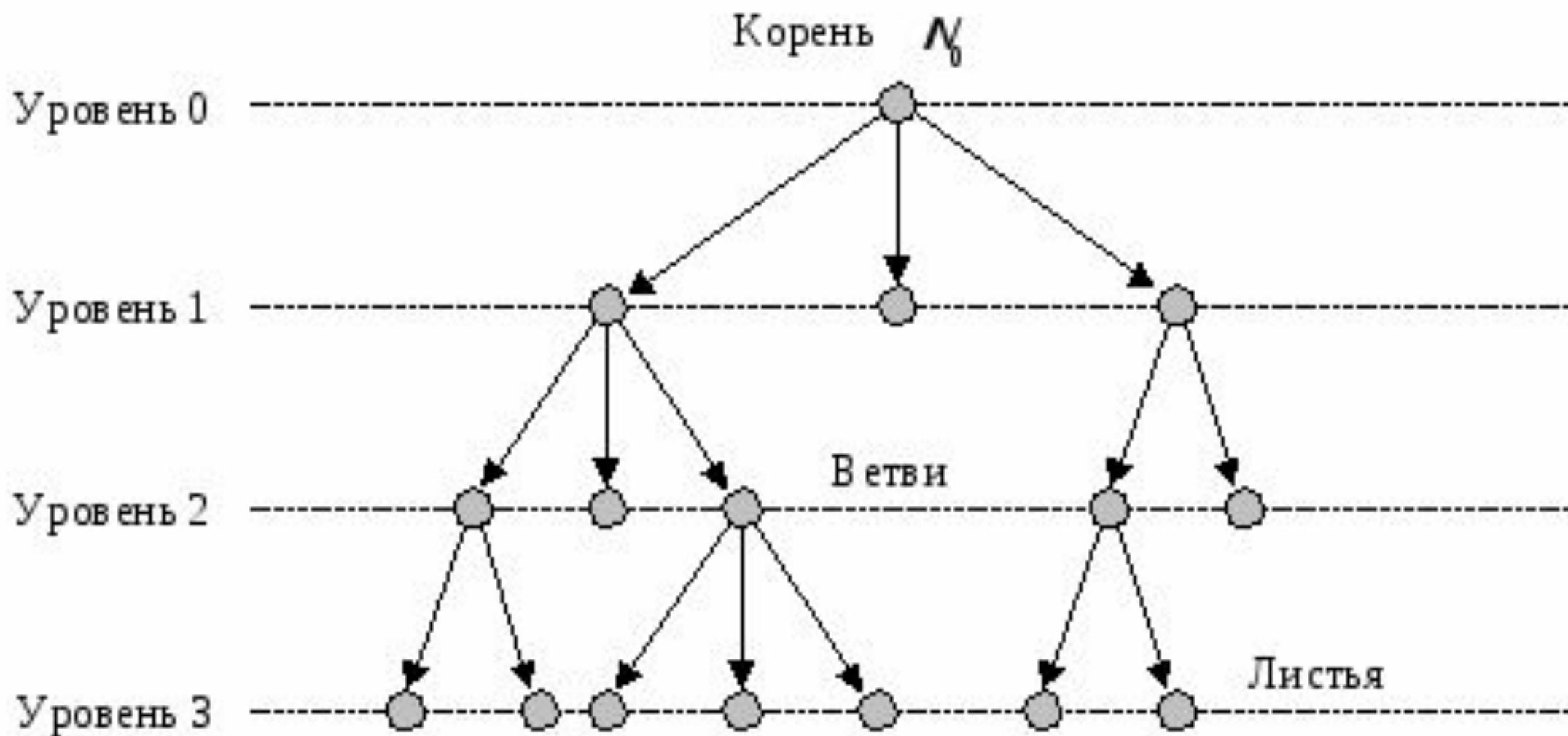
Степень петли : $\text{deg}(V) = 2$ –**всегда!!!**



Дерево

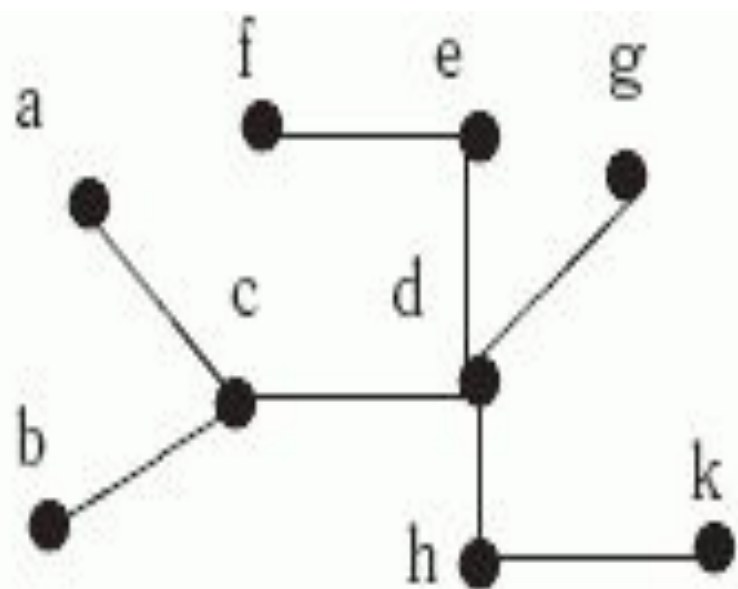


Дерево

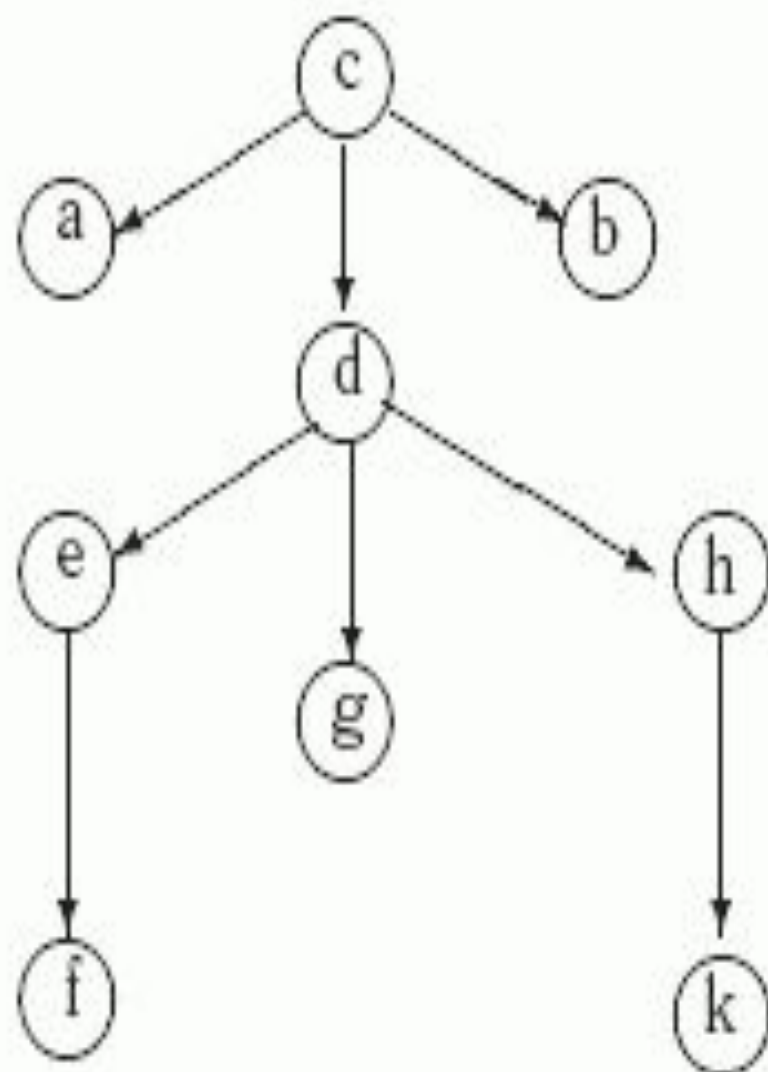


Пример Дерево для университета





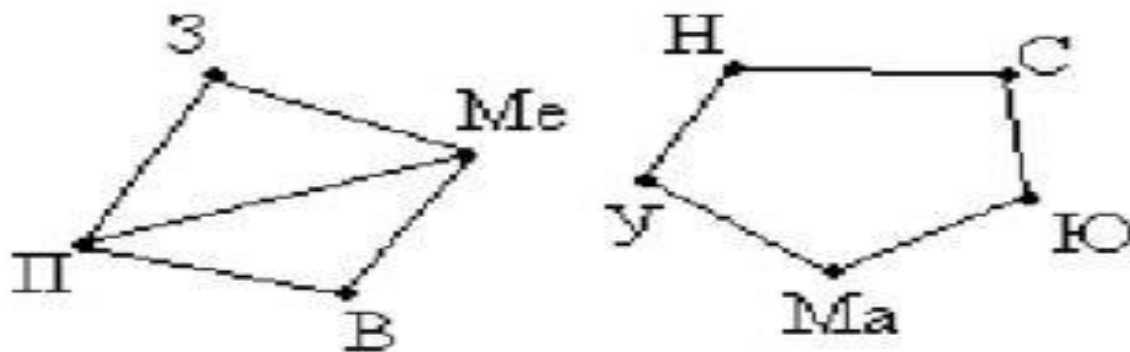
Неориентированное дерево G_1



Ориентированное дерево G_2

Задачи

№2 Между девятью планетами солнечной системы установлено космическое сообщение. Рейсовые ракеты летают по следующим маршрутам: Земля - Меркурий; Плутон - Венера; Земля - Плутон; Плутон - Меркурий; Меркурий - Венера; Уран - Нептун; Нептун - Сатурн; Сатурн - Юпитер; Юпитер - Марс и Марс - Уран. Можно ли долететь на рейсовых ракетах с Земли до Марса ?



Решение: Нарисуем схему условия: планеты изобразим точками, а маршруты ракет – линиями. Теперь сразу видно, что долететь с Земли до Марса нельзя.

Задача

- **№ 3** В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими ?
- **Решение:** Допустим, что такое соединение телефонов возможно. Тогда представим себе граф, в котором вершины обозначают телефоны, а ребра – провода, их соединяющие. Подсчитаем, сколько всего получится проводов. К каждому телефону подключено ровно 5 проводов, т.е. степень каждой вершины нашего графа – 5. Чтобы найти число проводов, надо просуммировать степени всех вершин графа и полученный результат разделить на 2 (т.к. каждый провод имеет два конца, то при суммировании степеней каждый провод будет взят 2 раза). Но тогда количество проводов получится разным. Но это число не целое. Значит наше предположение о том, что можно соединить каждый телефон ровно с пятью другими, оказалось неверным.
- **Ответ.** Соединить телефоны таким образом невозможно.

Задача 3.

У Наташи есть 2 конверта: обычный и авиа, и 3 марки: прямоугольная, квадратная и треугольная. Сколькими способами Наташа может выбрать конверт и марку, чтобы отправить письмо?

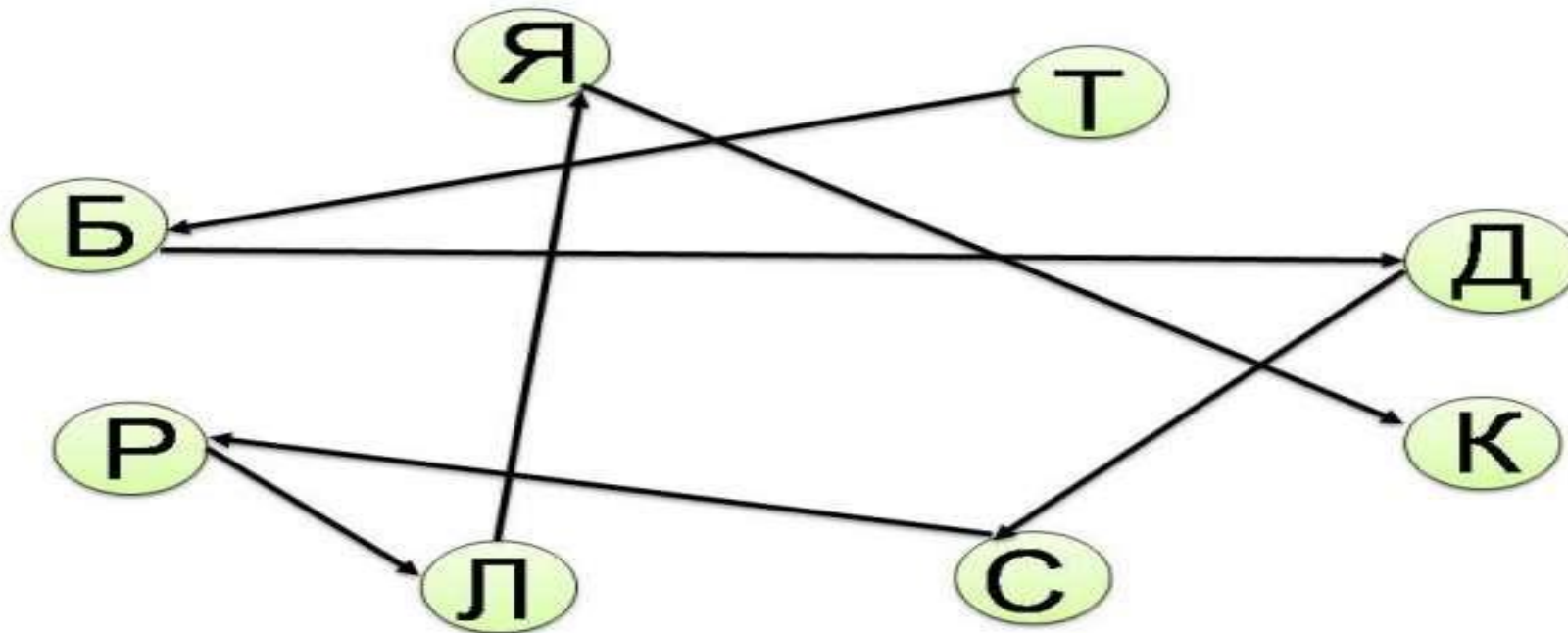
Решение:



Задача 2.

На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.

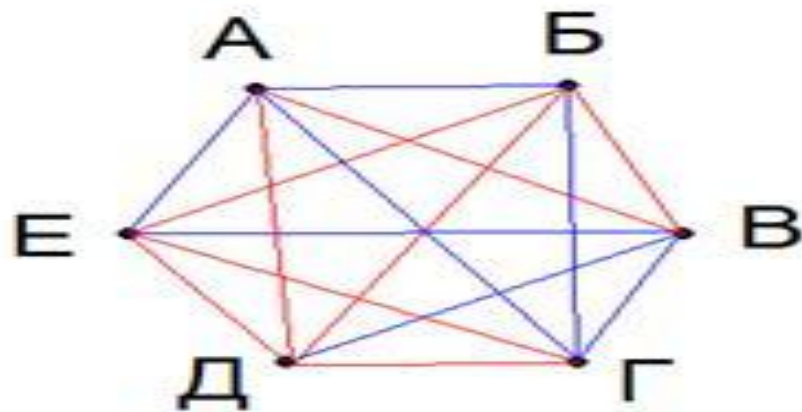
Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони.



В первенстве класса по настольному теннису 6 участников: Андрей, Борис Виктор, Галина, Дмитрий и Елена. Первенство проводят по круговой системе – каждый из участников играет с каждым из остальных один раз. К настоящему моменту некоторые игры уже проведены: Андрей сыграл с Борисом, Галиной, Еленой; Борис – с Андреем, Галиной; Виктор – с Галиной, Дмитрием, Еленой; Галина – с Андреем, Виктором и Борисом. Сколько игр проведено к настоящему моменту и сколько еще осталось?[12]

Решение:

Построим граф. Сыгранные игры отметим синими линиями, красными дополним до полного графа. Получим, что сыграно 7 игр, а осталось – 8. Можно проверить: в графе 6 вершин тогда всего ребер $6 \cdot 5 / 2 = 15$ (7+8).



**Деревья обладают рядом
особых свойств.**

**Например, в дереве между любыми
двумя вершинами существует
единственный простой путь**

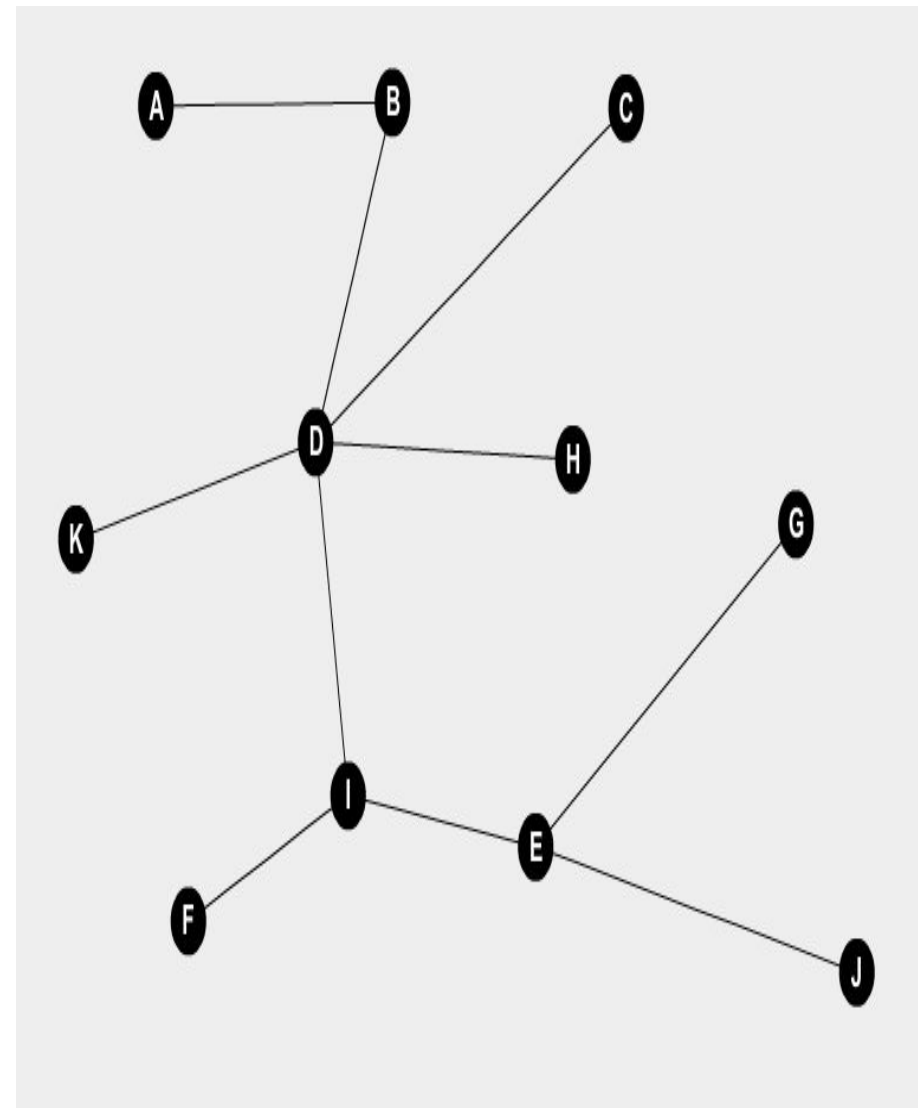
**V - количество вершин (от англ. vertex
«вершина»),**

**E — количество рёбер (от англ. edge
«ребро»**

Например:

Например, у дерева на рисунке :

**V = 11, E = 10. Мы видим, что для графа
на рисунке $E = V - 1$.**



Задача 1.

- Перечислите все возможные варианты обедов из трех блюд (одного первого, одного второго и одного третьего блюда), если в меню столовой имеются два первых блюда: щи и борщ; три вторых блюда: рыба, гуляш и плов; два третьих блюда: компот и чай.

Задача 2

Сколько различных обедов П.И. Чичиков мог насчитать из блюд, выставленных на столе у П.П. Петуха, если бы на каждый обед выбирать только одно холодное блюдо, одно первое блюдо и одно второе блюдо? На столе у П.П. Петуха на этот раз были выставлены из холодных блюд студень с хреном, свежая икра, свежее просоленная белужина; на первое - уха из стерлядей, щи с грибами; на второе - осетрина жареная, теленок, жаренный на вертеле.

Задача 3

Поступающий на физмат должен сдать три вступительных экзамена по десятибалльной системе. Сколькими способами он может сдать экзамены, чтобы быть принятым в университет, если проходной балл в тот год составил 28 баллов?