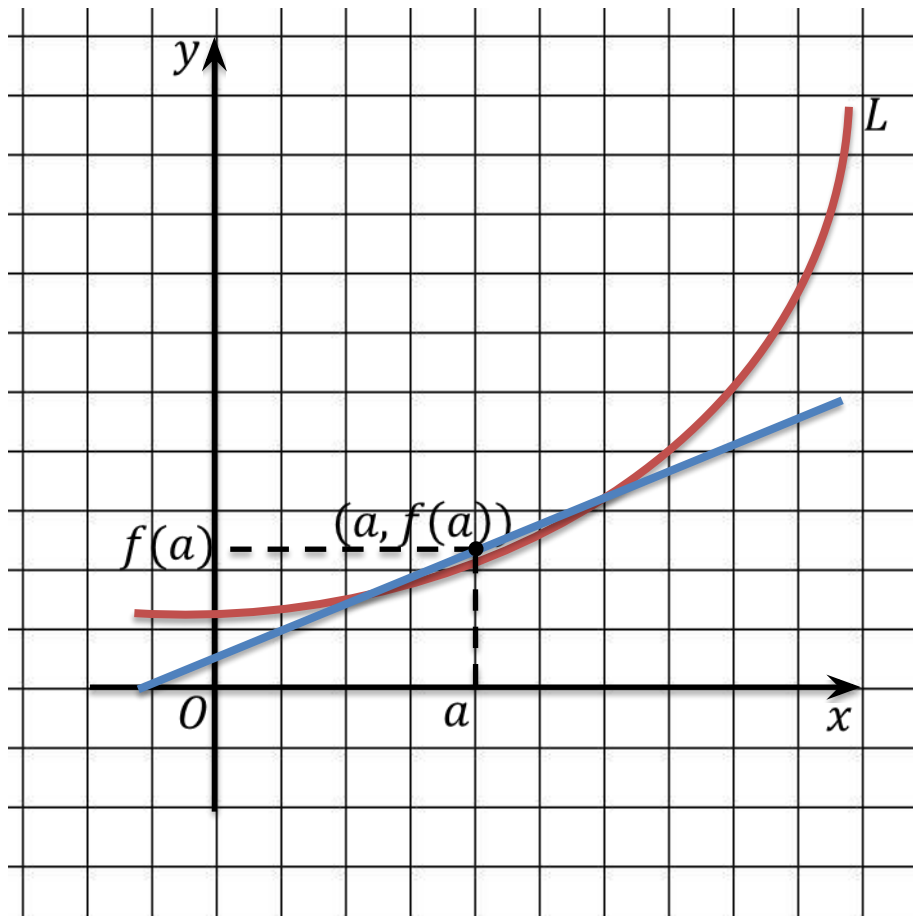


Уравнение касательной к графику функции



$$y = f(x)$$

Составить уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$.

Если в некоторой точке к графику функции можно провести касательную, то в этой точке функция дифференцируема и $f'(a)$ существует. Если же касательная не параллельна оси OY , то $f'(a)$ не существует.

Если же касательная существует, то $f'(a)$ выражает угловой коэффициент касательной:

$$k = f'(a)$$

$$y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$$

Пример:

К графику функции $y = x^2$ провести касательную в точке $a = 1$.

Решение:

$$y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$$

$$a = 1$$

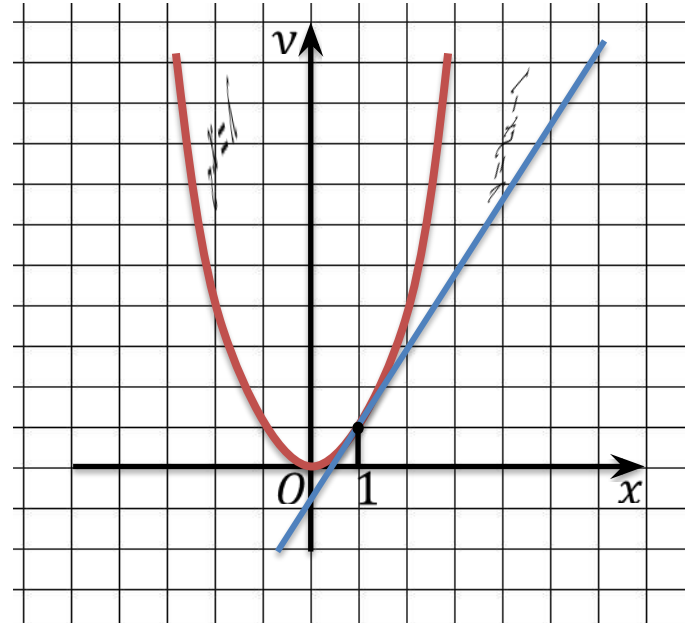
$$f(a) = a^2 = 1^2 = 1$$

$$f'(x) = (x^2)' = 2x$$

$$f'(a) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$y = 1 + 2(x - 1)$$

$$y = 1 + 2x - 2 \Leftrightarrow y = 2x - 1$$



Пример:

К графику функции $y = \sin x$ провести касательную в точке $a = 0$.

Решение:

$$y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$$

$$a = 0$$

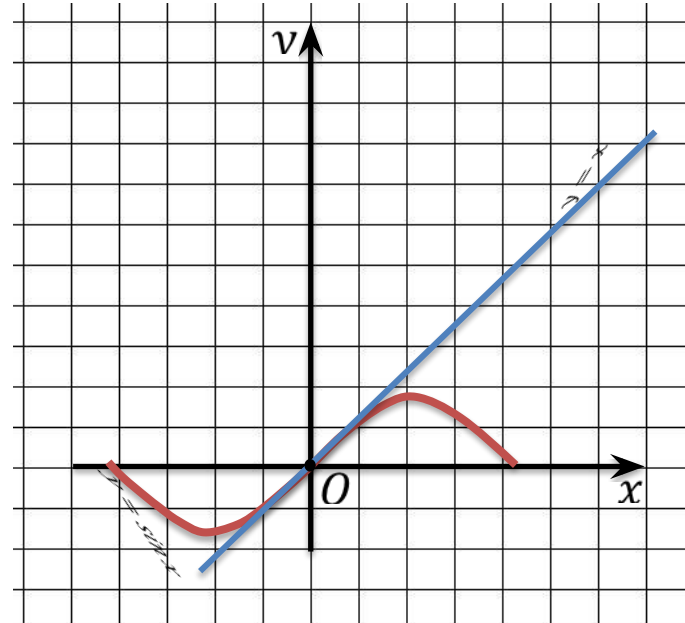
$$f(a) = \sin a = \sin 0 = 0$$

$$f'(x) = (\sin x)' = \cos x$$

$$f'(a) = \cos 0 = 1$$

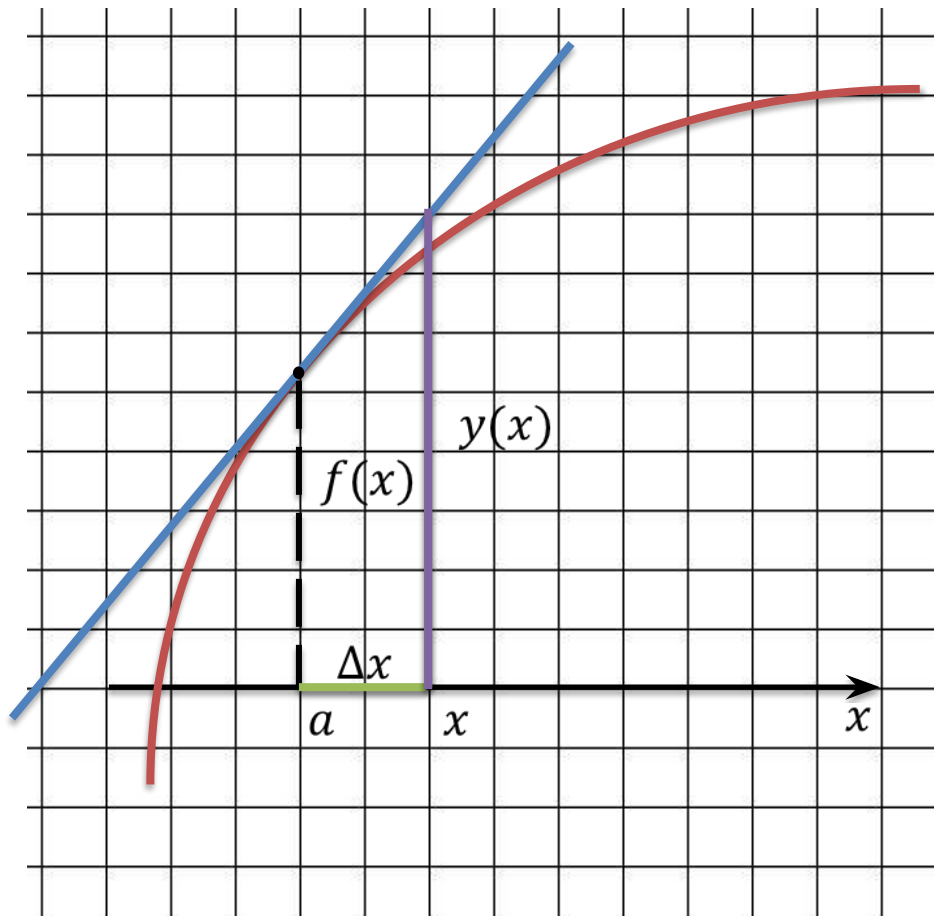
$$y = 0 + 1(x - 0)$$

$$y = x$$



Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$:

1. Обозначить абсциссу точки касания буквой a .
2. Вычислить $f(a)$.
3. Найти $f'(x)$ и вычислить $f'(a)$.
4. Подставить найденные числа $a, f(a), f'(a)$ в общее уравнение касательной $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$.



$$y = f(x)$$

$$y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$$

$$f(x) \approx y(x)$$

$$y = f(a) + f'(a) \cdot \Delta x$$

Пример:

Вычислить приближенно $\sqrt{4,08}$.

Решение:

$$y = f(a) + f'(a) \cdot \Delta x$$

$$a = 4 \quad y = \sqrt{x}$$

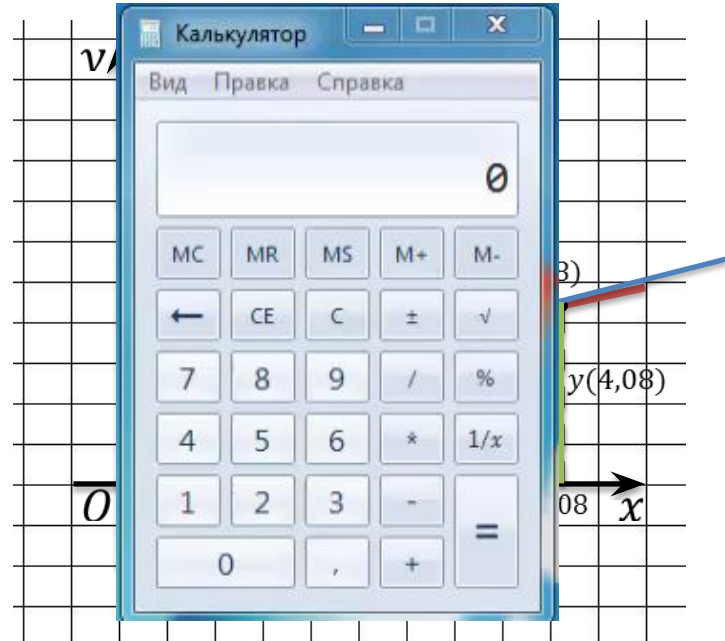
$$f(a) = 2$$

$$\Delta x = 4,08 - 4 = 0,08$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = 0,25$$

$$y = \sqrt{4,08} = 2 + 0,25 \cdot 0,08 = 2,02$$

Ответ: $\sqrt{4,08} \approx 2,02$



Пример:

Вычислить приближенное значение выражения $\frac{1}{0,997^{30}}$.

Решение:

$$\frac{1}{0,997^{30}} = 0,997^{-30}$$

$$y = f(a) + f'(a) \cdot \Delta x$$

$$y = x^{-30}$$

$$a = 1 \Rightarrow f(1) = 1^{-30} = 1, \Delta x = 0,997 - 1 = -0,003$$

$$f'(x) = -30x^{-31} \Rightarrow f'(1) = -30 \cdot 1^{-31} = -30$$

$$y = 1 - 30 \cdot (-0,003) = 1,09$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{0,997^{30}} \approx 1,09$$

