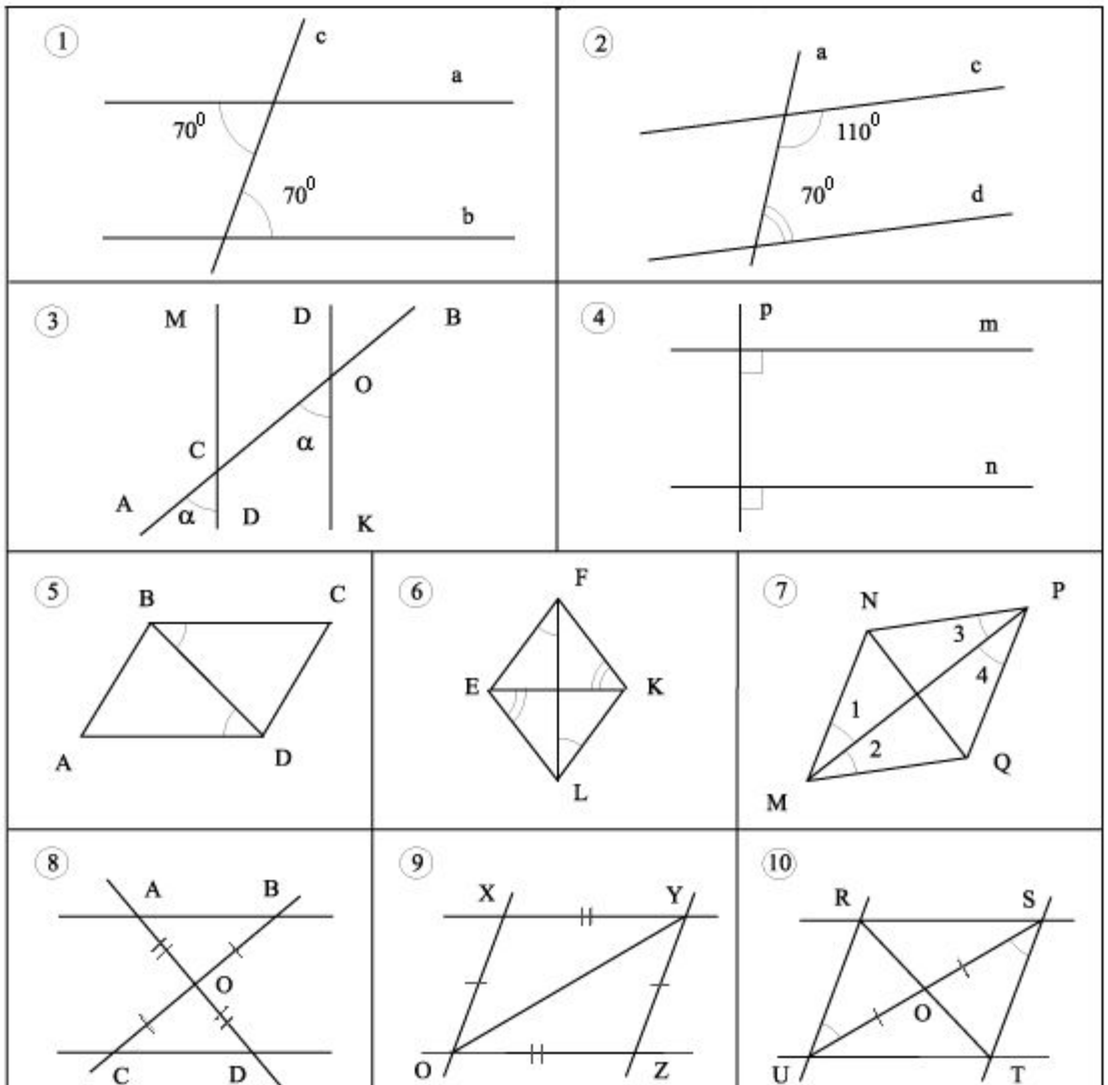
Решение устных задач по готовым чертежам



Проблема

- Через точку , не лежащую на данной прямой, можно ли провести параллельную прямую?
- Сколько параллельных прямых можно провести через данную точку?

Аксиома параллельных прямых

- Через точку , не лежащую на данной прямой, можно провести параллельную прямую, притом только одну.

Сначала формулируются исходные положения - аксиомы

На их основе, путём логических рассуждений доказываются другие утверждения

Такой подход к построению геометрии зародился в глубокой древности и был изложен в сочинении **«Начала»** древнегреческого учёного Евклида

Геометрия, изложенная в «Началах», называется евклидовой геометрией

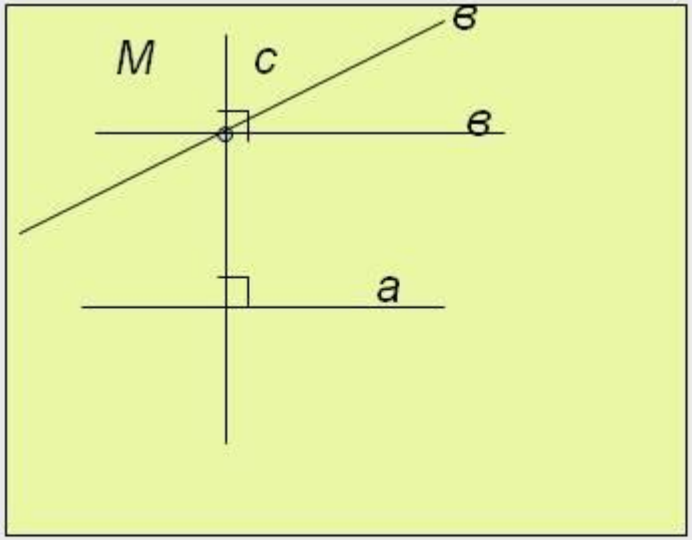
Некоторые из аксиом Евклида (часть из них он называл **постулатами**) и сейчас используются в геометрии

Евклид
(III в. до н.э.)

365 – 300 гг. до н.э.

Слово «аксиома» происходит от греческого «аксиос», что означает «ценный, достойный».

Аксиома параллельных прямых



Докажем, что через точку М можно провести прямую, параллельную прямой *а*.

Доказательство:

$a \perp c$	$\Rightarrow a \parallel в$
$в \perp c$	

Можно ли через т.М провести еще одну прямую , параллельную прямой *а* ?

Нам представляется, что через т.М нельзя провести прямую (отличную от прямой *в*), параллельную прямой *а*.

Можно ли это утверждение доказать?

Ответ на этот непростой вопрос дал великий русский математик

Н. И. Лобачевский (1792—1856)

- Источник, сущность и значение идей Лобачевского сводятся к следующему. В геометрии Евклида имеется аксиома о параллельных, утверждающая: «через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более чем одну прямую, параллельную данной». Многие геометры пытались доказать эту аксиому, исходя из других основных посылок *геометрии*, но безуспешно. Лобачевский пришёл к мысли, что такое доказательство невозможно.
- Утверждение, противоположное аксиоме Евклида, будет: «через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не одну, а по крайней мере две параллельные ей прямые». Это и есть аксиома Лобачевского.
- По мысли Лобачевского, присоединение этого положения к другим основным положениям *геометрии* не должно приводить к противоречию, т. е. все выводы, получаемые на основе такого соединения, будут логически безупречными.

Система этих выводов и образует новую, неевклидову геометрию.

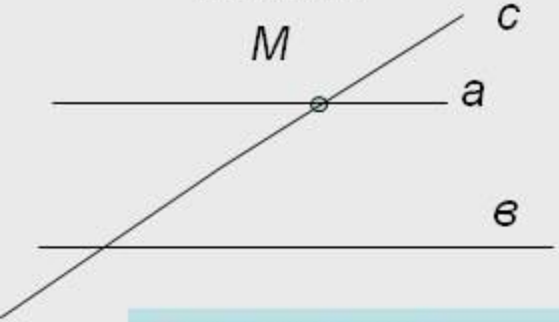
«Напрасное старание со времен Евклида, в продолжение двух тысяч лет, — писал он, — заставило меня подозревать, что в самых понятиях еще не заключается той истины, которую хотели доказывать и в которую поверить, подобно другим физическим законам, могут лишь опыты, каковы, например, астрономические наблюдения».

Доказательство от противного

- Делается предположение, противное данному
- Выясняется, что следует из сделанного предположения на основе известных аксиом, теорем
- Устанавливается противоречие
- Вывод о том, что предположение неверно.

Следствия из аксиомы параллельных прямых

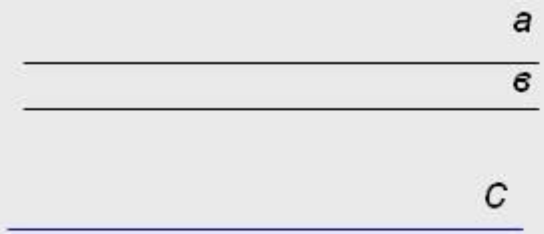
1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.



Доказательство:

1. Предположим, что прямая *с* не пересекает прямую *в*, значит, с||в.
2. Тогда через т.М проходят две прямые *а* и *с* параллельные прямой *в*.
3. Но это противоречит аксиоме параллельных прямых, значит, прямая *с* пересекает прямую *в*.

2.Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



Доказательство:

1. Предположим, что прямая *а* и прямая *в* пересекаются.

2. Тогда через т.М проходят две прямые *а* и *в* параллельные прямой *с*

3 . Но это противоречит аксиоме параллельных прямых.

4. Значит прямые а и *в* параллельны.

Способ рассуждения,, который называется

методом доказательства от противного