Эссе по теме : Диофантовы уравнения
Никонов Максим 10А

Итак, давайте для начала внесем не много истории в наше с вами исследование,
О прожитых годах жизни Диофанта Александрийского можно только предполагать, по написанному стихотворению:

Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей - и камень.
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком.
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая. С подругой он обручился.
С нею, пять лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской, возлюбленный сын его прожил.

Теперь приступим непосредственно к диофантовым уравнениям

Пусть дано уравнение

$$ax+by=c \text{ (a, b не равны 0)}$$

Коэффициенты которого a, b и c – целые числа. Если поставлена задача найти только такие его решения (x_0 ; y_0), где x_0,y_0 – целые числа, то это уравнение называют **линейным диофантовым уравнением**

Например, уравнение **2x+3y=6** – это линейное уравнение диофантово уравнение, далее на конкретных примерах будем рассматривать решение линейных диофантовых уравнений.

Решим линейное диофантово уравнение:

Выразим у через х из уравнения выше

$$y=2-\frac{2x}{3}$$

Из равенства видно, что у будет целым только тогда, когда целое число х делится на 3, те $x=3x_1$, где x_1 – некоторое целое число. Тогда

$$y=2-2x_1.$$

Таким образом, решениями уравнения являются все пары чисел ($3x_1$; $2-2x_1$), где x_1 – любое число

Приведем некоторые частные решения этого уравнения:

При $\mathbf{x_1=0}$ имеем $x=3x_1=0$ и $y=2-2x_1 = 2$, тогда решениями уравнения является пара (0;2).

При $\mathbf{x_1=1}$ имеем $x=3x_1=3$ и $y=2-2x_1 = 0$, тогда решениями уравнения является пара (3;0).

Стоит отметить, что диофантовы уравнения возникают при решении некоторых задач.

Задача 1

У покупателя и продавца есть монеты только 2 р и 5 р. Сможет ли покупатель заплатить за покупку стоимостью 1 р?

Решение

Если покупатель даст х монет по 2 р и у монет по 5 р, то он заплатит (2х+5у)р или 1 р ,

Найдем все пары целых чисел, являющиеся решениями диофантова уравнения .
Выразим х через у из уравнения :

$$X=-2y+\frac{1-y}{2}$$

Из равенства видно, что х будет целым только тогда, когда у будет нечетным числом.

У=2к+1, где к – целое число, тогда х=-5к-2

Таким образом, решениями уравнения являются все пары чисел (-5к-2;2к+!), где к – целое число.

ПОТОМ ДОДЕЛАЮ КАРОЧЕ, НЕ КРИТИЧНО

Заключение:

В заключительной части своей работы мне особенно хотелось подчеркнуть, что изучив специальную литературу, посвященную диофантовым уравнениям, я расширил свои математические навыки и получил дополнительные знания о самом Диофанте, также о влиянии его научных трудов на дальнейшее развитие научной математической мысли. Именно благодаря методам Диофанта были разгаданы методы самого Архимеда. Методы Диофанта растягиваются еще на несколько сотен лет, переплетаясь с развитием теории алгебраических функций и алгебраической геометрии. Развитие идей Диофанта можно проследить вплоть до работ Анри Пуанкаре и Андре Вейля. Именно Диофант открыл нам мир арифметики и алгебры. Поэтому история Диофантова анализа показалась мне особенно интересной.