

ДИНАМИКА ТОЧКИ. ЗАКОНЫ ГАЛИЛЕЯ – НЬЮТОНА

*ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ.
ДИНАМИКА*

ЛЕКЦИЯ 11

ДИНАМИКА

это раздел теоретической механики, в котором устанавливается и изучается связь между движением материальных тел и действующими на них силами

ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

- I. Движение тела задано, требуется найти силы, под действием которых это движение происходит.
- II. Действующие на тело силы заданы, требуется найти закон движения тела.

ДИНАМИКА



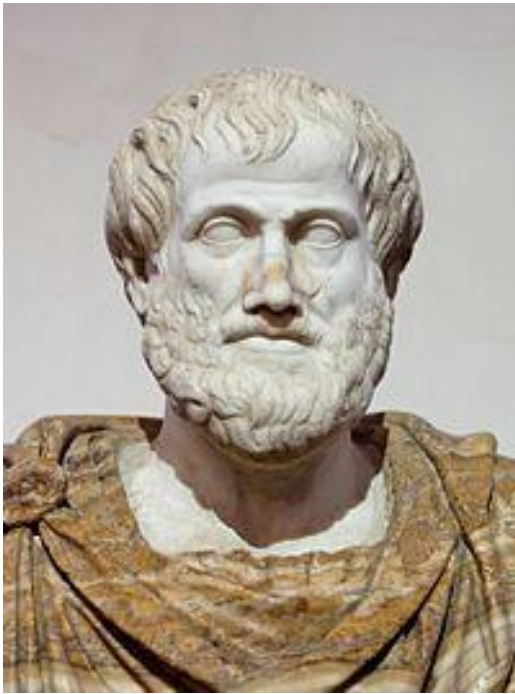
*Динамика
материальной
точки*



*Динамика
механической
системы*

Под материальной точкой подразумевается тело, размерами и различаем в движениях отдельных точек которого можно пренебречь.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Аристотель

384 до н. э. — 322 до н. э.

- Круговое движение - это самое совершенное движение, присущее только небесному миру.
- Естественное движение- это движение тяжёлого тела вниз к центру Мира, к центру Земли, и лёгкого вверх.
- Все остальные движения на Земле насильственные и могут происходить только под действием внешних сил

«Всё, что находится в движении, движется благодаря воздействию другого»

Нет сил – нет движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



Галилей

1564 — 1642

Принцип относительности:
«Для предметов, захваченных равномерным движением, это последнее как бы не существует и проявляет своё действие только на вещах, не принимающих в нём участия»

Все процессы в инерциальных системах отсчёта протекают одинаково, независимо от того, неподвижна ли система или она находится в состоянии равномерного и прямолинейного движения

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

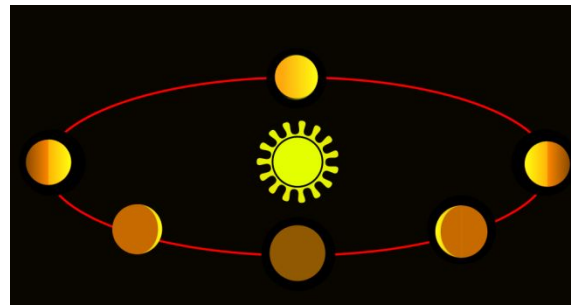


Галилей

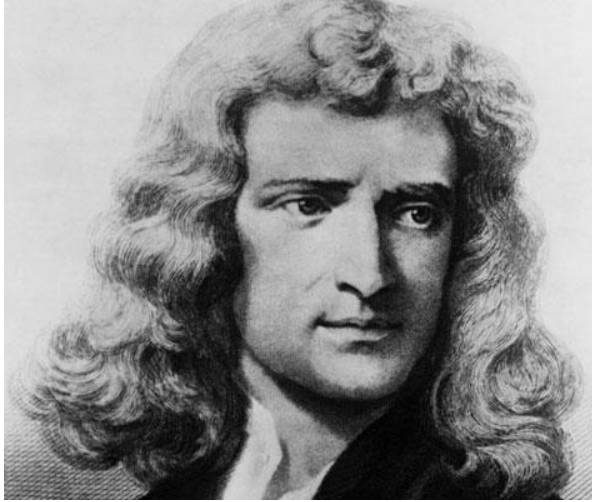
1564 — 1642

Принцип инерции:

при отсутствии внешних сил тело либо покоится, либо равномерно движется

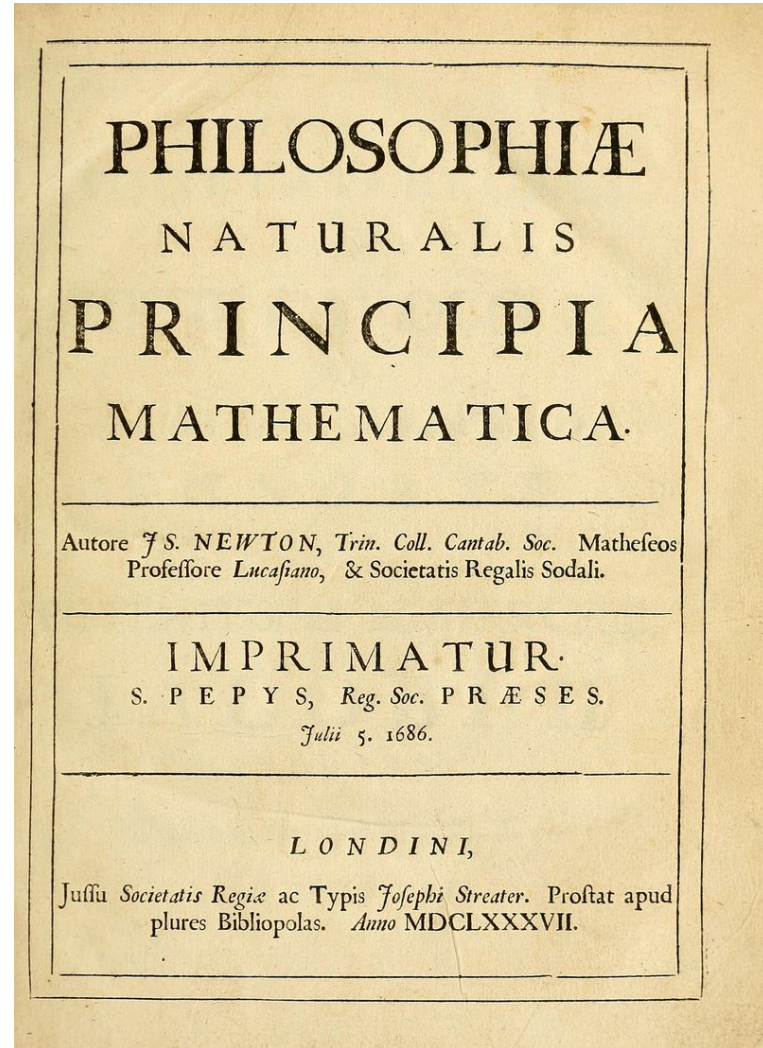


ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА



НЬЮТОН

1643 — 1727



PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore *J*S. NEWTON, *Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos*
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, *Reg. Soc. PRÆSES.*
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

ИСТОРИЯ 1 ЗАКОНА НЬЮТОНА

1 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние»

Существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых материальные точки, когда на них не действуют никакие силы, находятся в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения

МАССА

Масса является мерой инертности материальной точки (и тела при поступательном движении)



инертная

$$\bar{a} = \bar{F} / m$$



гравитационная

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА

«Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует»

В инерциальных системах отсчёта ускорение, приобретаемое материальной точкой, прямо пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки

$$\bar{a} = \bar{F} / m$$

$$m\bar{a} = \bar{F}$$

$$m\bar{a} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k = \bar{F}$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ДЕКАРТОВОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

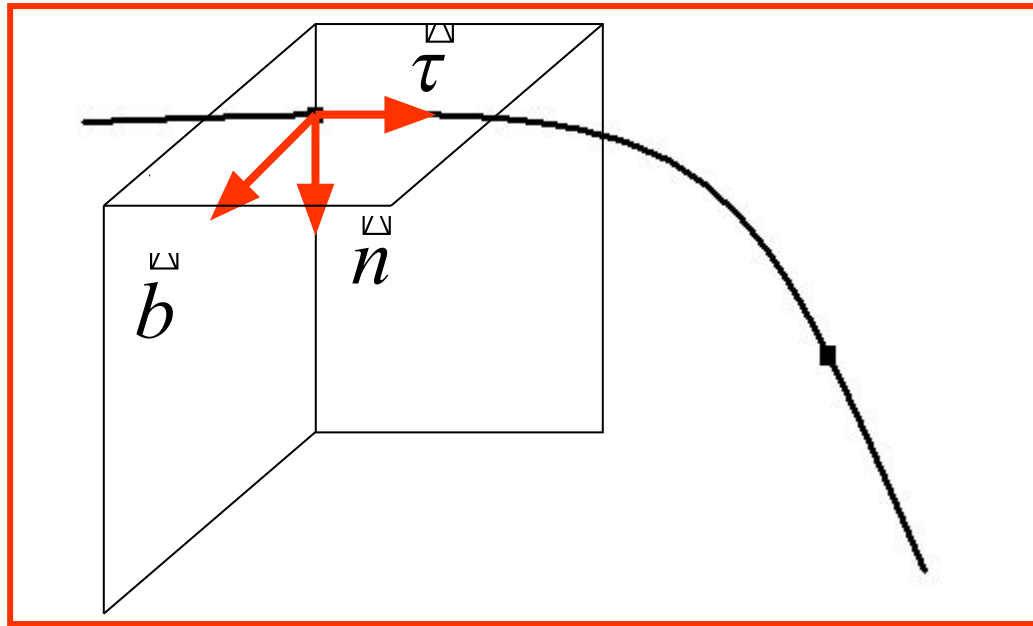
$$m\bar{a} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k = \bar{F}$$

$$ma_x = F_x, \quad ma_y = F_y, \quad ma_z = F_z$$

$$a_x = \boxed{\times}, \quad a_y = \boxed{\times}, \quad a_z = \boxed{\times}$$

$$m\boxed{\times} = F_x, \quad m\boxed{\times} = F_y, \quad m\boxed{\times} = F_z$$

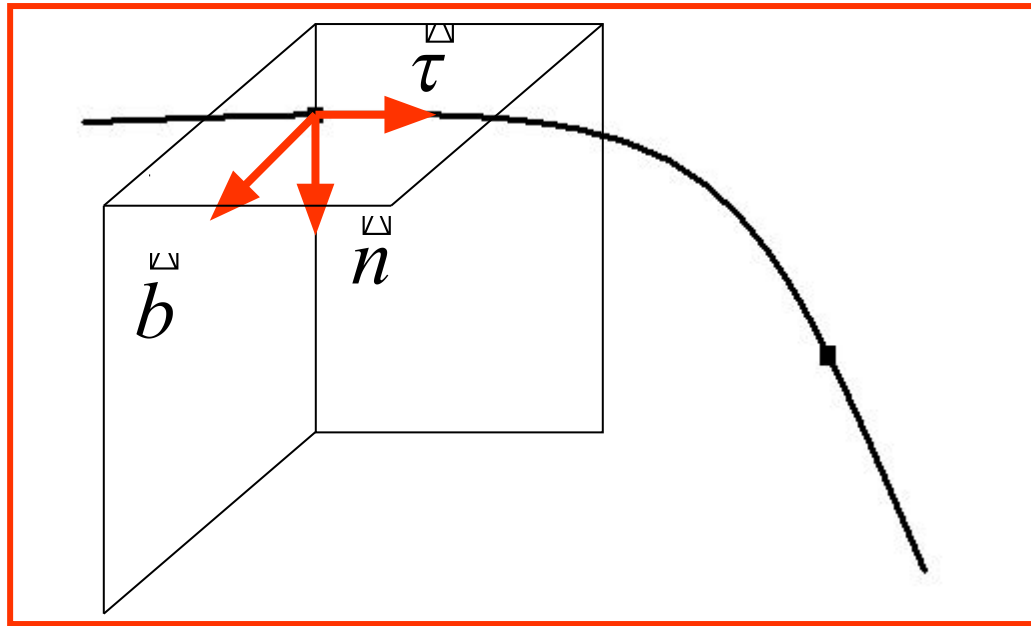
2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



$$\vec{a} = a_{\tau} \vec{\tau} + a_n \vec{n} + a_b \vec{b}$$

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad a_b = 0$$

2 ЗАКОН НЬЮТОНА В ЕСТЕСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА



$$\vec{F} = F_{\tau} \vec{\tau} + F_n \vec{n} + F_b \vec{b}$$

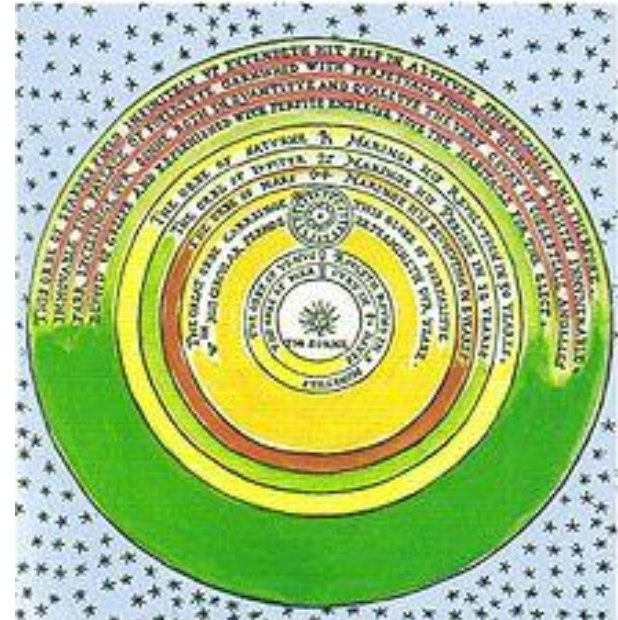
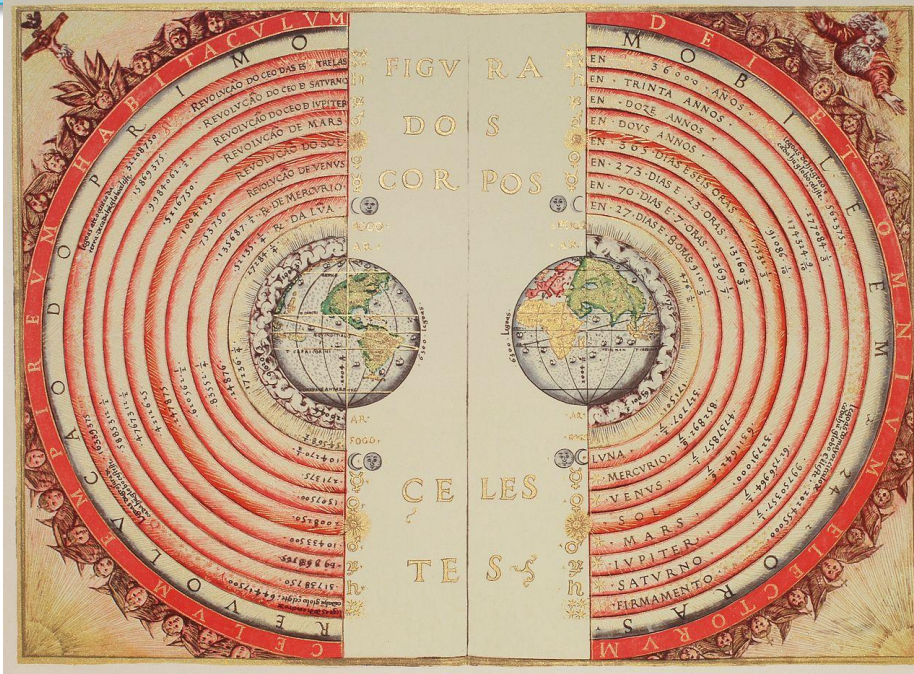
$$F_{\tau} = ma_{\tau} = m\dot{v}$$

$$F_n = ma_n = mv^2 / \rho$$

$$F_b = 0$$

СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

Геоцентрическая система отсчета — система отсчета, связанная с Землей.



Гелиоцентрическая система отсчета — система отсчета, связанная с Солнцем, причем оси координат направлены к неподвижным звездам

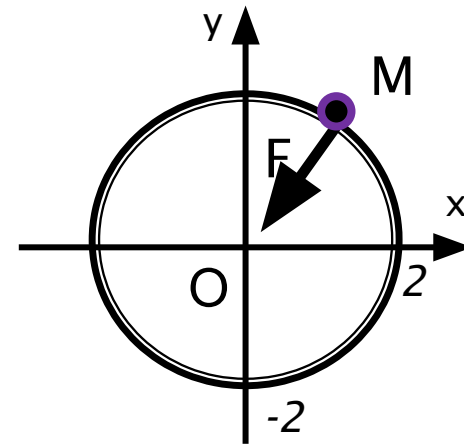
ПРИМЕР РЕШЕНИЯ 1 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Точка массой m движется в плоскости x, y по закону $x=2\sin((\pi/6)t)$,
 $y=2\cos((\pi/6)t)$. Найти силу, под действием которой происходит это движение.

$$\ddot{x} = -\frac{\pi^2}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right), \quad \ddot{y} = -\frac{\pi^2}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$F_x = -\frac{m\pi^2}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right),$$

$$F_y = -\frac{m\pi^2}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \frac{m\pi^2}{18} = \text{const}$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

$$m\ddot{x} = F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad x = x(t, C_1, \dots, C_6)$$

$$m\ddot{y} = F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad y = y(t, C_1, \dots, C_6)$$

$$m\ddot{z} = F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \quad z = z(t, C_1, \dots, C_6)$$

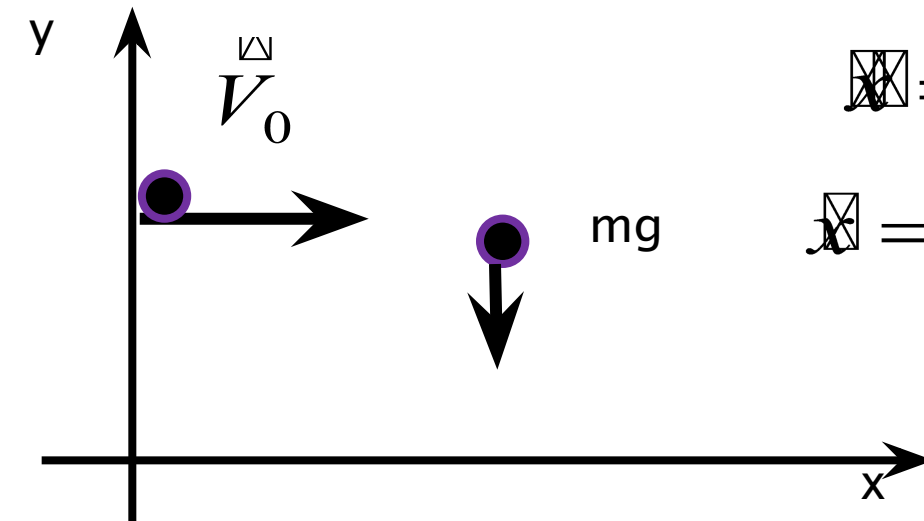
Постоянные C_1, \dots, C_6 находятся из начальных условий

В качестве начальных условий удобно задать положение и скорость материальной точки в начальный момент времени.

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Самолет летит на высоте 400м со скоростью 200 м/с. Найти закон движения груза, сброшенного с самолета. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Рассмотрим движение груза, считая его материальной точкой



$$m\ddot{x} = 0, \quad m\ddot{y} = -mg$$

$$\ddot{x} = 0, \quad \ddot{y} = -g$$

$$\dot{x} = C_1, \quad \dot{y} = -gt + C_2$$

$$x = C_1t + C_3$$

$$y = -g\frac{t^2}{2} + C_2t + C_4$$

РЕШЕНИЕ 2 ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

При $t = 0$

$$x = 0, \quad y = 400$$

$$\dot{x} = 200, \quad \dot{y} = 0$$

$$C_1 = 200 \quad C_2 = 0 \quad C_3 = 0 \quad C_4 = 400$$

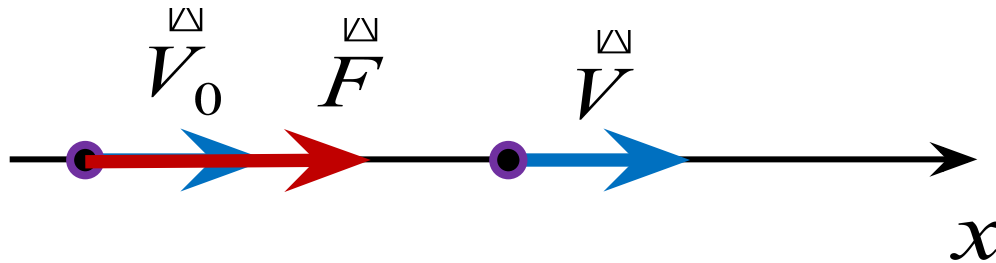
Закон движения груза:

$$x = 200t$$

$$y = -g \frac{t^2}{2} + 400$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Точка будет совершать прямолинейное движение, если действующая на неё сила будет параллельна начальной скорости.



ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. Сила зависит от времени

$$F = F(t)$$

$$m \ddot{x} = F_x(t) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} F_x(t)$$

$$\dot{x} = \frac{1}{m} \int F_x(t) dt + C_1$$

$$x = \frac{1}{m} \int \left[\int F_x(t) dt \right] dt + C_1 t + C_2$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

2. Сила зависит от скорости

$$\overline{F} = \overline{F}(V)$$

$$m \overline{a} = F_x(V) \quad \overline{a} = \frac{dV}{dt}$$

$$m \frac{dV}{dt} = F_x(V) \quad dt = m \frac{dV}{F_x(V)}$$

$$t = m \int \frac{dV}{F_x(V)} + C_1, \quad t = \Phi(V, C_1)$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты $\vec{F} = \vec{F}(x)$

$$m\vec{a} = F_x(x) \quad \vec{a} = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = V \frac{dV}{dx}$$

$$VdV = \frac{1}{m} F_x(x) dx$$

$$V^2 = \frac{2}{m} \int F_x(x) dx + C_1$$

$$V = \sqrt{\frac{2}{m} \int F_x(x) dx + C_1}$$

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

3. Сила зависит от координаты

$$\overset{\sphericalangle}{F} = \overset{\sphericalangle}{F}(x)$$

$$\frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}, \quad dt = \pm \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}}$$

$$t = \pm \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} \int F_x dx + C_1}} + C_2$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое инерциальные системы отсчета?
2. Являются ли инерциальными геоцентрическая и гелиоцентрическая системы отсчета?
3. Сформулируйте аксиомы динамики (1 и 2 законы Ньютона).
4. Что является мерой инертности материальной точки?
5. Сформулируйте две задачи динамики?
6. Сумма проекций сил на одну из осей естественной системы координат всегда равна нулю. Что это за ось?
7. Как решать основную задачу динамики, если сила зависит от координаты или скорости?

**НА СЛЕДУЮЩЕЙ ЛЕКЦИИ
КОЛЕБАНИЯ ТОЧКИ**