

14.01.2020

ЛОГАРИФМ ЧИСЛА И ЕГО СВОЙСТВА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Логарифмом положительного числа b по основанию $a > 0, a \neq 1$ тся показатель степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить b .

Обозначают:

$$\log_a b$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛОГАРИФМОВ

$$\log_3 9 = 2, \text{ т. к. } 3^2 = 9$$

$$\log_3 81 = 4, \text{ т. к. } 3^4 = 81$$

$$\log_5 5 = 1, \text{ т. к. } 5^1 = 5$$

$$\log_3(-3) = \text{ не существует}$$

$$\log_4 \frac{1}{16} = -2, \text{ т. к. } 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\log_2 1 = 0, \text{ т. к. } 2^0 = 1$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3, \text{ т. к. } \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$$

$$\log_7 2 = 1$$

$$\log_7 0 = \text{ не существует}$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$\log_2 16 = 4$$

$$\log_2 64 = 6$$

$$\log_4 16 = 2$$

$$\log_4 64 = 3$$

$$\log_8 64 = 2$$

ДРУГИЕ ЛОГАРИФМЫ

$\log_{10} b = \lg b$ - логарифм по основанию 10 или десятичный логарифм

ПРИМЕРЫ

$$\lg 1 = 0, \text{ т.к. } 10^0 = 1$$

$$\lg 10 = 1, \text{ т.к. } 10^1 = 10$$

$$\lg 100 = 2, \text{ т.к. } 10^2 = 100$$

$$\lg \frac{1}{10} = -1, \text{ т.к. } 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

ДРУГИЕ ЛОГАРИФМЫ

$\log_e b = \ln b$ - логарифм по основанию e
или натуральный логарифм, где $e \approx 2,71$

ПРИМЕРЫ

$$\ln 1 = 0, \text{ т.к. } e^0 = 1$$

$$\ln e = 1, \text{ т.к. } e^1 = e$$

$$\ln \frac{1}{e} = -1, \text{ т.к. } e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$\ln(-e) = \text{не существует}$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$a^{\log_a b} = b$ - основное
логарифмическое
тождество

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^c = c \log_a b$$

$$\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

формула перехода от
одного основания
логарифма к другому

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

ПРИМЕРЫ

$$\log_{12} 2 + \log_{12} 72 = \log_{12} (2 * 72) = \log_{12} 144 = 2$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{54}{2} = \log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$$

$$\log_{11} \sqrt[3]{121} \quad \log_{11} \sqrt[3]{11^2} = \log_{11} 11^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_{11} 11 = \frac{2}{3} * 1 = \frac{2}{3}$$

$$\log_{\frac{1}{27}} 3 = \log_{3^{-3}} 3 = -\frac{1}{3} \log_3 3 = -\frac{1}{3} * 1 = -\frac{1}{3}$$

$$5^{\log_5 7} = 7, \quad 2^{2 - \log_2 5} = 2^2 : 2^{\log_2 5} = 4 : 5 = \frac{4}{5}$$

$$8^{\frac{1}{\log_8 5}} = 8^{\log_8 5} = 5$$