

Формулы для тангенсов

(ПОСОБИЕ)

Пособие снабжено

гиперссылками, при обращении к которым можно перейти на выбранный слайд.

Используются следующие управляющие кнопки:



- переход к содержанию пособия

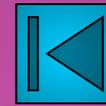


- переход к интересующему вопросу

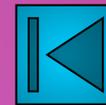


- переход к заданиям

■ Теорема №1. Для любых углов α и β , таких, что $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}, \alpha + \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi \eta, \eta \in \mathbb{Z}$, справедливо равенство

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$


■ Теорема №2. Для любых углов α и β , таких, что $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi l, l \in \mathbb{Z}, \alpha - \beta \neq \frac{\pi}{2} + \pi \eta, \eta \in \mathbb{Z}$, справедливо равенство

$$\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$$


■ Теорема №3. Для любых углов α , таких, что $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, справедливо равенство

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg}\alpha$$


■ Теорема №4. Для любых углов α , таких, что $\alpha \neq \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$, справедливо равенство

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$$



■ Теорема №5. Для любых углов α , таких, что $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$, справедливо равенство

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha}$$


■ **Задания** 

и



Пример $tg75^{\circ} = tg(45^{\circ} + 30^{\circ}) = \frac{tg45^{\circ} + tg30^{\circ}}{1 - tg45^{\circ} \cdot tg30^{\circ}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = 2 + \sqrt{3}$

Пример 2. Вычислить $tg(\alpha + \beta)$, $tg\alpha = \frac{1}{2}, tg\beta = \frac{1}{3}$
если

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{3 + 2}{6 - 1} = 1$$



Пример . Вычислить $\frac{tg97^{\circ} - tg37^{\circ}}{1 + tg97^{\circ} \cdot tg37^{\circ}}$

$$\frac{tg97^{\circ} - tg37^{\circ}}{1 + tg97^{\circ} \cdot tg37^{\circ}} = tg(97^{\circ} - 37^{\circ}) = tg60^{\circ} = \sqrt{3}$$



Пример 1. Вычислить $tg4\alpha$, если $tg\alpha = \frac{1}{4}$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{8}{15}$$

$$tg4\alpha = \frac{2tg2\alpha}{1 - tg^2 2\alpha} = \frac{2 \cdot \frac{8}{15}}{1 - \frac{64}{225}} = \frac{240}{161}$$

Пример 2. Вычислить $tg 22,5^\circ$

$$tg 22,5^\circ = tg \frac{45^\circ}{2} = \frac{\sin 45^\circ}{1 + \cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$



Пример. Вычислить $tg 15^\circ$

$$tg 15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{1 + \cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3}$$



Задания

№1. Вычислить $tg(\alpha + \beta)$, если $tg\alpha = \frac{1}{2}, tg\beta = \frac{2}{3}$
(теорема 1)

№2. Вычислить $\frac{tg73^{\circ} - tg43^{\circ}}{1 + tg73^{\circ} \cdot tg43^{\circ}}$ (теорема 2)

№3. Вычислить $tg4\alpha$, если $tg\alpha = -\frac{1}{2}$
(теорема 4)

№4. Вычислить $tg 75^{\circ}$ (теорема 5)

Дополнительные задания:

№ 9.80



№ 9.83 (а)