

# Арифметические операции в различных системах счисления

Лекция 2

# *Двоичная система счисления*

## Сложение

одноразрядных  
двоичных чисел:

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

## Пример

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

# Двоичная система счисления

## Вычитание

одноразрядных двоичных чисел:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$0 - 1 = (\text{заем из старшего разряда}) 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Пример:

$$\begin{array}{r} 1110 \\ - 101 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 110010_2 \\ = \quad 100101_2 \\ \hline \quad 001101_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l} 1) & 2) & 3) \\ \begin{array}{r} - \quad 10_2 \\ = \quad 01_2 \\ \hline \quad 01_2 \end{array} & \begin{array}{r} - \quad 100_2 \\ = \quad 001_2 \\ \hline \quad 011_2 \end{array} & \begin{array}{r} - \quad 1_2 \\ = \quad 1_2 \\ \hline \quad 0_2 \end{array} \end{array}$$

# *Двоичная система счисления*

## Умножение

одноразрядных

двоичных чисел:

$$0 * 0 = 0$$

$$1 * 0 = 0$$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 1 = 1$$

Пример:

$$\begin{array}{r} 1110 \\ * \quad 10 \\ \hline \end{array}$$

$$+ 0000$$

$$1110$$

-----

$$11100$$

# *Двоичная система счисления*

Деление выполняется так же как в десятичной системе счисления:

|             |            |
|-------------|------------|
| <b>1110</b> | <b>10</b>  |
| <b>10</b>   | <b>111</b> |
| <b>11</b>   |            |
| <b>10</b>   |            |
| <b>10</b>   |            |
| <b>10</b>   |            |
| <b>0</b>    |            |

# *Выполнение арифметических операций над двоичными числами разных порядков:*

- сравниваются  $n$  и  $m$  выравниваются порядки;
- выполняется сложение или вычитание мантиссы;
- производится нормализация результата, если это нужно.

# *Выполнение арифметических операций над двоичными числами разных порядков:*

## Пример. Сложение

$$X_1 = 0,1001 * 2^{101}$$

$$X_2 = 0,1100 * 2^{100}$$

$$1) \quad \Delta p = 101 - 100 = 001$$

$$X_2 = 0,0110 * 2^{101}$$

$$2) \quad 0,1001$$

$$+ \underline{0,0110}$$

$$0,1111$$

$$3) \quad X_1 + X_2 = 0,1111 * 2^{101}$$

# *Выполнение арифметических операций над двоичными числами разных порядков:*

## Пример. Вычитание

$$X_1 = 0,1001 * 2^{101}$$

$$X_2 = 0,1100 * 2^{100}$$

$$1) \Delta p = 101 - 100 = 001$$

$$X_2 = 0,0110 * 2^{101}$$

$$2) \begin{array}{r} 0,1001 \\ -0,0110 \\ \hline 0,0011 \end{array}$$

$$3) X_1 - X_2 = 0,0011 * 2^{101} = 0,11 * 2^{11}$$

# *Выполнение арифметических операций над двоичными числами разных порядков:*

## Пример. Умножение

$$X_1 = q_1 * 2^{p_1}$$

$$X_2 = q_2 * 2^{p_2}$$

$$X_1 * X_2 = q_1 * q_2 * 2^{(p_1 + p_2)}$$

$$X_1 = 10 = 0,10 * 2^{10}$$

$$X_2 = 10 = 0,10 * 2^{10}$$

$$\begin{array}{r} 0,10 \\ *0,10 \\ \hline 000 \\ 010 \\ \hline 000 \\ \hline 0,0100 \end{array}$$

$$p_1 + p_2 = 10 + 10 = 100$$

$$X_1 * X_2 = 0,0100 * 2^{100}$$

# *Выполнение арифметических операций над двоичными числами разных порядков:*

## Пример. Деление

$$X_1 = q_1 * 2^{p_1}$$

$$X_2 = q_2 * 2^{p_2}$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{q_1}{q_2} * 2^{(p_1 - p_2)}$$

$$X_1 = 0,110 = 110 * 2^{-11}$$

$$X_2 = 0,10 = 10 * 2^{-10}$$

|     |    |
|-----|----|
| 110 | 10 |
| 10  | 11 |
| 10  |    |
| 10  |    |
| 0   |    |

$$p_1 - p_2 = -11 - (-10) = -01$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{q_1}{q_2} * 2^{(p_1 - p_2)} = 11 * 2^{-01}$$

***В ПК используются следующие разрядные сетки для представления чисел:***

1 байт (8 разрядов) – полуслово

2 байта (16 разрядов) – слово

4 байта (32 разряда) – двоичное слово

8 байт (64 разряда) – расширенное слово

$-3_{10} = -11_2$  в восьмиразрядной сетке будет  
иметь вид: 10000011

Для кодирования знака числа отводится специальный разряд, называемый знаковым. Под него отводится старший разряд разрядной сетки, «+» кодируется 0, «-» кодируется 1.

# *Выполнение арифметических операций в машинных кодах позволяет:*

- свести операцию вычитания к операции сложения
- автоматически получать знак суммы
- выявлять переполнение разрядной сетки

# **Виды машинных кодов**

**Прямой код числа** представляется в виде абсолютной величины со знаком двоичного числа – это само двоичное число, в котором все цифры, изображающие его значение, записываются как в математической записи, а знак записывается в виде кода (0,1) в старшем разряде.

**Обратный код положительного числа** совпадает с его прямым кодом.

**Дополнительный код положительного числа** совпадает с его прямым кодом.

# **Виды машинных кодов**

**Обратный код отрицательного числа** получается с помощью замены значений всех цифр числа на противоположные за исключением знакового разряда.

**$3_{10} = 11_2$  в прямом, дополнительном и обратном коде будет иметь вид – 0000011**

**$-3_{10} = -11_2$  в прямом коде будет иметь вид: 1000011**

**$-3_{10} = -11_2$  в обратном коде будет иметь вид: 1111100**

# Виды машинных кодов

Дополнительный код отрицательного числа получается в результате увеличения его обратного кода на 1.

$-3_{10} = -11_2$  обратном коде  
будет иметь вид: 1111100

$-3_{10} = -11_2$  дополнительном коде  
будет иметь вид: 1111101

**Все математические операции в ПК выполняются только в обратных или дополнительных кодах.**

**Таблица преобразования кодов при алгебраическом сложении**

| Требуемая операция | Необходимое преобразование |
|--------------------|----------------------------|
| $A+B$              | $A+B$                      |
| $A-B$              | $A+(-B)$                   |
| $-A+B$             | $(-A)+B$                   |
| $-A-B$             | $(-A)+(-B)$                |

# Пример 1. Выполнение операции в обратном коде

$$X1 - X2 = 17 - 5 = 17 + (-5) = 12$$

[X1] пр=00010001

[X1] обр=00010001

[X2] пр=10000101

[X2] обр=11111010

$$\begin{array}{r} 00010001 \\ + 11111010 \\ \hline 100001011 \\ + \phantom{00000000} \\ \hline 00001100 \end{array}$$

**При выполнении операций  
в обратном коде**

единица, ушедшая за 8  
разряд, прибавляется к  
младшему разряду числа.

## Пример 2.

$$X1 - X2 = 5 - 17 = 5 + (-17) = -12$$

[X1] пр=00000101

[X1] обр=00000101

[X2] пр=10010001

[X2] обр=11101110

$$\begin{array}{r} 00000101 \\ + \underline{11101110} \\ \hline 11110011 \text{ обр.} \\ 10001100 = -12 \end{array}$$

**Ответ всегда записывается в прямом коде.**  
Если в результате получилось отрицательное число, то его необходимо перевести в прямой код.

### Пример 3. Выполнение операции в дополнительном коде

$$X1 - X2 = 17 - 5 = 17 + (-5) = 12$$

[X1] пр=00010001

[X1] обр=00010001

[X1] доп=00010001

[X2] пр=10000101

[X2] обр=1111010

[X2] доп=1111011

$$\begin{array}{r} 00010001 \\ +1111011 \\ \hline 100001100 \end{array}$$



выбрасывается

При выполнении операций в  
дополнительном коде  
Единица, ушедшая за 8 разряд  
ВЫБРАСЫВАЕТСЯ.

## Пример 4.

$$X1 - X2 = 5 - 17 = 5 + (-17) = -12$$

[X1] пр=00000101      [X1] обр=00000101      [X1] доп=00000101  
[X2] пр=10010001      [X2] обр= 11101110      [X2] доп= 11101111

$$\begin{array}{r} 00000101 \\ +11101111 \\ \hline 11110100 \text{ доп.код} \\ 10001011 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 10001100 \end{array}$$

$$10001100 = -12$$

Получили отрицательное число в доп. коде. Для перевода его в прямой код необходимо:

- 1 . Проинвертировать все разряды числа, за исключением знакового;
- 2 . Еще раз прибавить 1 к младшему разряду.

# Модифицированный дополнительный машинный коды

Модифицированный дополнительный код получается из дополнительного простым дублированием знакового разряда. "00" соответствует знаку "+", "11" - знаку "-".

Любая другая комбинация ("01" или "10"), получившаяся в знаковых разрядах служит признаком переполнения разрядной сетки и получившийся результат – неверный.

|             |             |          |          |          |          |          |          |
|-------------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>знак</b> | <b>знак</b> | <b>5</b> | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>2</b> | <b>1</b> | <b>0</b> |
|-------------|-------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|

## Пример

Переведем X и Y в модифицированный дополнительный код:

| Обычная запись | Модифицированный обратный код | Модифицированный дополнительный код |
|----------------|-------------------------------|-------------------------------------|
| X = +101001    | $X_{об\ p}^m = 00,101001$     | $X_{доп}^m = 00,101001$             |
| Y = -011010    | $Y_{об\ p}^m = 11,100101$     | $Y_{доп}^m = 11,100110$             |

Выполним сложение:

$$X_{доп}^m = 00,101001$$

$$Y_{доп}^m = \underline{11,100110}$$

$$1) 00,001111$$

отбрасывается

$$(X+Y)_{доп}^m = 00,001111$$

В данном примере  
запятой отделены  
знаковые разряды !!

Переполнения нет (в знаковых разрядах "00" – в результате получено положительное число), поэтому полученный результат - верный ( $X+Y=1111=41-26=15$ ).

## Пример 2

| Обычная запись<br>числа | Модифицированный<br>обратный код | Модифицированный<br>дополнительный код |
|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------------|
| $X = -41 = -101001$     | 11 010110                        | 11 01011 <b>1</b>                      |
| $Y = 26 = +011010$      | 00 011010                        | 00 011010                              |

$$X + Y = -41 + 26 = -15$$

11 010111

+00 011010

11 110001 доп. модиф. код

Переполнения нет (в знаковых разрядах "11" – в результате получено отрицательное число), поэтому полученный результат – нужно переводить в прямой код.

11 110001 доп. модиф. код

11 001110 обратный. модиф. код

+            1

11 001111, что соответствует числу  $-15_{10}$