

Исследование функции и построение графиков

The background of the slide is a close-up photograph of a textured, light-colored surface, possibly fabric or paper. A faint, dark line graph is visible, showing several peaks and troughs. The text is overlaid on the left side of the image.

Построение графиков

Примеры построения графиков

Первый пример

Исследовать функцию

$$y = \frac{x^2}{x - 3}$$

Решение.

1. ОДЗ

$$x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$$

2. Функция общего вида (не является четной, нечетной)

Решение

$$y = \frac{x^2}{x - 3}$$

3. Поведение функции вблизи точки разрыва и в бесконечности:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x - 3} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x - 3} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3-\alpha} \frac{x^2}{x - 3} = -\infty$$

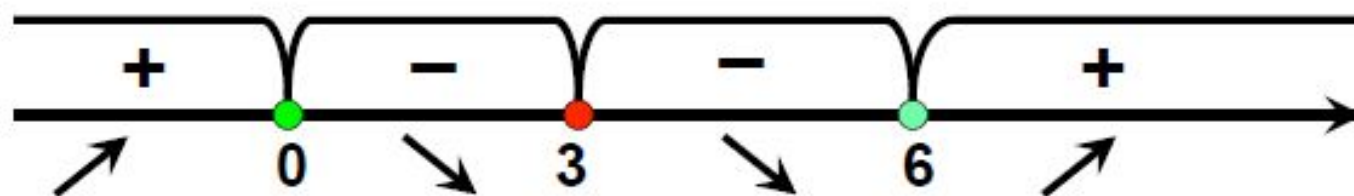
$$\lim_{x \rightarrow 3+\alpha} \frac{x^2}{x - 3} = +\infty$$

Решение

$$y = \frac{x^2}{x-3}$$

4. Интервалы монотонности, экстремумы

$$y' = \left(\frac{x^2}{x-3} \right)' = \frac{2x(x-3) - x^2}{(x-3)^2} = \frac{x(x-6)}{(x-3)^2}$$



Решение

$$y = \frac{x^2}{x - 3}$$

6. Пересечение с осями в единственной точке (0; 0)

7. Вертикальная асимптота:

$$x = 3$$

Горизонтальных асимптот нет.

Решение

Наклонная асимптота:

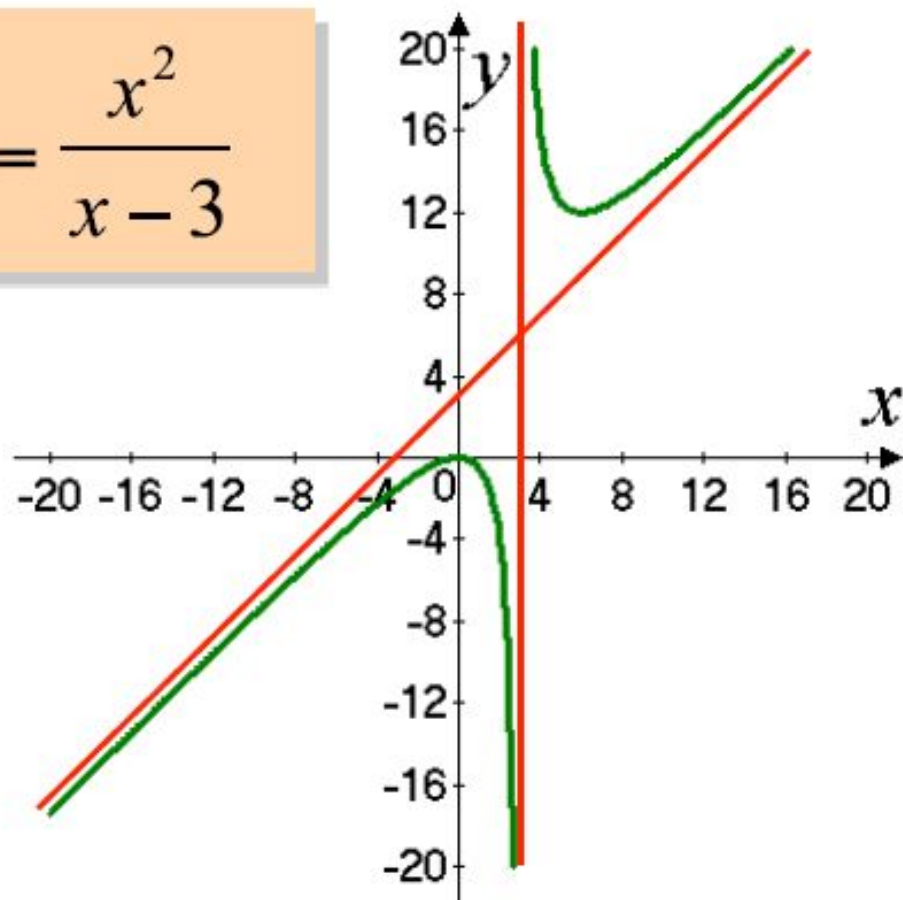
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x(x-3)} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2}{x-3} - x \right] = 3$$

$$y = kx + b = x + 3$$

8. Строим график

$$y = \frac{x^2}{x-3}$$





СЕССИЯ

Время, когда живые завидуют мёртвым